MODELO DE STACKELBERG

PROF. DR. CLÁUDIO R. LUCINDA

Neste pequeno texto, iremos analisar um modelo em que as escolhas de estratégias se dão em um contexto de estratégias contínuas; ou seja, cada jogador possui um conjunto infinito de estratégias para escolher. Este modelo é baseado no trabalho seminal de Heinrich von Stackelberg em 1934.

Vamos supor que existam duas firmas em um determinado mercado, denominadas $i = 1, 2$. No entanto, neste mercado a primeira das companhias também tem precedência na escolha da quantidade produzida em relação à segunda. Este fato pode ser devido a uma série de motivos, tais como o acesso a uma tecnologia mais avançada, ou devido à uma administração mais eficiente.

Podemos representar a estratégia da firma 1 como sendo $S_1 \in \Re$. No entanto, a estratégia para a firma 2 é mais complexa. Mais especificamente, é uma função, relacionando cada ação da firma 2 à uma escolha da firma 1, ou seja $S_2 : f(S_1)$.

O passo seguinte é a definição dos retornos. Em primeiro lugar, vamos assumir a nossa já tradicional função demanda:

$$P = a - b(\sum_i Q_i)$$

Em que $i = 1, 2$ e Q_i representa a quantidade produzida pela firma i. Além disso cada firma possui a função custo total igual a:

$$CT_i = cQ_i$$

Com isto, temos a função lucro para cada uma da seguinte forma:

$$\pi_i = (a - b(\sum_i Q_i))Q_i - cQ_i$$

Até agora, tudo está parecendo muito similar ao modelo de Cournot desenvolvido em sala. No entanto, ainda precisamos nos lembrar que neste caso o jogo não é simultâneo, e sim sequencial. Isto torna a análise um pouco diferente. Teremos, para a firma 2, uma função melhor resposta tradicional, uma vez que a perfeição de subjogo requer que a segunda firma maximize os seus lucros em cada um dos subjogos que se iniciam após a escolha de produção da primeira empresa. Teremos então para a firma 2:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_2}{\partial Q_2} &= 0 \\
0 &= a - 2bQ_2 - bQ_1 - cQ_2 \\
Q_2 &= = \frac{a - bQ_1 - c}{2b}
\end{aligned}$$

Esta função melhor resposta da firma 2 será utilizada para derivarmos o equilíbrio na primeira etapa. Como? por meio da substituição desta função melhor resposta na função lucro da firma 1. Ou seja, temos:

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= \left(a - b\left(\frac{2bQ_1 + a - bQ_1 - c}{2b}\right)\right)Q_1 - cQ_1 \\
\pi_1 &= \left(a - \frac{1}{2}(a + bQ_1 - c)\right)Q_1 - cQ_1
\end{aligned}$$

Derivando esta função lucro em termos da estratégia a ser escolhida pela empresa 1, temos então:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_1}{\partial Q_1} &= 0 \\
0 &= \frac{a}{2} - bQ_1 - \frac{c}{2} \\
Q_1 &= \frac{a-c}{2b}
\end{aligned}$$

Podemos agora obter a quantidade produzida pela empresa 2, simplesmente substituindo o último dos resultados na função melhor resposta mais acima.

$$\begin{aligned}
Q_2 &= \frac{a-c-b\left(\frac{a-c}{2b}\right)}{2b} \\
Q_2 &= \frac{a-c}{4b}
\end{aligned}$$

Podemos notar que este resultado faz com que seja produzido mais em uma situação como a representada por este modelo do que a situação representada pelo Modelo de Cournot. Além disso, podemos notar que o lucro da primeira empresa seja mais do que o dobro do lucro da segunda, sendo um exemplo de situação em que existe a "vantagem do primeiro a se mover" (First Mover Advantage).