Plano de Fase de um Diodo Túnel

Linearização e Análise dos Pontos de Equilíbrio

Catarina Moreira Lima

SEL - Departamento de Engenharia Elétrica
Controle Não-Linear Aplicado

19 de março de 2017

Tópicos

Equações do Diodo

As equações do diodo são as seguintes:

$$\dot{x}1 = \frac{1}{C} * (-h(x1) + x2)$$

$$\dot{x}2 = \frac{1}{L} * (-x1 - R * x2 + u)$$

$$h(x1) = 17.76 * x1 - 103.79 * x_1^2 + 229.62 * x_1^3 - 226.31 * x_1^4 + 83.72 * x_1^5$$

Espaço de Estados

Ao transferí-las para o Espaço de Estados, obtemos a seguinte representação:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}1 \\ \dot{x}2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C} * h(x1) & \frac{x2}{C} \\ -\frac{1}{L} * x1 & \frac{1}{L} * x2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{u}{L} \end{bmatrix}$$

Pontos de Equilíbrio

Para se obter os pontos de equilíbrio, deve-se igualar as derivadas dos estados a zero:

$$\dot{x}1 = \frac{1}{C} * (-h(x1) + x2) = 0$$

$$\dot{x}2 = \frac{1}{L} * (-x1 - R * x2 + u) = 0$$

Substituindo os valores apresentados na apostila para R, L, u e C, é possível obter os valores dos pontos de equilíbrio desse sistema. (u = 1,2V, R = 1,5k, C = 2pF, L = 5H)

- Q1 = (0,063, 0,758)
- Q2 = (0,285, 0,61)
- Q3 = (0,884, 0,21)

Linearização por método indireto

Para linearizar o sistema pelo método indireto, basta calcular o jacobiano do sistema nas vizinhanças dos pontos de equilíbrio.

$$A = \begin{bmatrix} \begin{array}{c} -\frac{1}{C}(17,16 - 2*103,79x_{1e} + 3*229,62x_{1e}^2 \\ -4*226,3x_{1e}^3 + 5*83,72x_{1e}^4 \end{array} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

Classificação dos Pontos de Equilíbrio

Substituindo os valores de pontos de equilíbrio e calculando os auto-valores em cada caso, podemos classificar os pontos de equilíbrio.

- Para Q1 -> λ_1= -3,5672 e λ_2= -0,3912 - O ponto de equilíbrio é um nó estável.
- Para Q2 -> λ_1= 1,7734 e λ_2= -0,3131 - O ponto de equilíbrio é um ponto de sela.
- Para Q3 -> λ_1= -1,3391 e λ_2= -0,4621 - O ponto de equilíbrio é um nó estável.

Planos de Fase

Para construir o plano de fase do sistema, foi utilizado um script do Matlab, o *pplan8*.

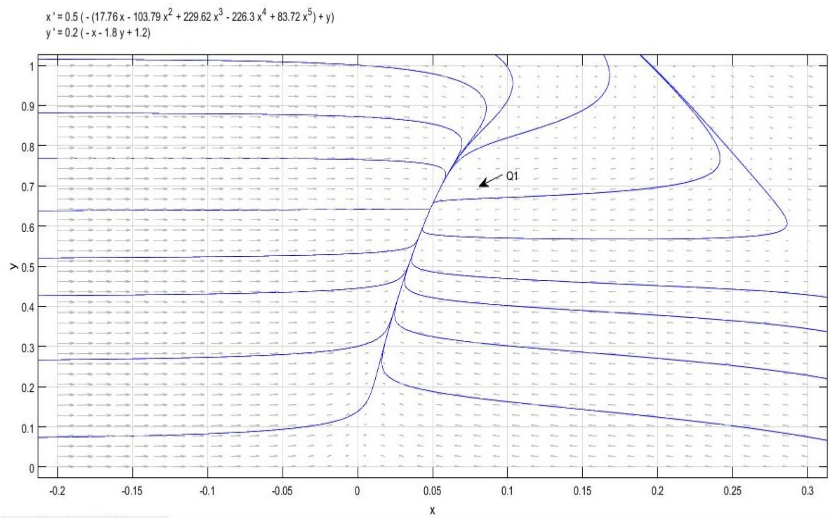

Figura: Plano de Fase nos arredores de Q1.

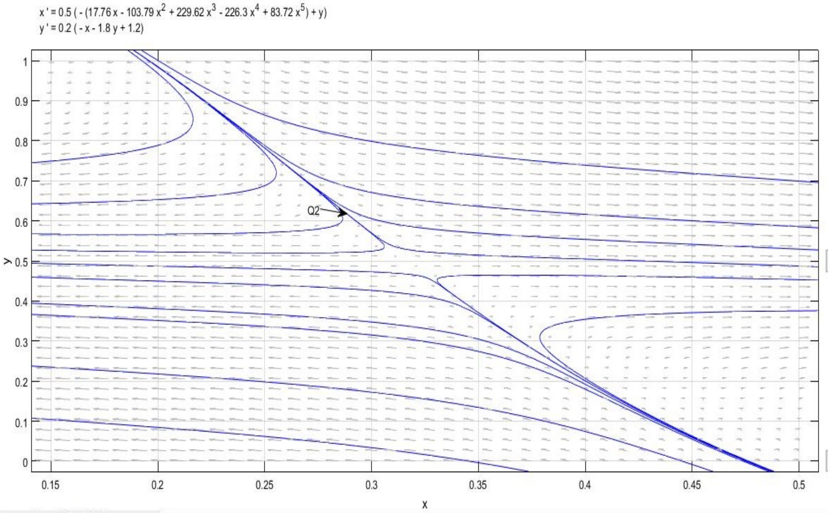

Figura: Plano de Fase nos arredores de Q2.

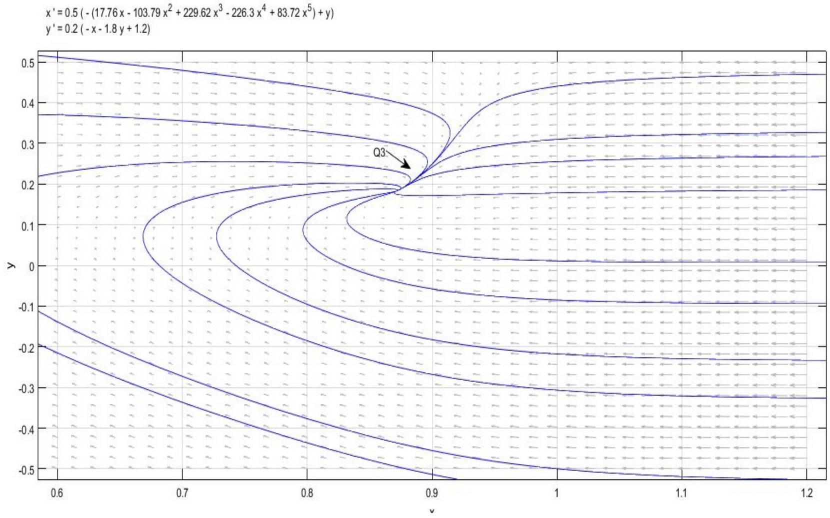

Figura: Plano de Fase nos arredores de Q3.

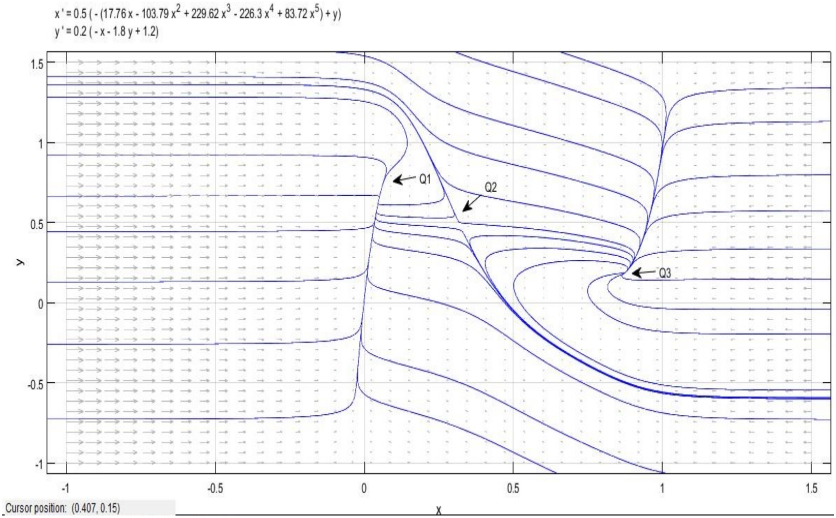

Figura: Visão geral do Plano de Fase do sistema.