Introdução aos Fluidos em Movimento

Tipos de Escoamentos

Descrição Euleriana e Lagrangeana

Linhas de Corrente e de Trajetória

Aceleração

Aula 3 de PME3222 1º semestre 2018

Prof. Marcos Tadeu Pereira

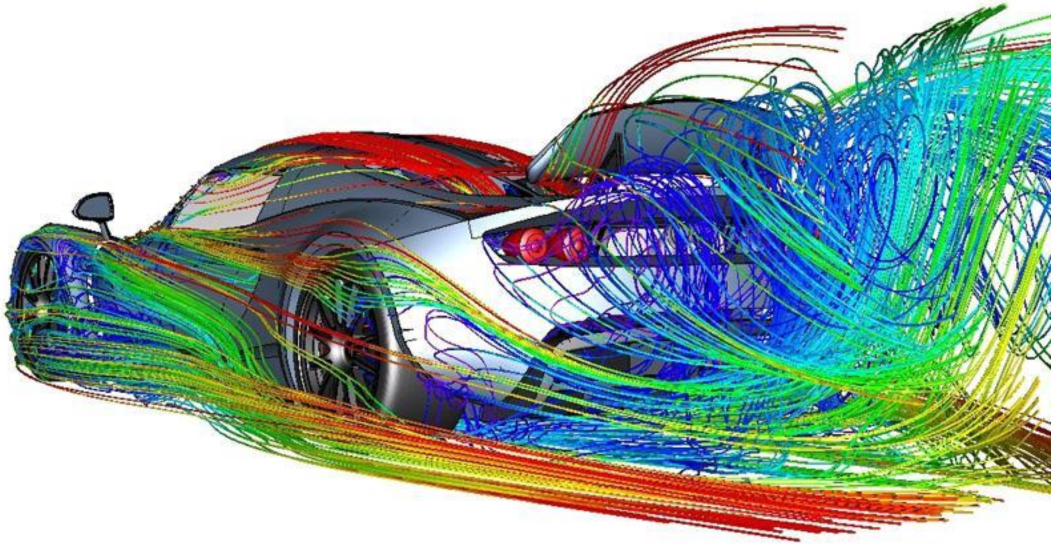
Classificações possíveis dos escoamentos
“taxonomia”

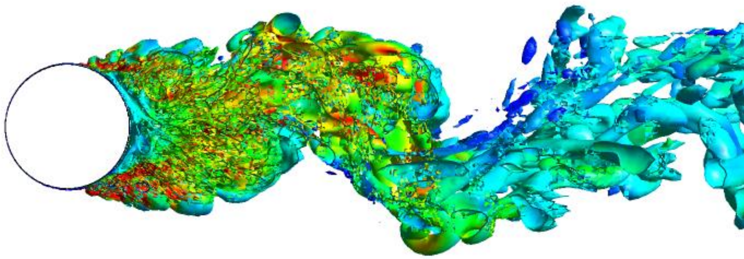
- Geométrica;
- Quanto à variação no tempo;
- Quanto à trajetória (direção e variação);
- Quanto ao movimento de rotação;
- Quanto à compressibilidade;
- Etc.

Classificação Geométrica

Escoamentos Tridimensionais

A rigor, todos os escoamentos reais são tridimensionais.
As grandezas que neles interferem, em cada seção transversal, variam em três direções.

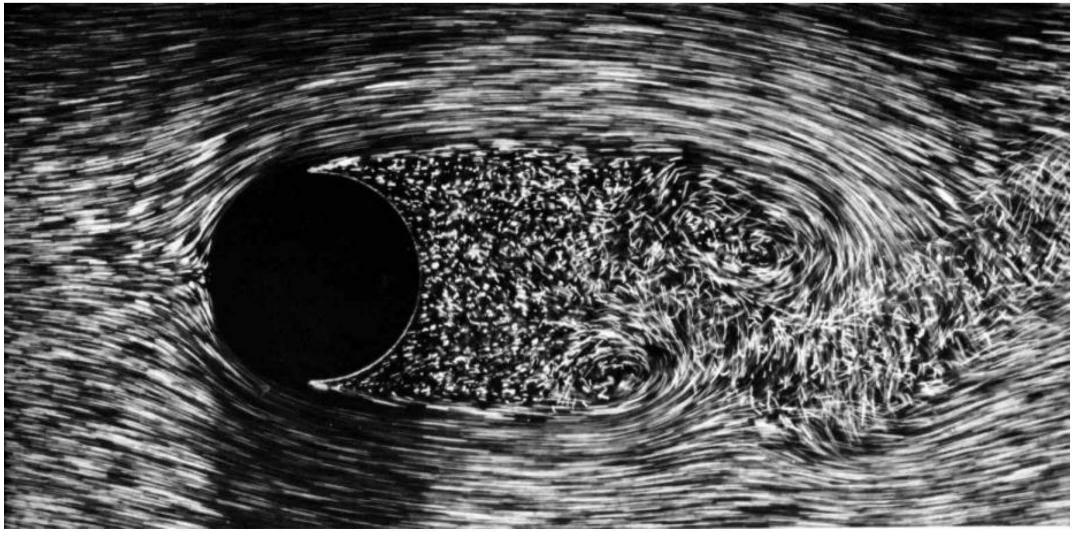


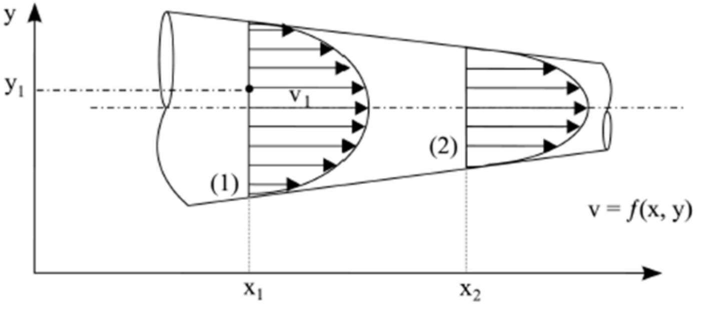


Classificação Geométrica

Escoamentos Bidimensionais

quando o escoamento puder ser completamente definido por linhas de corrente contidas em um único plano. Muitos tridimensionais podem ser simplificados para bidimensionais, com pouca perda de qualidade





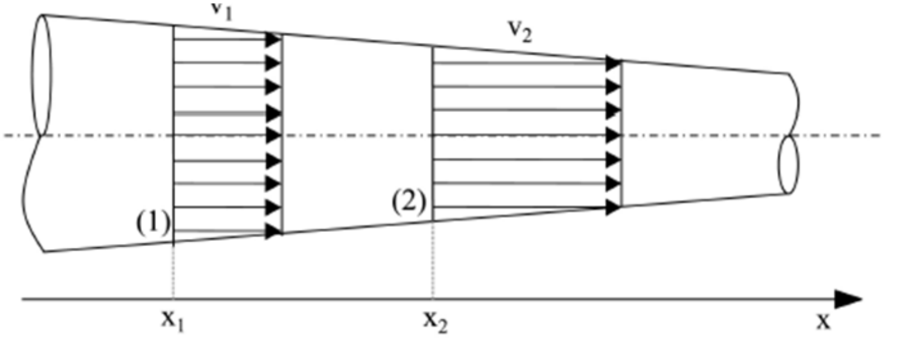
Numa primeira aproximação, o escoamento de fluido ao redor de um cilindro muito longo é bidimensional.

Classificação Geométrica

Escoamentos Unidimensionais

Uma única coordenada é suficiente para descrever as propriedades do fluido.

Para que isso aconteça é necessário que as propriedades sejam constantes em cada seção.



Classificação quanto a direção da trajetória

– **Escoamento Laminar**:

As partículas descrevem trajetórias paralelas e suaves. A viscosidade amortece qualquer tendência de rotação (swirl) ou de mistura. $Re < 2000$

– **Escoamento turbulento**:

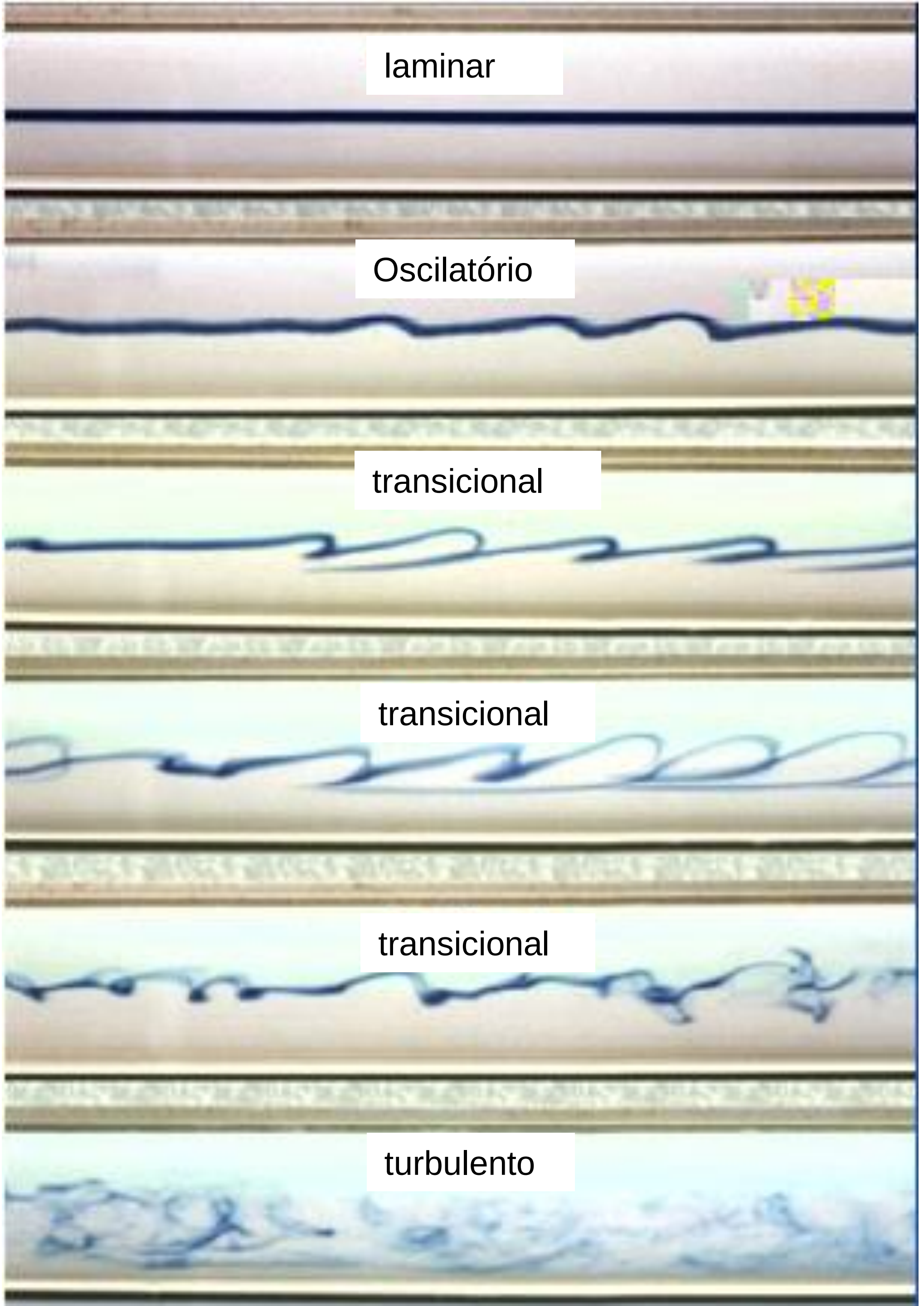
As trajetórias são erráticas e sua previsão é “impossível”; a mistura é eficiente; velocidade flutua no ponto. $Re > 2400$

– **Transição**:

Representa a passagem do escoamento laminar para o turbulento ou vice-versa.

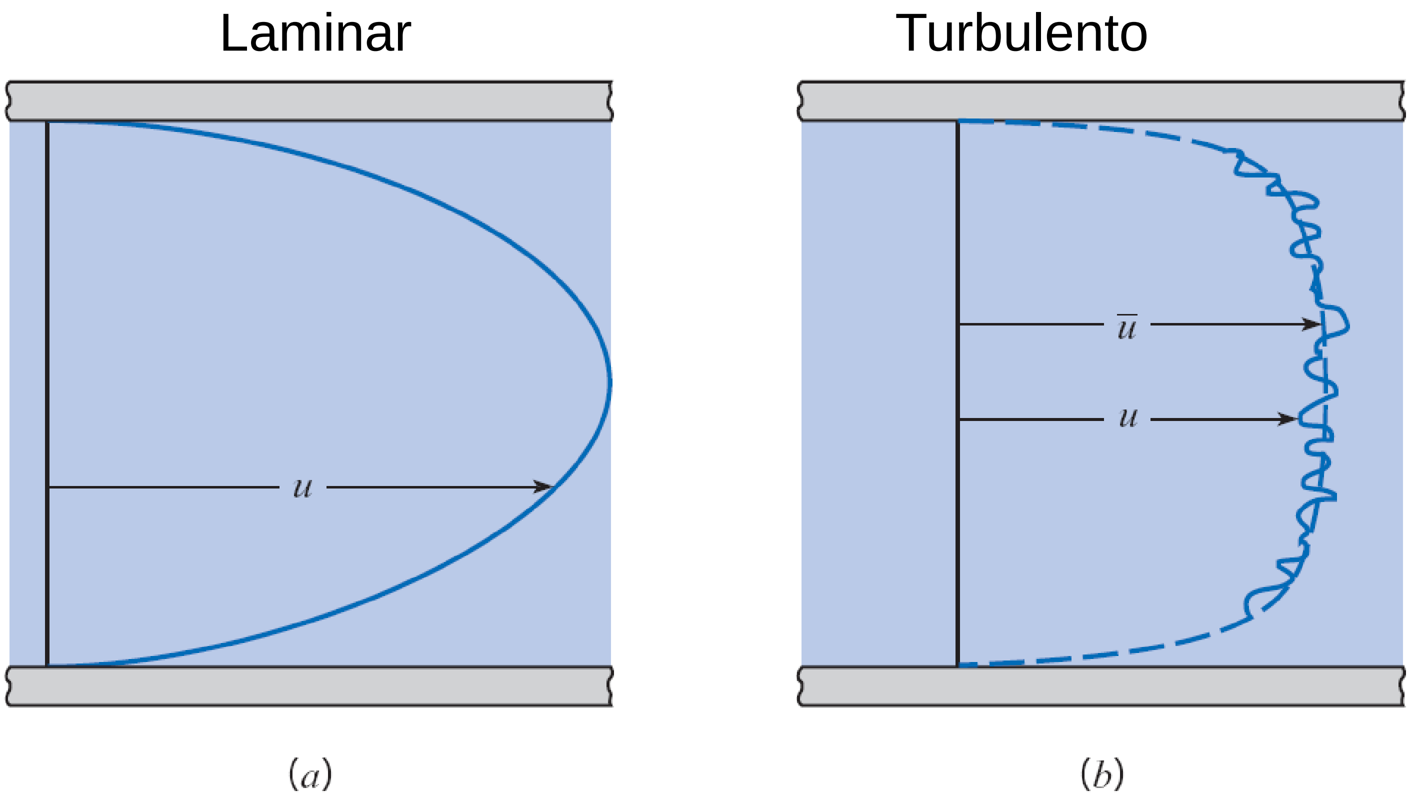
Experimento de Reynolds –

escoamentos laminar, na transição e turbulento



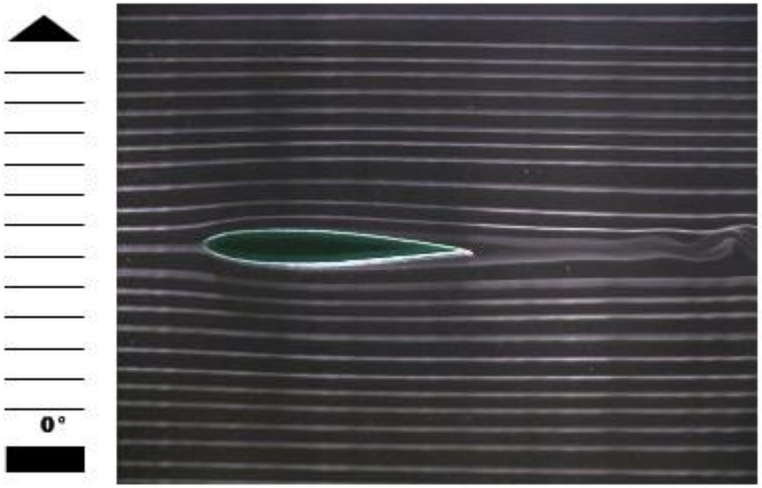
Escoamento no interior de dutos

Perfis de velocidade



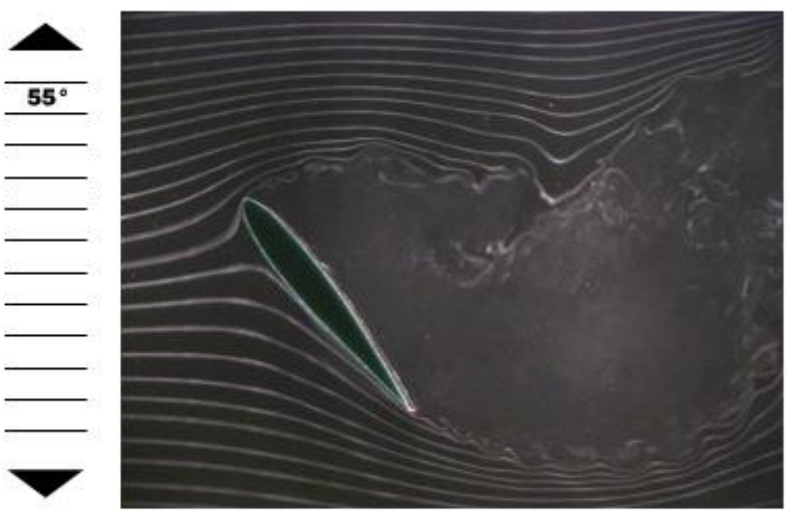
O escoamento laminar tem a forma parabólica.

O escoamento turbulento tem a forma log-linear ou de perfil de potência.

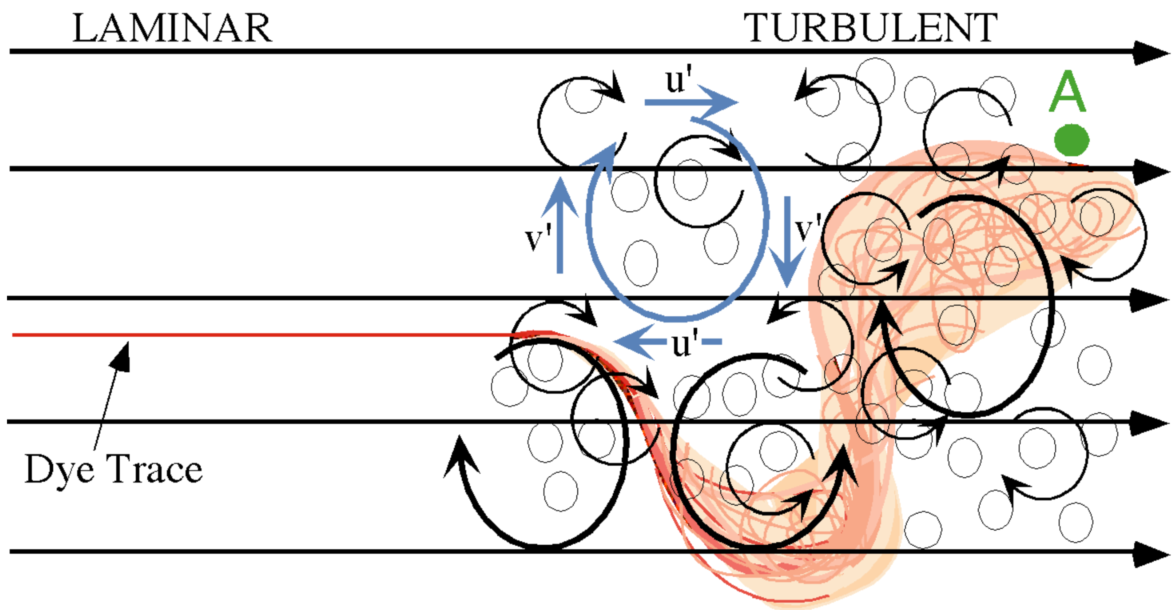


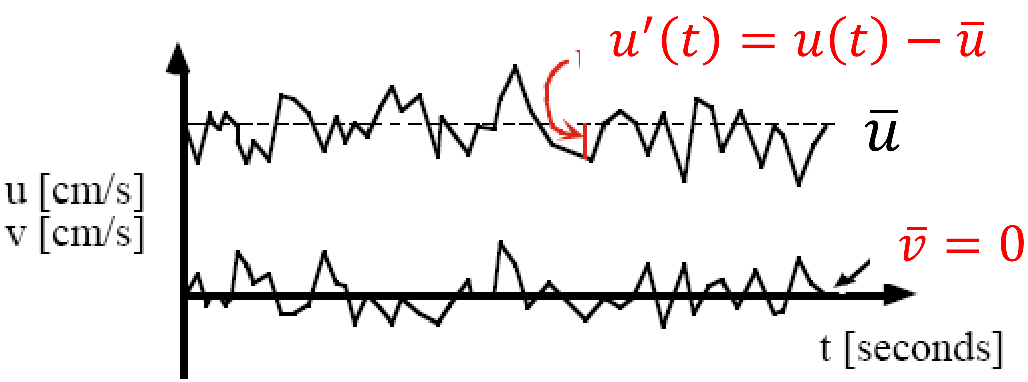
Escoamento ao redor de aerofólio:

Parcialmente laminar, i.e., se desenvolve em camadas (lâminas) ao redor do objeto.



O escoamento se torna mais turbulento com o aumento do ângulo de ataque.





No ponto A:

$$u(t) = \bar{u} + u'(t)$$

$$v(t) = \bar{v} + v'(t)$$

= média + flutuação turbulenta




Classificação quanto à variação no tempo

– **Permanente**:

As propriedades médias estatísticas das partículas fluidas $(F, \vec{v}, \rho, p, \gamma, \mu, etc.)$ *<u>são funções exclusivas de ponto e independem do tempo</u>*.

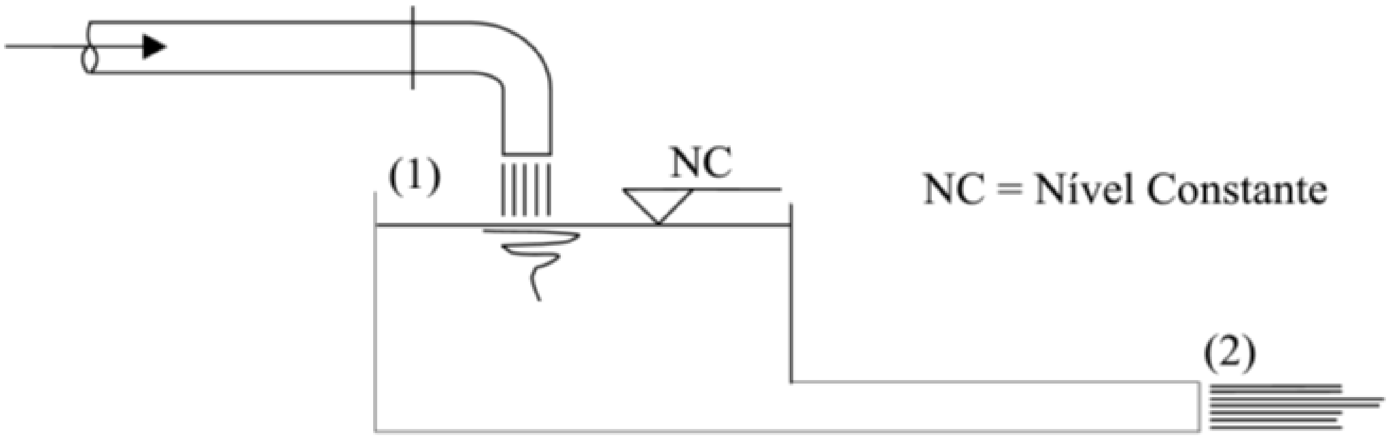
$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0 \; ; \; \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \; ; \; \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

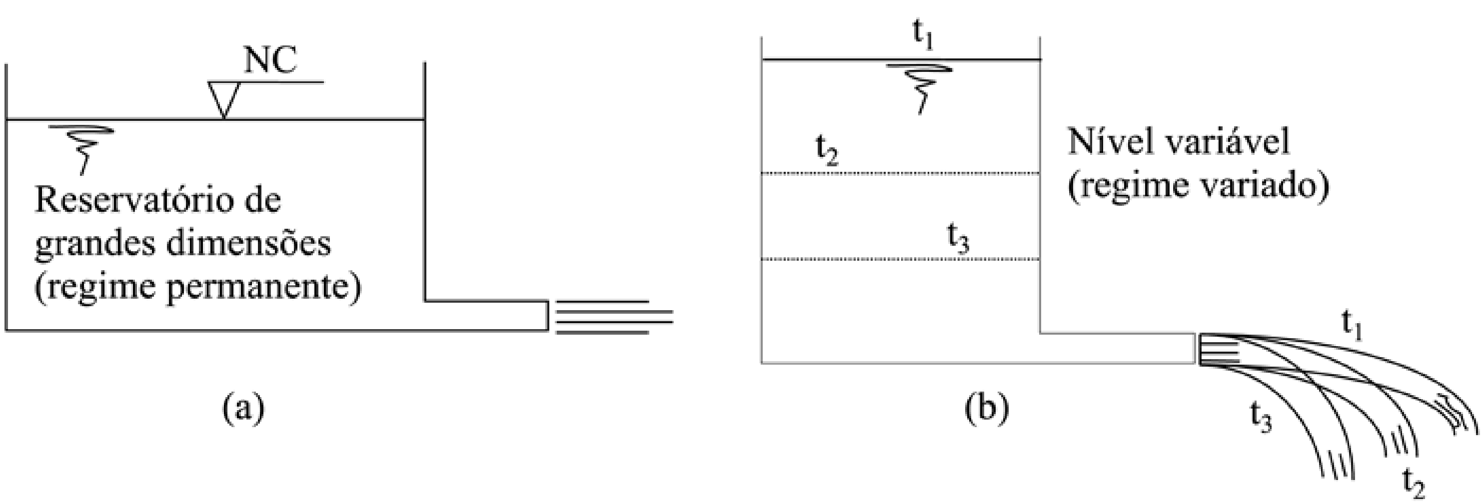
O Escoamento Turbulento pode ser em regime permanente?
Se feita a média em um tempo adequado, sim.

– **Não Permanente (transiente)**

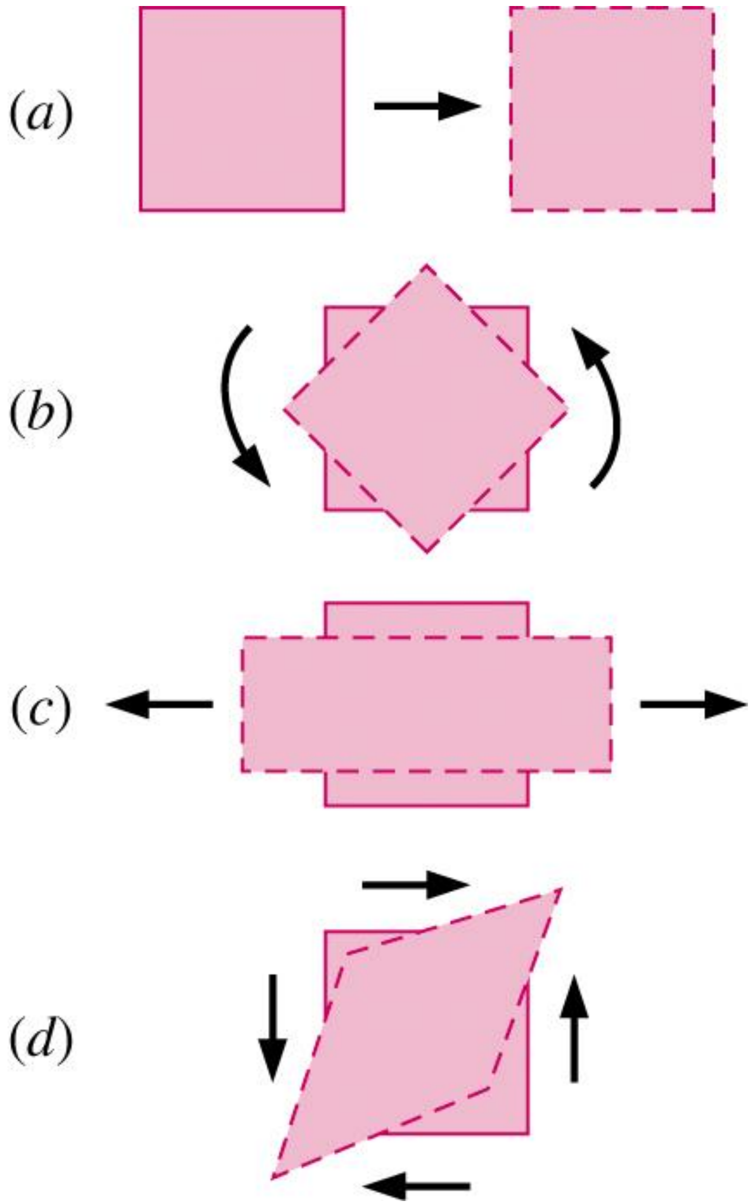
Quando as propriedades do fluido mudam no decorrer do escoamento;

Regime Permanente ou Variável





Partícula fluida pode passar por 4 tipos de movimento



Translação

velocidade: taxa de translação

Rotação

velocidade angular: taxa de rotação

Deformação linear

taxa de deformação linear

Deformação angular

taxa de deformação por cisalhamento

Classificação de escoamentos quanto à compressibilidade

Incompressíveis- quando o número de Mach $Ma = {}^{V}/_{c} \leq 0{,}3$. Para ar em pressões e temperaturas próximas à ambiente, significa que as equações da mecflu são válidas até velocidades de 100 m/s (*v= velocidade do fluido, c= velocidade do som no fluido*)

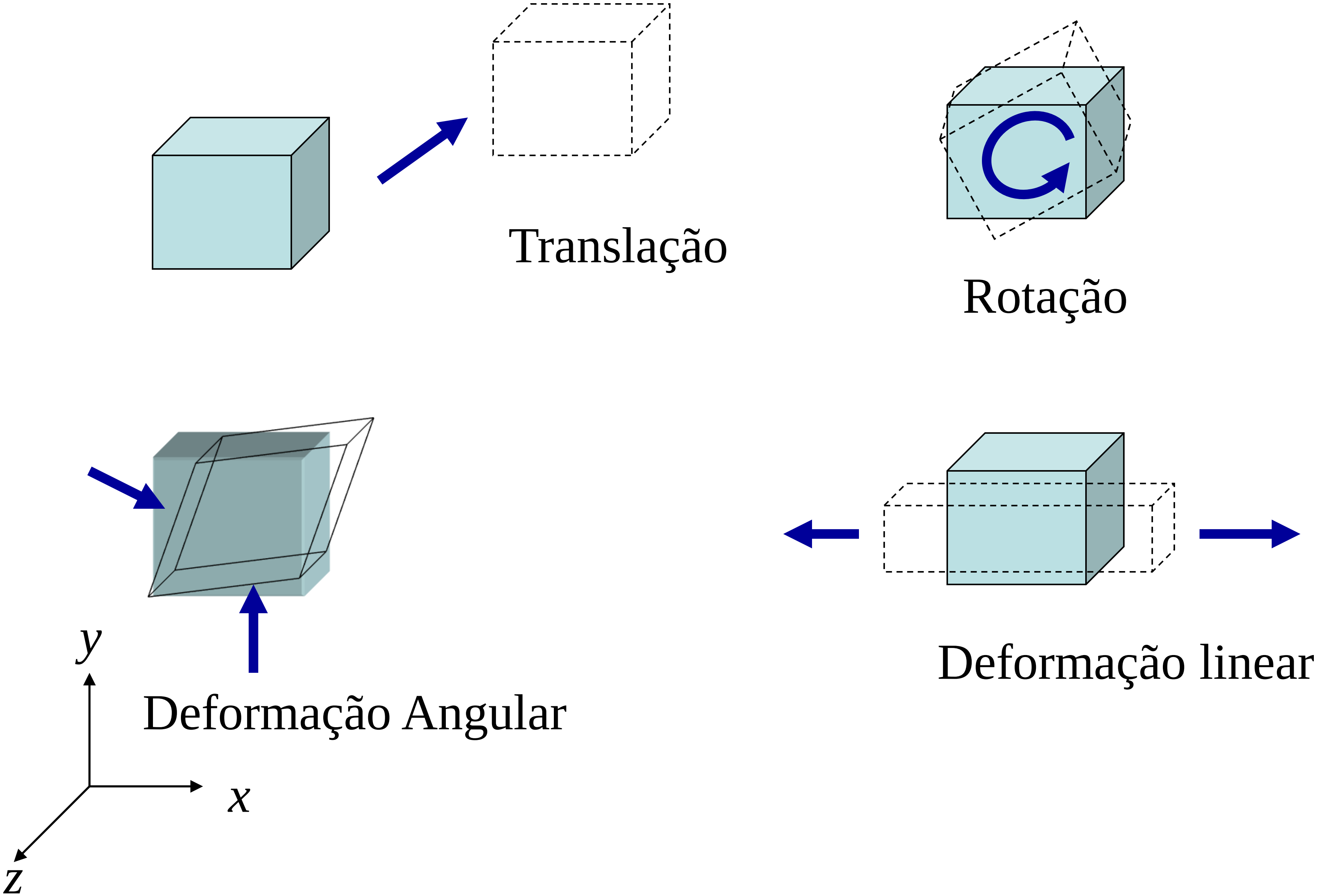
Compressíveis- para $Ma \geq 0{,}3$ as equações da mecflu não podem ser usadas

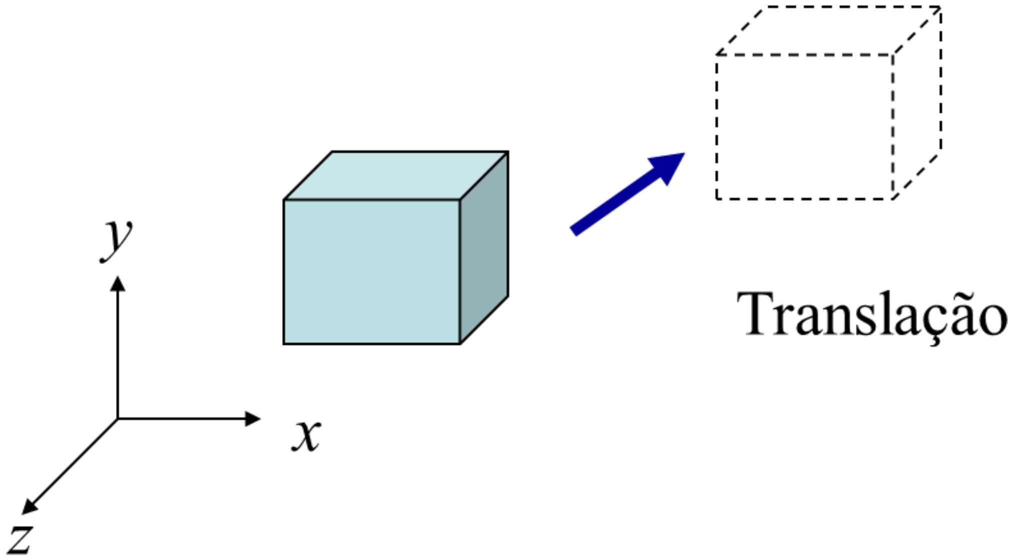
Classificação quanto ao movimento de rotação

- Quanto ao movimento de rotação:
  - **Rotacional**: A maioria das partículas desloca-se animada de velocidade angular em torno de seu centro de massa;
  - **Irrotacional**: As partículas se movimentam sem exibir movimento de rotação

Cinemática do Escoamento

❖Movimentos de um Elemento Fluido



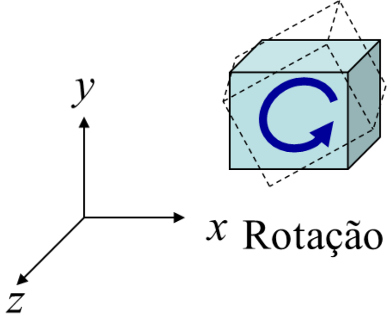


Definição de aceleração em coordenadas de Euler, a ser explicada nos slides seguintes.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + u\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{v}}{\partial z}$$

ou

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\nabla)\vec{v}$$



Velocidade angular $\vec{\omega}$ (ou vetor turbilhão)

$$\vec{\omega}=\frac{1}{2}rot\vec{v}=\frac{1}{2}\nabla\wedge\vec{v}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ u & v & w\end{vmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right)\vec{i}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right)\vec{j}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)\vec{k}$$

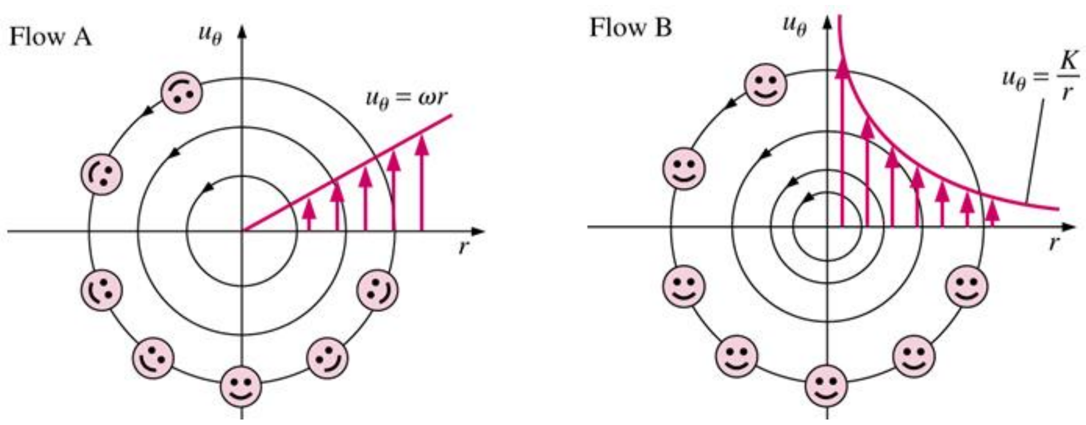
Se $\omega=0$, o fluido é irrotacional.

Define-se ainda o vetor **vorticidade** como $\overrightarrow{\Omega}=2\vec{\omega}=\nabla\wedge\vec{V}$

A vorticidade é uma medida da rotação do elemento fluido

Vetor vorticidade $\vec{\Omega} = 2\vec{\omega}$ em coordenadas cilíndrico-polares:

$$\vec{\Omega} = \nabla x \vec{V} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial z}\right)\overrightarrow{e_e} + \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r}\right)\overrightarrow{e_\theta} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial r V_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \theta}\right)\vec{k}$$



Na figura A se tem $u_r = 0$ e $u_\theta = \omega r$

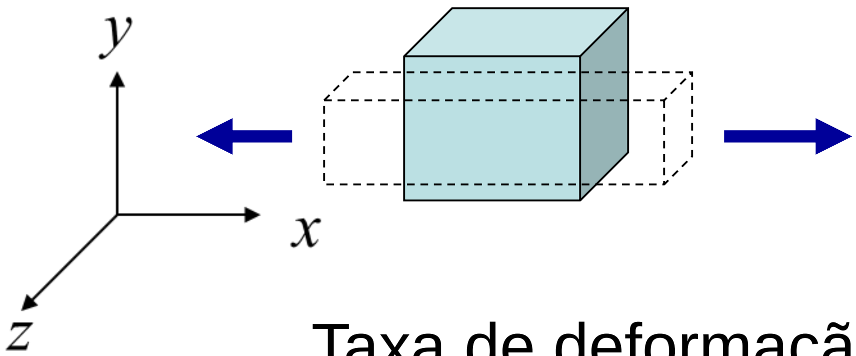
$$\vec{\Omega} = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(r u_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right]\overrightarrow{e_z} = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(\omega r^2)}{\partial r} - 0\right]\overrightarrow{e_z} = 2\omega\overrightarrow{e_z}$$

rotacional

Na figura B , se tem $u_r = 0$ e $u_\theta = \frac{k}{r}$

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(r u_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right]\overrightarrow{e_z} = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(k)}{\partial r} - 0\right]\overrightarrow{e_z} = 0\overrightarrow{e_z}$$

irrotacional



Deformação linear

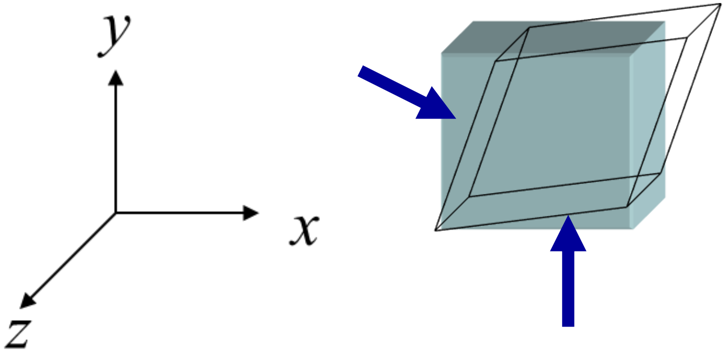
Taxa de deformação normal na direção x

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\left[u+\frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{2}-\left(u-\frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)\right]}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

deformação volumétrica $\nabla.\vec{v} = div\vec{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$

Representa a taxa de variação de volume por unidade de volume

O divergente mostra se o fluido é incompressível: $\nabla.\vec{v} = 0$



Deformação Angular

Tensor taxa de deformação angular:

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$ componente ε_{xy} no plano xy

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

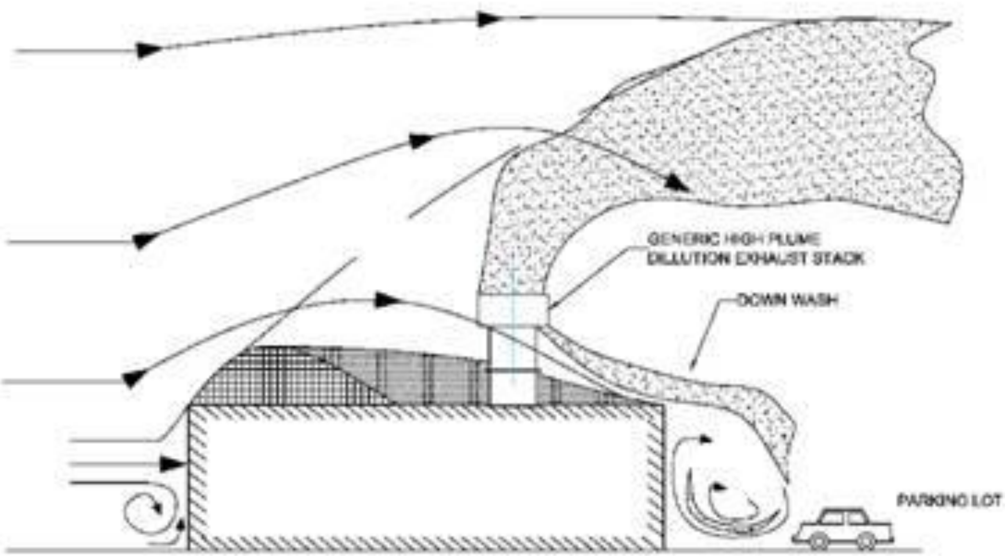
$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

Cinemática dos fluidos

Na mecânica geral os corpos são sólidos e V descreve a velocidade do corpo em função de um referencial.

No fluido, considerado um *continuum,* qualquer propriedade de uma partícula deveria ser formulada em função da posição, em um dado instante.

Como descrever a velocidade de infinitas partículas?



- Sólidos: as leis da Física descrevem **Sistemas** usando **Lagrange**: **Conservação de Massa, Momento e Energia** (por ex. acompanhar um carro em um sistema de referência - autódromo)

- Fluidos: é impossível seguir o sistema (infinitas partículas) e usa-se a abordagem de **Euler** (**Volume de Controle**):

Observam-se as propriedades do escoamento em uma posição fixa do espaço (ex: termopares em boca de chaminé)

Posição e velocidade do carro no autódromo: Lagrange
Matriz de tubos de Pitot atrás da roda, para determinar o campo de velocidades em pontos fixos: **Euler**

Método Euleriano aplicado a um arranjo com tubos de Pitot em ensaio em carro de F1.

Observe que a posição do carro na pista é monitorada como um todo, Lagrange, mas a distribuição de velocidades do ar na frente do pneu é monitorada em pontos fixos, Euler.

As leis da física foram desenvolvidas para sistemas (Lagrange), mas devem valer num mundo Euleriano!

→**Teorema do Transporte de Reynolds** (a ser visto mais à frente)

Lagrange

Propriedades ($m, \rho, \mu, \vec{x}, \vec{V}, P, T, etc.$) de partículas são descritas como **função do tempo ao longo de sua trajetória.**

Ex: pássaros etiquetados com RF e acompanhados ao longo do tempo.

Euler

Descreve um ***campo*** de propriedades ($m, \rho, \mu, \vec{x}, \vec{V}, P, T, etc.$) como **funções da posição (normalmente uma posição fixa) e do tempo. Volume de controle VC**

Ex: pássaros fotografados em um local particular. Ou: termopares distribuídos sobre a boca da chaminé. Chaminé Vale, lata de spray

O campo do vetor de velocidades pode ser complexo:

$$\vec{V} = u(x,y,z,t)\vec{i} + v(x,y,z,t)\vec{j} + w(x,y,z,t)\vec{k}$$

$$V = \left|\vec{V}\right| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$

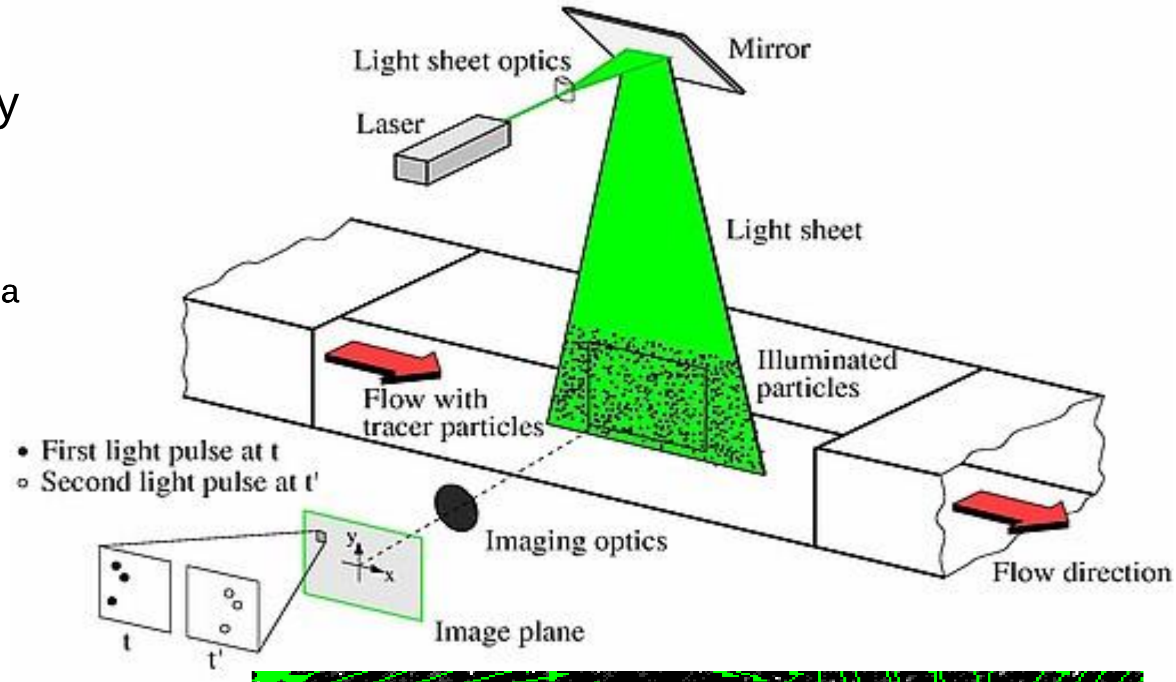
A visualização é sempre muito importante e, para auxiliar a observação e o tratamento em engenharia, definem-se **Linha de Corrente**, **Trajetória** e **Linha de Emissão** de uma partícula.

A referência mais abrangente para a visualização de escoamentos ainda hoje é uma série de filmes produzido pelo National Committee for Fluid Mechanics Films, nos EUA, produzida na década de 1960 por Ascher Shapiro. Os filmes são em preto e branco e podem ser encontrados no seguinte endereço (2017):

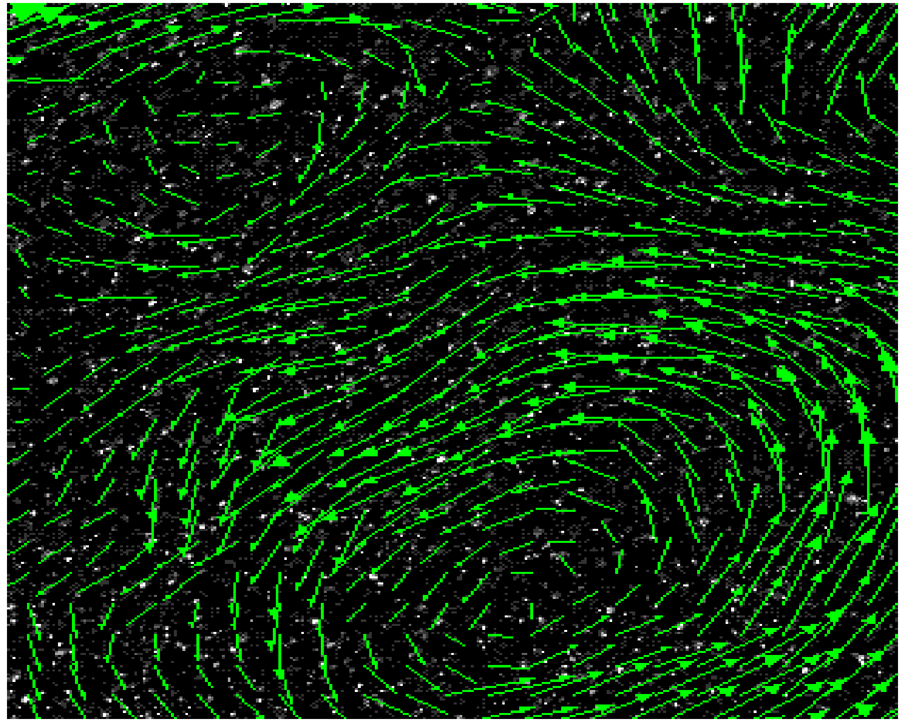
http://web.mit.edu/hml/ncfmf.html

PIV: Particle Image Velocimetry

Método experimental para determinação do campo de velocidades (desenvolvido na 1ª década de 2000)

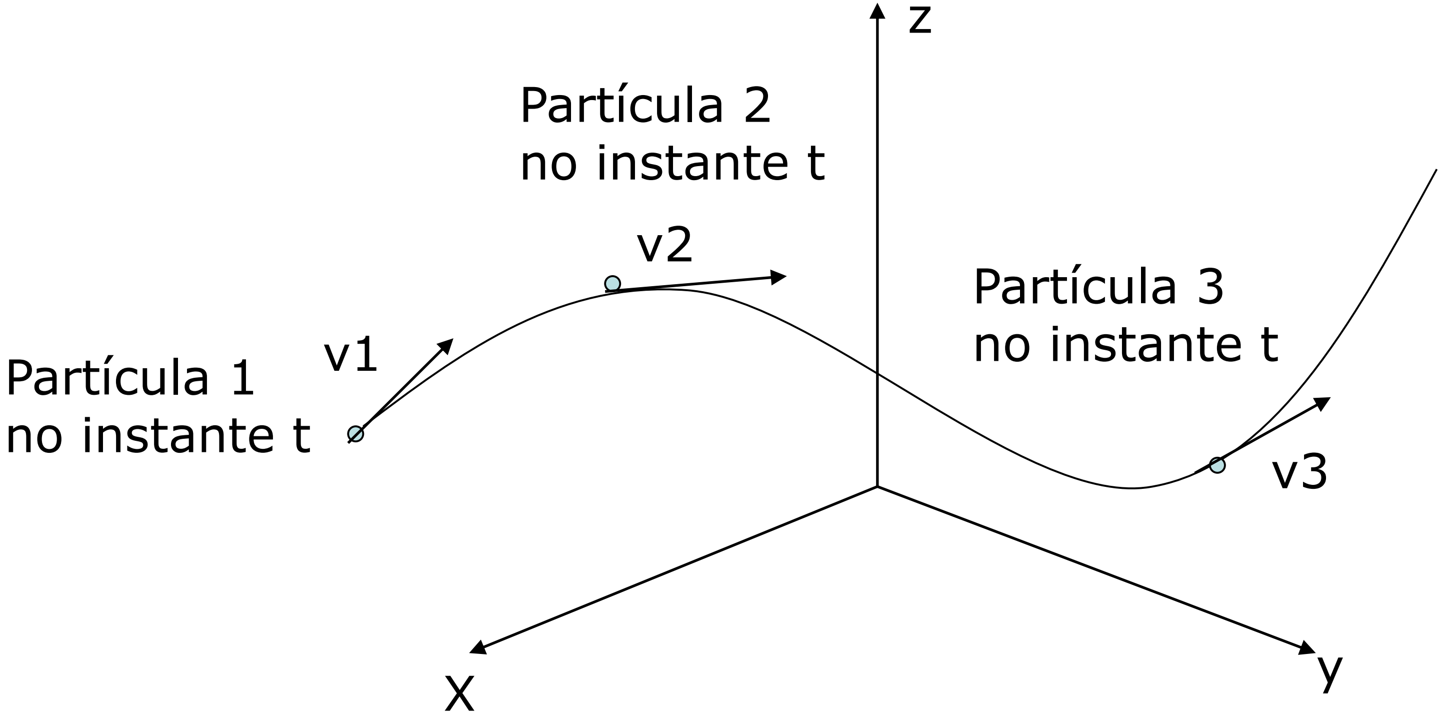


Campo de velocidades de um escoamento



Linha de Corrente - LC

- Linhas tangentes à direção do escoamento em cada ponto do campo de escoamento, em um dado instante.
- Duas linhas de corrente não podem se interceptar (o ponto teria duas velocidades)
- O tempo não é variável na equação da LC, já que o conceito se refere a um determinado instante (é uma fotografia instantânea).



Equação da Linha de Corrente - LC

Como são linhas tangentes à direção do escoamento, o produto vetorial da velocidade pelo deslocamento as definem. Em um escoamento bidimensional:

$$\vec{\boldsymbol{V}} \wedge \boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{0} = (\boldsymbol{u}\vec{\boldsymbol{\imath}} + \boldsymbol{v}\vec{\boldsymbol{\jmath}}) \wedge (\boldsymbol{dx}\vec{\boldsymbol{\imath}} + \boldsymbol{dy}\vec{\boldsymbol{\jmath}}) = (\boldsymbol{udy} - \boldsymbol{vdx})\vec{\boldsymbol{k}}$$

$\therefore$ ao logo de uma linha de corrente: $\boldsymbol{udy} - \boldsymbol{vdx} = \boldsymbol{0}$

$$\frac{\boldsymbol{dy}}{\boldsymbol{dx}} = \frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{u}}$$

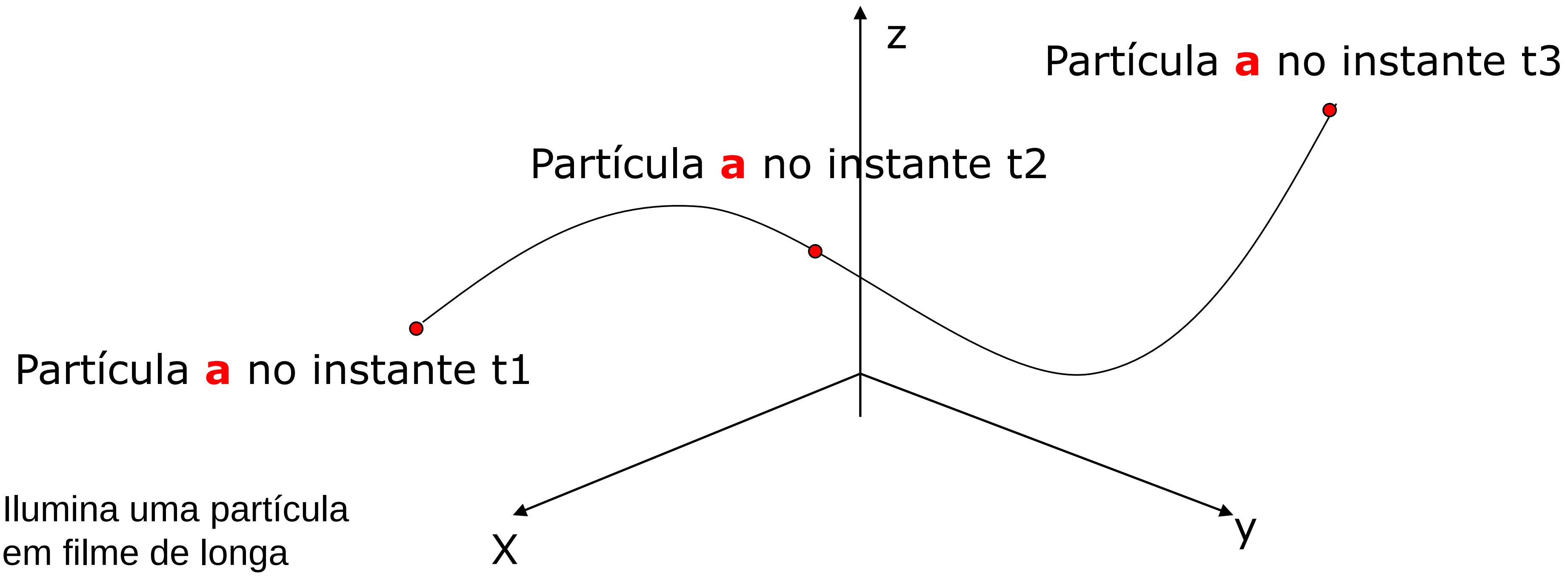
LC são úteis em análises de escoamentos, mas são difíceis de serem observadas experimentalmente em escoamentos não permanentes

Em regime permanente, a **LC**, a **Trajetória** e a **Linha de Emissão** coincidem

Trajetória : É o LG dos pontos ocupados por uma dada partícula ao longo de seu escoamento.

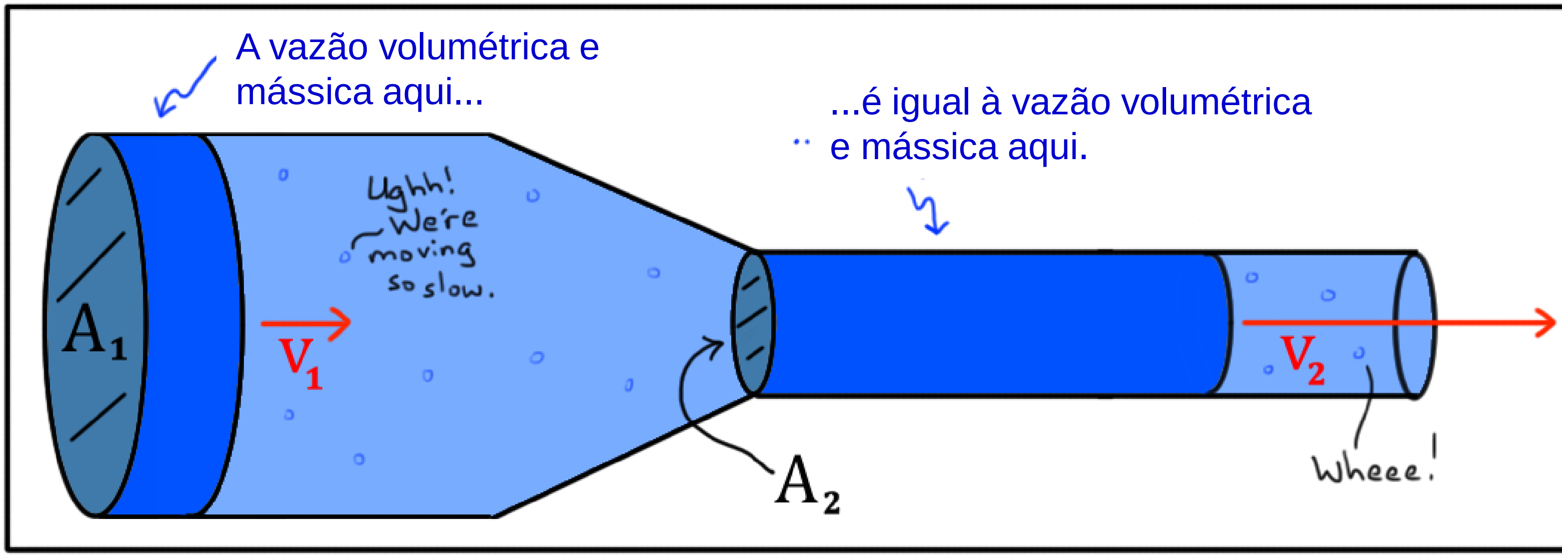
Equações da trajetória $\quad u = \frac{dx}{dt} \quad e \quad v = \frac{dy}{dt}$

Equações paramétricas $\quad x = x_0 f(t) \quad e \quad y = y_0 f(t)$



Ilumina uma partícula em filme de longa exposição

Conceitos básicos de vazão



Define-se vazão mássica $\dot{m}$ como:

$$\dot{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{\rho V S} \qquad (\mathrm{kg/s})$$

ρ - massa específica; V - velocidade média na seção transversal; S - área da seção transversal

Define-se vazão volumétrica Q como:

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{VS} = {}^{\dot{m}}/_{\rho} \qquad \left({}^{m^3}/_{s}\right)$$

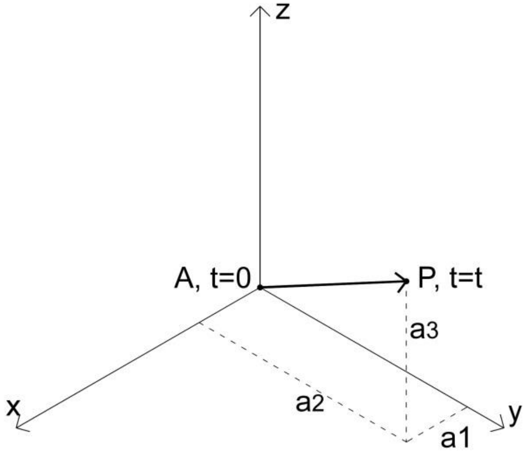
Aceleração de partículas em coordenadas cartesianas

Cinemática da partícula fluida – aceleração nos fluidos

Métodos:

Lagrange – acompanha o movimento das partículas e, em instantes sucessivos, observa a variação de uma grandeza G qualquer $(\vec{v}, p, \rho, \gamma, etc)$ nestas partículas.

Euler – Fixa-se um ponto geométrico $P(x_1, x_2, x_3)$ solidário ao sistema de referência e, em instantes sucessivos, observa-se a variação da grandeza G neste ponto



Lagrange

Grandeza $G(\vec{a}, t) = G(a_1, a_2, a_3, t)$

A e P são posições da **mesma partícula ξ** nos instantes 0 e t

A variação da grandeza G com o tempo é a derivada total (ou material, ou substantiva):

Porque acompanha matéria, substância

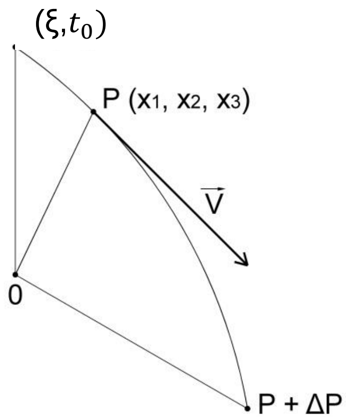
$$\frac{dG}{dt} = \left(\frac{\partial G}{\partial t}\right)_{\xi} = \lim_{t \to t_0} \frac{G(P,t) - G(A,t_0)}{t - t_0}$$

$\frac{\partial G}{\partial t}$ = variação observada de G associada à partícula ξ , que ocupou A em t_0 e P em t

Se $G = x \;\; \rightarrow \frac{dG}{dt} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{u}$

Euler

Observa um campo (ou um ponto) fixo no espaço e **não** acompanha a partícula →a grandeza G varia no **tempo e no espaço**.



Partícula ξ cujo centro (P,t) descreve no referencial S uma trajetória que passa por P em t e por $P + \Delta P\ em\ t + \Delta t$.

Seja $G(\xi,t)$o valor da grandeza associado à partícula cuja derivada se pretende em $P(x_1,x_2,x_3)$, em t.

O valor desta grandeza será, em variáveis de Euler

$$G(\xi,t) = G(P,t)\ em\ t\ e$$

$$G(\xi,t+\Delta t) = G(P+\Delta P, t+\Delta t)\ , no\ instante\ t+\Delta t$$

$$G(\xi, t) = G(P, t)\ em\ t, e\ G(\xi, t + \Delta t) = G(P + \Delta P, t + \Delta t)\ , no\ instante\ t + \Delta t$$

Segundo Lagrange a derivada total da grandeza G será:

partícula

$$\frac{dG}{dt} = \left.\frac{\partial G}{\partial t}\right)_{part.A} = \underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{G(\xi, t + \Delta t) - G(\xi, t)}{\Delta t}}_{Lagrange}$$

posição

que, substituído pela posição $\underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{G(P+\Delta P, t+\Delta t) - G(P, t)}{\Delta t}}_{Euler}, ou$:

$$\frac{dG}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{G(P+\Delta P, t+\Delta t) - \boldsymbol{G(P, t+\Delta t)}}{\Delta t} + \frac{\boldsymbol{G(P, t+\Delta t)} - G(P, t)}{\Delta t}\right]$$

Observar que o mesmo termo foi somado e subtraído

$$\frac{dG}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{G(P+\Delta P,t+\Delta t)-\boldsymbol{G(P,t+\Delta t)}}{\Delta t} + \frac{\boldsymbol{G(P,t+\Delta t)}-G(P,t)}{\Delta t}\right]$$

A segunda parcela é a derivada local: $\left.\frac{\partial G}{\partial t}\right)_P$ (no ponto P)

Aplicando-se a regra da cadeia à primeira parcela:

$$\frac{dG}{dt} = \frac{dx}{dt}\,\frac{dG}{dx}$$

Como $\frac{dx}{dt} = v_i$ e $\frac{dG}{dx} = \nabla G$ (lembrando que $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$):

Produto escalar

$$\frac{dG}{dt} = \frac{\partial G}{\partial t} + (\vec{v}.\nabla)G$$

$$\frac{dG}{dt} = \frac{\partial G}{\partial t} + (\vec{v}.\nabla)G$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z}$$

Derivada total=derivada local + derivada convectiva

Os termos convectivos podem ser vistos como uma correção devido ao fato que novas partículas com diferentes propriedades estão se movendo para nosso volume de observação.

- Aceleração com **Lagrange** é a taxa de variação da velocidade com o tempo:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{du}{dt}\vec{i} + \frac{dv}{dt}\vec{j} + \frac{dw}{dt}\vec{k}$$

Aceleração com **Euler** em Coordenadas Cartesianas

Este é provavelmente um dos conceitos mais fundamentais do curso, mas não é muito intuitivo:

$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + (\vec{V}.\nabla)\vec{V}$$

ou

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}$$

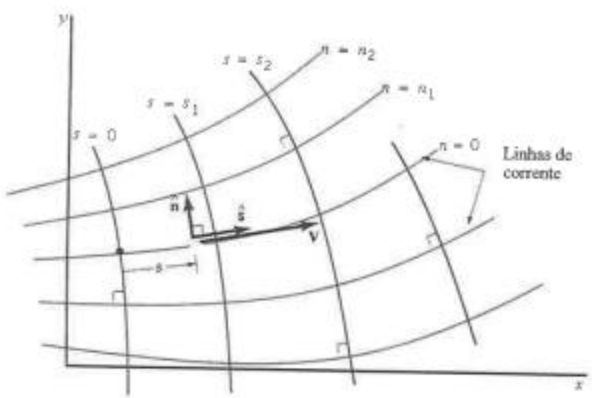
$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$a_x = \frac{du}{dt} = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\vec{\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{dV}}{\boldsymbol{dt}} = \frac{\boldsymbol{\partial V}}{\boldsymbol{\partial t}} + \left(\vec{\boldsymbol{V}}.\boldsymbol{\nabla}\right)\vec{\boldsymbol{V}}$$

- O termo $\frac{\partial V}{\partial t}$ é chamado aceleração local; representa a "instabilidade" da velocidade e é zero para Reg. Perm.
- Os termos $u\frac{\partial \vec{V}}{\partial x}; v\frac{\partial \vec{V}}{\partial y}; w\frac{\partial \vec{V}}{\partial z}$ são as acelerações convectivas; representam o fato de que a velocidade do fluido pode variar devido ao movimento de uma partícula de um ponto a outro do espaço; pode ocorrer tanto para escoamento transiente quanto em regime permanente.

.



Pode ser conveniente usar um sistema de coordenadas definido em função das linhas de corrente, com versores $\vec{s}$ e $\vec{n}$

$\vec{V} = V\vec{s}$, pois a velocidade é sempre tangente à direção s

$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = a_s\vec{s} + a_n\vec{n}$ e pode-se mostrar que

$$\vec{a} = V\frac{\partial V}{\partial s}\vec{s} + \frac{V^2}{R}\vec{n} \quad ou\ seja\text{:}\ \ a_s = V\frac{\partial V}{\partial s}\ \ e\ \ a_n = \frac{V^2}{R}$$

$V\frac{\partial V}{\partial s}\vec{s}$ é a aceleração convectiva ao longo da LC e $\frac{V^2}{R}\vec{n}$ é a aceleração centrífuga normal ao movimento do fluido.

$\vec{n}$ aponta para o centro de curvatura da linha de corrente e quando o escoamento for paralelo,
$\boldsymbol{R\ tende\ a\ \infty\ e\ portanto\ a_n = 0}$