ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
PME 2237 – MECÂNICA DOS FLUIDOS XI – TERCEIRA PROVA – P3 – 17/06/11
Duração 90 min.

1ª Questão (3,0 pontos)

Buscando uma solução individualizada para os problemas decorrentes de enchentes, o proprietário de uma residência construída em uma cota abaixo do nível da rua, construiu um "piscinão" no porão da casa, com uma área de superfície de 140 m^2 e profundidade de 2 m.
Numa situação de enchente normal o sistema coletor de água pluvial provoca o enchimento do "piscinão" a uma taxa constante de 25 mm de profundidade por hora (velocidade de aumento da altura da superfície livre).

Pergunta-se quais devem ser as capacidades (vazões volumétricas) da bomba de esvaziamento da piscina, em m^3/h, nas seguintes situações:

a) para que o nível da água no "piscinão" se mantenha constante; (1,5 pontos)

b) para reduzir o nível de água no porão a uma velocidade de 75 mm por hora, admitindo-se que a vazão de água de enchente que chega ao "piscinão" seja a mesma do item anterior. (1,5 pontos)

Observações:

- Os itens (a) e (b) do problema devem ser resolvidos partindo da equação geral da continuidade na forma integral e estabelecendo-se com clareza as hipóteses simplificados na solução do problema.
- Defina claramente o volume de controle utilizado para a solução do problema.

Dados: $\frac{\partial}{\partial t}\int_{vc} \rho \cdot dV + \int_{sc} \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0$ $\qquad \rho_{água} = 1000\ kg/m^3$

2ª Questão (3,5 ptos)

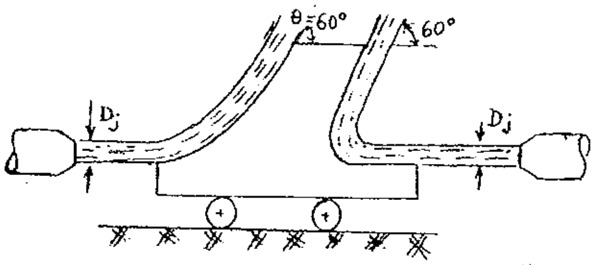
1) Simplificar a equação da quantidade de movimento, justificando as hipóteses, e obtenha as expressões literais das reações horizontais do carrinho sobre os respectivos jatos. (1,0 pto.)

2) Calcular a relação entre as vazões dos dois jatos de água para que o carrinho permaneça em equilíbrio estático. (1,5 pto.)

Dados: $D_j = 5$ cm; $\rho = 1000 kg/m^3$; $\theta = 60°$

3) Se as vazões forem iguais a 20 L/s, calcular a força de frenagem que deve ser aplicada no carrinho para que tenha uma velocidade constante de $\vec{U} = -2\vec{i}\, m/s$. (1,0 pto.)

Dados: 20 L/s; $D_j = 5$ cm; $\rho = 1000 kg/m^3$; $\theta = 60°$



3ª Questão (3,5 ptos)

Na instalação indicada temos o escoamento de água a 10°C do reservatório 1 para o 2. Os reservatórios são de grandes dimensões. As tubulações e acessórios são de ferro fundido, o diâmetro das tubulações é constante e igual a 50 mm. O projeto pede uma vazão de 5 l/s do reservatório 1 para o 2.

a) Qual é a perda de carga total para vazão de projeto de 5 L/s. (1,5 pto.)
b) Qual é a elevação Z_1 para a vazão de projeto em regime permanente. (1,0 pto.)
c) Em regime permanente, qual será o coeficiente (K_{VAL}) de perda de carga localizada da válvula quando esta for manobrada para que o nível do reservatório 1 se estabiliza na cota Z_1 = 35 m para a vazão de 5 l/s. (1,0 pto.)

Dados: Eq. De Colebrook $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{E/D}{3{,}7}+\frac{2{,}51}{R_e\sqrt{f}}\right)$

Água a 10°C

$\rho_a = 999{,}7\,kg/m^3$ $\mu_a = 1{,}307x10^{-3}\,kg/m \bullet s$

$\varepsilon = 0{,}00026$ m (ferro fundido)

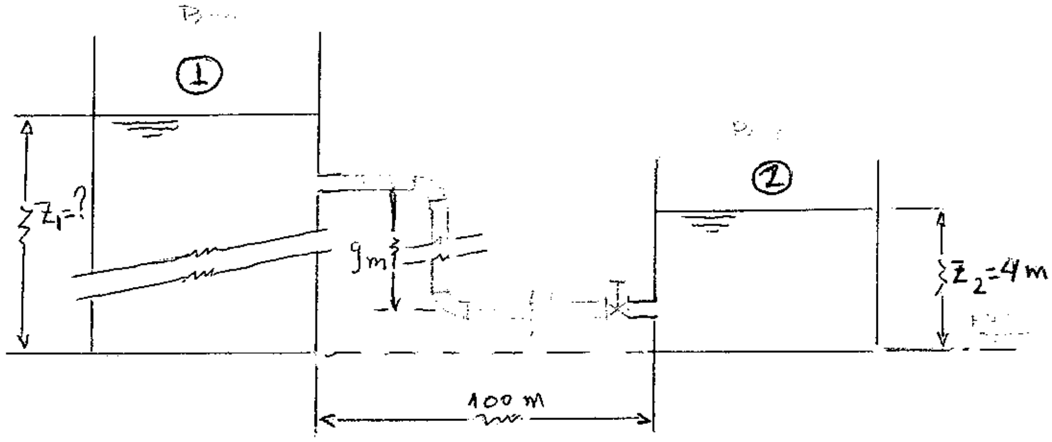
Comprimento da tubulação igual 109 m

K_L= 0,5 entrada de aresta viva

K_C= 0,2 cotovelo

K_y= 0,2 válvula gaveta totalmente aberta

K_S= 1,1 saída submersa



Formulário Geral:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho d\forall + \int_{SC}\rho\vec{v}\bullet\vec{n}dA = 0$$

$$\sum\vec{F}ext = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\vec{v}\rho d\forall + \int_{SC}\vec{v}\rho\vec{v}\bullet\vec{n}dA$$

$$H_e - H_s = \Delta H_{e-s} - H_m$$

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

$$h_s = k\frac{V^2}{2g}$$

$$\vec{G}-\vec{R} = \phi_e\vec{n}_e + \phi_s\vec{n}_s$$

$$\phi = pA + \beta MV$$

1ª QUESTÃO (3,0 PONTOS)

$\forall C$ FIXO INDEFORMÁVEL envolvendo o volume do "piscinão"

ou

$\forall C$ FIXO DEFORMÁVEL envolvendo o volume de água contido em cada instante no "piscinão"

A equação da continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall c}\rho\, d\forall + \int_{sc}\rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS = 0$$

para fluido incompressível e uniforme nas seções de entrada e saída.

$$\frac{\partial \forall_c}{\partial t} - Q_e + Q_s = 0$$

Q_e: vazão de água de enchente

Q_s: capacidade da bomba.

$$\forall_c = A h \qquad \frac{\partial \forall_c}{\partial t} = A\frac{dh}{dt}$$

a) $h = \text{const} \therefore \dfrac{\partial \forall_c}{\partial t} = A\dfrac{dh}{dt} = 0 \therefore Q_e = Q_s$ 0,5

$$Q_s = Q_e = \cancel{A\frac{dh}{dt}} = \frac{140 \times 0,025}{3600} = 0,972\times 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$$

$$\boxed{Q_s = 3,5\ m^3/h}$$ 1,0

b) para $\dfrac{dh}{dt} = -0,075\ m/s$ pois h diminui com t.

$$Q_s = Q_e - A\frac{dh}{dt}$$ 0,5

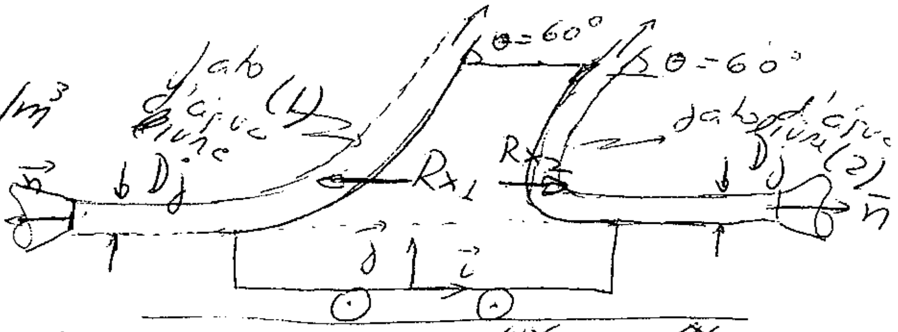
$$= 0,972\times 10^{-3} - 140\left(\frac{-0,075}{3600}\right) = 3,889\times 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$$

$$\boxed{Q_s = 14,0\ m^3/h}$$ 1,0

2ª Questão) 3.5 ptos

Dados: $D_j = 5\,cm$; $\rho = 1000\,kg/m^3$

$\theta = 60°$



1) Equação de Quantidade de Movimento na Forma Integral

$$\left.\sum \vec{F}_{ext}\right)_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \vec{V}\rho\, d\forall + \int_{SC} \vec{V}\rho\, \vec{V}\cdot\vec{n}\, dA$$

Para escoamento permanente (vazão cte) e incompressível (ρ = cte):

$$\sum \vec{F}_{ext} = \rho \int_{SC} \vec{V}\ \vec{V}\cdot\vec{n}\, dA$$

Direção x:

Jato 1: $-R_{x1} = -\rho V_{j1} V_{j1} S_j + \rho (V_{j1}\cos\theta) V_{j1} S_j$

$$\boxed{-R_{x1} = -\rho V_{j1}^2 S_j (1-\cos\theta)}$$

Jato 2: $R_{x2} = \rho(-V_{j2})[-(V_{j2} S_j)] + \rho(V_{j2}\cos\theta) V_{j2} S_j$

$$\boxed{R_{x2} = \rho V_{j2}^2 S_j (1+\cos\theta)}$$

(1,0 pto)

Alternativamente utilizar a função impulso, resultando: $-R_{x1} = -\phi + \phi\cos\theta$

$-R_{x2} = -\phi - \phi\cos\theta$ onde $\phi = \dot{m}V = \rho V_j^2 S_j$

b) Para equilíbrio estático do carrinho:

$R_{x1} = R_{x2} \Longrightarrow \rho V_{j1}^2 S_j (1-\cos\theta) = \rho V_{j2}^2 S_j (1+\cos\theta)$

$\rho V_{j1}^2 S_j (1-0,5) = \rho V_{j2}^2 S_j (1+0,5)$

$\therefore \frac{1}{2} V_{j1}^2 = \frac{3}{2} V_{j2}^2 \Longrightarrow \frac{V_{j1}}{V_{j2}} = \sqrt{3}$

$Q_1 = V_{j1} S_j$

$Q_2 = V_{j2} S_j$

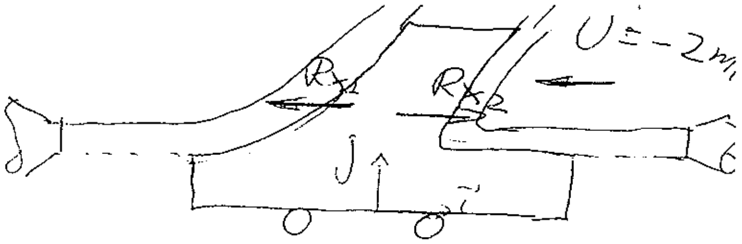
$$\boxed{\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{V_{j1}}{V_{j2}} = \sqrt{3}}$$

(1,5 pts)

3) $\overline{Q_1} = Q_2 = 20\ \ell/s$

$\vec{U} = -2\vec{i}\ m/s$

$D_j = 5\ cm$



$$\begin{cases} R_{x1} = \rho (V_{j1} + U)^2 S_j (1 - \cos\theta) \\ R_{x2} = \rho (V_{j2} - U)^2 S_j (1 + \cos\theta) \end{cases}$$

$$R_{x2} - R_{x1} = \rho (V_{j2} - U)^2 S_j (1 + \cos\theta) - \rho (V_{j1} + U)^2 S_j (1 - \cos\theta)$$

$$V_{j1} = V_{j2} = V_j = \frac{4Q}{\pi D_j^2} = \frac{4 \times 0{,}020}{\pi \times (0{,}05)^2} = 10{,}19\ m/s$$

$$R_{x2} - R_{x1} = \left[1000 \underbrace{(10{,}19 - 2)^2}_{67{,}076} \times 0.00196 \times \frac{3}{2}\right] - \left[1000 \times \underbrace{(10.19 + 2)^2}_{148{,}596} \times 0.00196 \times \frac{1}{2}\right]$$

$$S_j = \frac{\pi D_j^2}{4} = \frac{\pi \times (0.05)^2}{4} = 0.00196$$

$$R_{x2} - R_{x1} = 197{,}556 - 145{,}884 = \boxed{51{,}671\ N}$$

(1,0 pto)

3.º Questão) Valor 3,5 ptos

SOLUÇÃO:- a) HIPÓTESES

a.1) ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL EM REG. PERM..

a.2) AS ELEVAÇÕES DOS RESERVATÓRIOS PERMANECEM CONSTANTES.

a.3) NÃO HÁ MÁQUINAS DE FLUXO NA LINHA.

$H_1 = H_2 +$ PERDAS TOTAIS

PERDAS TOTAIS $= h_f + \Sigma h_{Loc} = \left(f \cdot \frac{L}{D} + \Sigma K_{Loc.}\right)\frac{V^2}{2g}$

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \text{PERDAS TOTAIS}$$

$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} \to 0$ $\quad \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \to 0$ $\quad \cancel{\frac{P_{ATM}}{\gamma}}$ $\quad \cancel{\frac{P_{ATM}}{\gamma}}$

$Z_1 = Z_2 =$ PERDAS TOTAIS

$$Q = V \cdot A \longrightarrow \boxed{V_1} = \frac{Q}{A} = \frac{0{,}005\ m^3/s}{\pi(0{,}05)^2/4} = \boxed{2{,}55\ m/s}$$

$$\boxed{Re} = \rho\frac{VD}{\mu} = \frac{999{,}7 \times 2{,}55 \times 0{,}05}{1{,}307 \times 10^{-3}} = \boxed{97.522}$$

COMO $Re > 4000$ O ESCOAMENTO É TURB.

$$\boxed{\frac{\varepsilon}{D}} = \frac{0{,}00026}{0{,}05} = \boxed{0{,}0052}$$

f PODE SER DETERMINADO POR:-

1) DIAGRAMA DE MOODY ⟶ $f = 0{,}031$

2) EQUAÇÃO DE COLEBROOK

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0 \log\left(\frac{0{,}0052}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{97.522\sqrt{f}}\right)$$

MÉTODO INTERATIVO VALOR ESTIMADO	$1/\sqrt{f}$	$-2{,}0 \log(\cdots)$	$\Delta(\%)$
0,030	5,7735	5,6171	2,78%
⋮	⋮	⋮	⋮
0,0315	5,6344	5,6191	0,27%

$$\boxed{f \cong 0{,}0315}$$

AS PERDAS LOCALIZADAS :-

$$\sum K_{Loc} = K_E + 2K_c + K_v + K_s$$

$$\sum K_{Loc} = 0{,}5 + 2 \times 0{,}2 + 0{,}2 + 1{,}1 = 2{,}2$$

$$\text{PERDAS TOTAIS} = \left(f \frac{L}{D} + \sum K_{Loc} \right) \cdot \frac{V^2}{2g}$$

$$= \left(0{,}0315 \cdot \frac{109}{0{,}05} + 2{,}2 \right) \cdot \frac{2{,}55^2}{2 \times 9{,}81}$$

$$\boxed{\text{PERDAS TOTAIS} = 23{,}5 \text{ m}}$$

b) $Z_1 = Z_2 + \text{PERDAS TOTAIS}$

$$Z_1 = 4 + 23{,}5$$

$$\boxed{Z_1 = 27{,}5 \text{ m}}$$

c) FECHANDO A VÁLVULA GAVETA ATÉ QUE :-

$Z_1 = 35\text{m} \rightarrow$ MANTENDO $Q = 5\ \ell/s \rightarrow V = 2{,}55 \text{ m/s}$

$$\text{PERDAS TOTAIS} = Z_1 - Z_2 = 35 - 4 = 31 \text{ m}$$

$$\text{PERDAS TOTAIS} = \left(f \cdot \frac{L}{D} + \sum K_{Loc} \right) \frac{V^2}{2g}$$

$$31 = \left(0{,}0315 \frac{109}{0{,}05} + 0{,}5 + 2 \times 0{,}2 + K_v + 1{,}1 \right) \frac{2{,}55^2}{2 \times 9{,}81}$$

$$31 = (68{,}67 + 2{,}0 + K_v)\ 0{,}331$$

$$31 = (70{,}67 + K_v)\ 0{,}331$$

$$31 = 23{,}39 + 0{,}331 K_v \qquad K_v = \frac{7{,}61}{0{,}331}$$

$$\boxed{K_v \cong 23}$$