Estática dos Fluidos

PMC 3222 ,2018
Prof. Marcos Tadeu Pereira

Estática dos fluidos

Objeto: estudo dos fluidos em repouso

Objetivo: Análise das pressões e sua variação e distribuição no interior do fluido e em contato com superfícies.

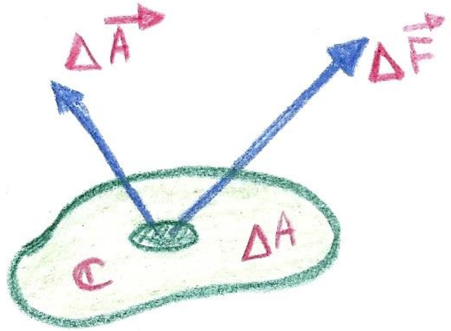
Aplicações:

- Medição de pressão em tubulações
- Estudo de cargas provocadas por fluidos em superfícies
- Máquinas.

Conceituação de forças e tensões

Força de contato: arrasto, pressão
Foça de campo: gravitacional, eletromagnética
Tensão

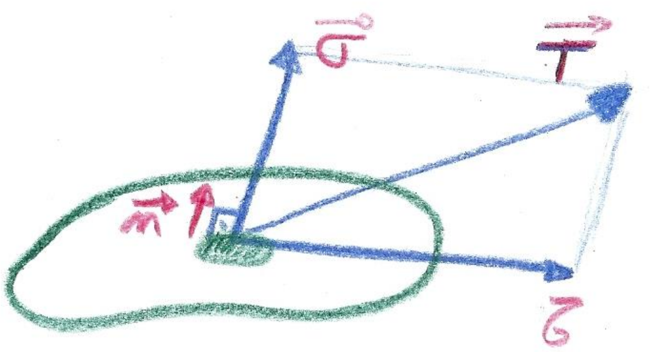
Tensão no ponto $C = \lim_{\Delta \vec{A} \to 0} \frac{d\vec{F}}{d\vec{A}}$



Não sabemos resolver a divisão de um vetor por outro neste momento, e escolhemos então uma normal $\vec{n}$ à superfície do corpo em C, definindo então uma grandeza **vetorial**:

$$\vec{\tau}(C, \vec{n}) = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{d\vec{F}}{dA} = \left. \frac{d\vec{F}}{dA} \right|_{\vec{n}}$$

$$T(C, \vec{n}) = \sigma\vec{n} + \tau\vec{t}$$



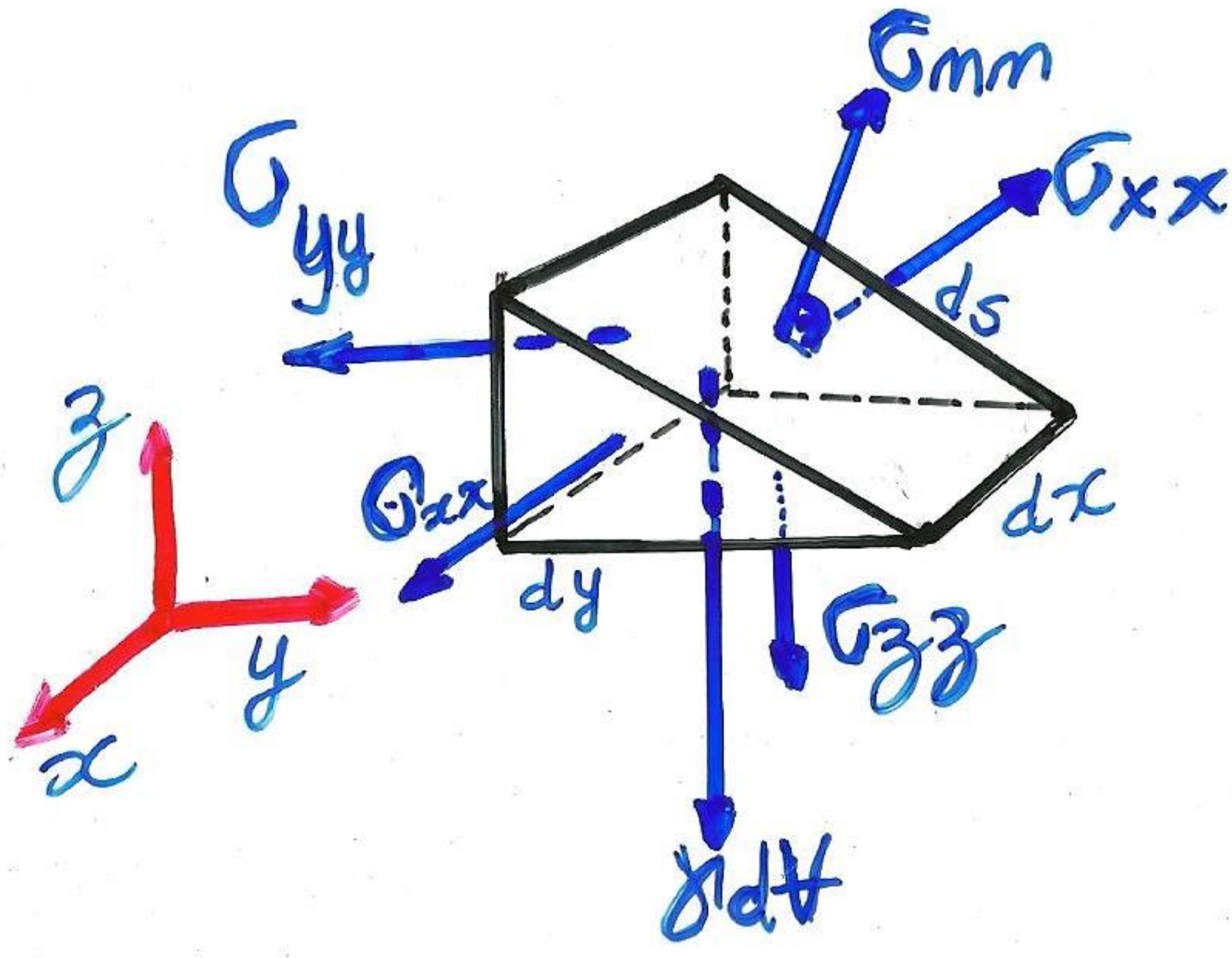
$\vec{\sigma} =$ tensão normal (tração ou compressão)

$\vec{\tau} =$ tensão de cisalhamento ou tangencial

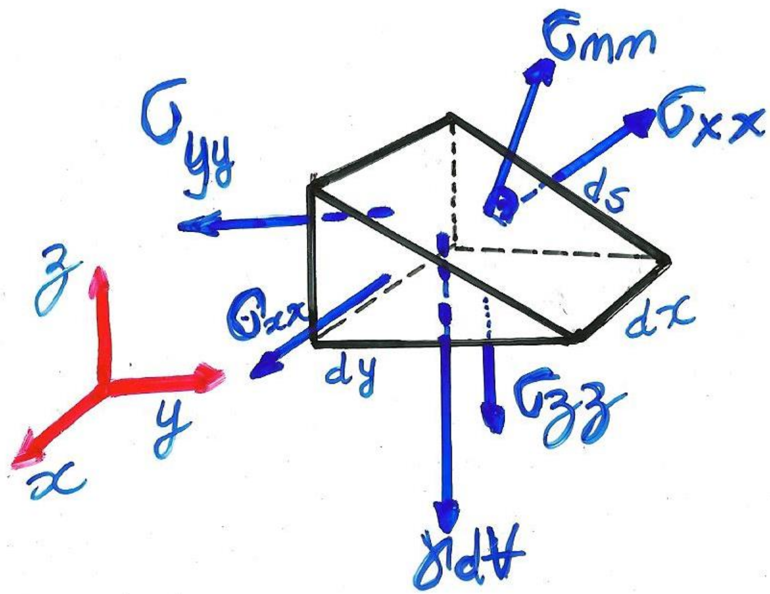
Unidade: N/m^2 = Pa (Pascal)

Quanto às tensões normais, geralmente fluidos só estão submetidos a tensões de compressão

Tensão em um ponto em um fluido em repouso (não há tensões de cisalhamento):



Tensão em um ponto em um fluido em repouso (não há tensões de cisalhamento):



2a Lei de Newton em z:

$$dF_z = dm.a_z$$

$$-\sigma_{zz}dxdy + \sigma_{nn}dsdxsen\theta - \rho g dV = \rho dV a_z$$

e, como $dV = \frac{dxdydz}{2}$ $e\ sen\theta = \frac{dy}{ds}, resulta$

$$-\sigma_{zz}dxdy + \sigma_{nn}dsdxdy/ds - \rho g dxdydz/2 = \rho \frac{dxdydz}{2} a_z$$

E, como $a_z = o\ e\ \div dxdy \rightarrow$

$$-\sigma_{zz} + \sigma_{nn} - \rho g dz/2 = 0 \rightarrow como\ d_z \sim 0 \rightarrow \boldsymbol{\sigma_{zz} = \sigma_{nn}}$$

Podemos mostrar igualmente que na direção y teremos $\sigma_{nn} = \sigma_{yy}$

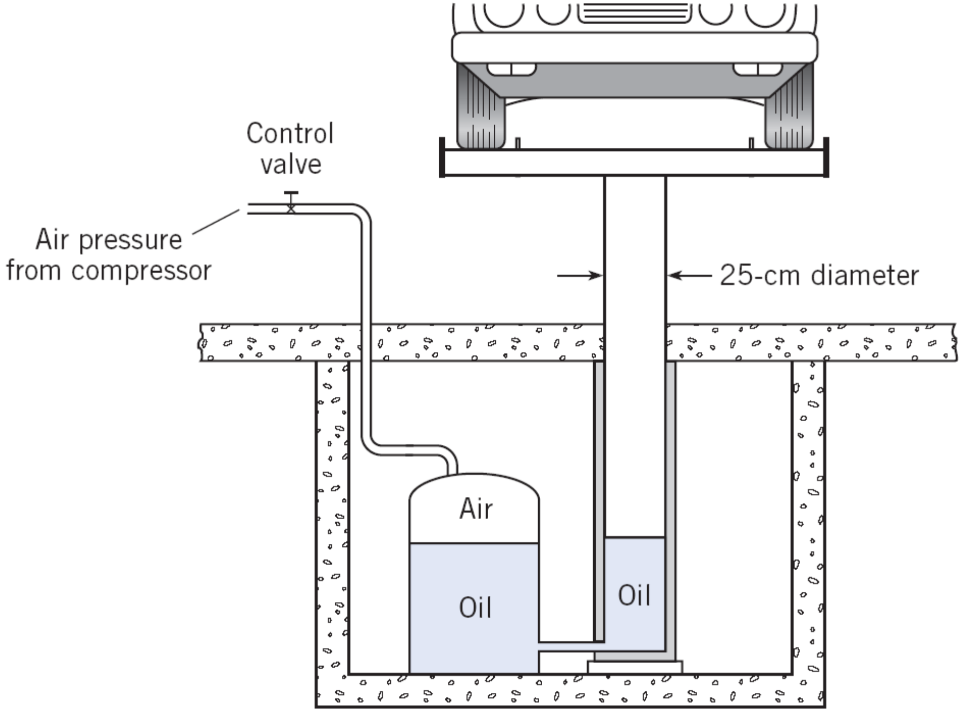
Conclusão: como o formato do elemento é arbitrário, em um fluido em repouso a tensão normal em um ponto é a mesma em todas as direções e é portanto uma **grandeza escalar**.

Denominada **Pressão**.

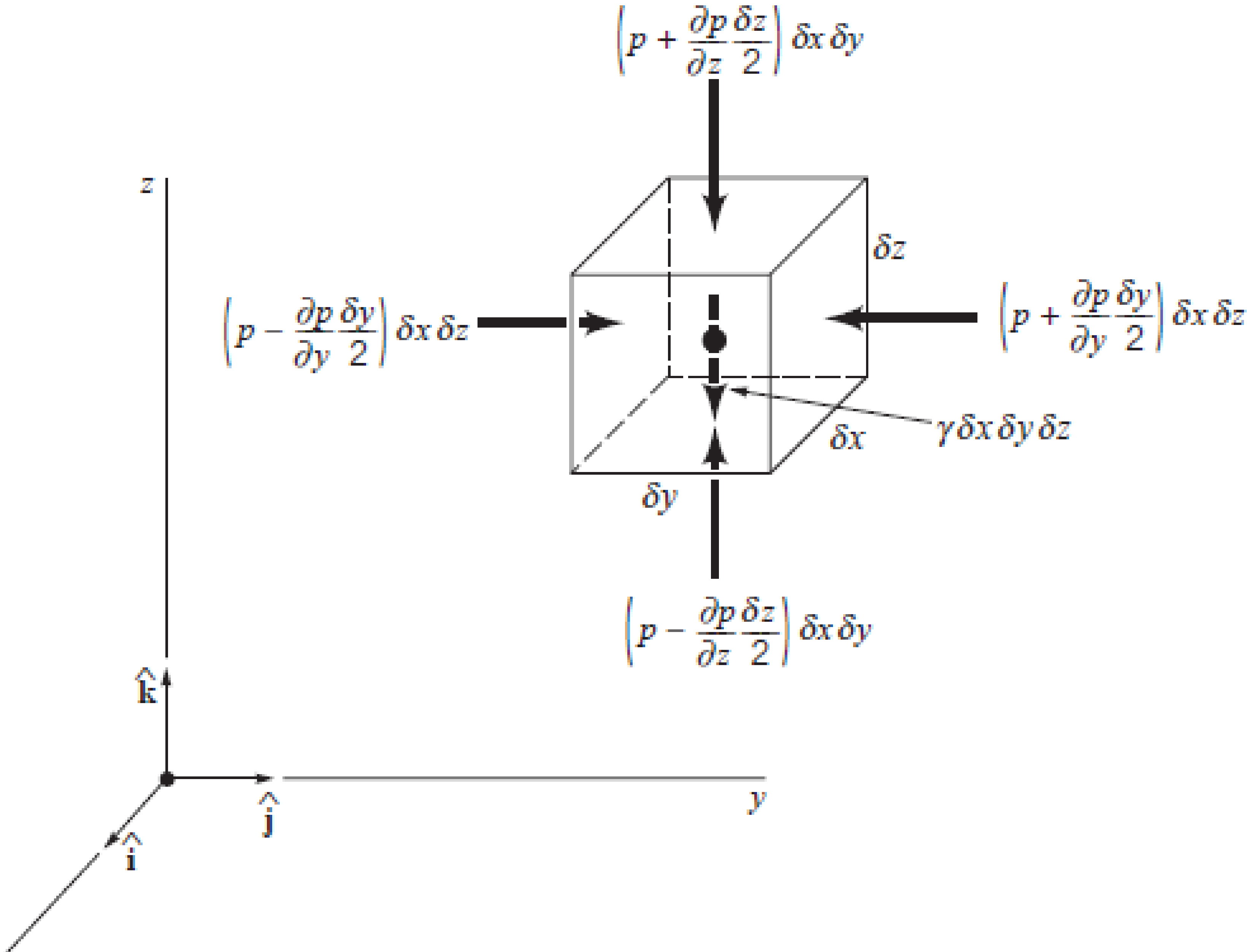
Como o matemático da anedota, acabamos de provar que pressão existe.

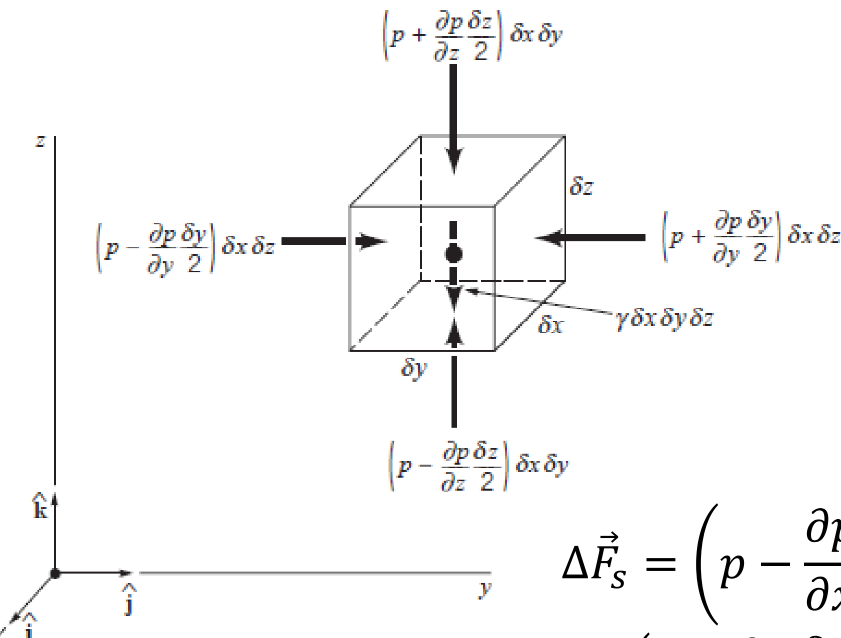
Lei de Pascal

Em um sistema fechado, mudanças de pressão em um ponto são transmitidas a todo o sistema.



Equação fundamental da estática





Equação fundamental da estática

Força de campo $\Delta\vec{F}_c = \gamma\delta_x\delta_y\delta_z(-\vec{k})$

Forças de superfície: $\Delta\vec{F}_s$

$$\Delta\vec{F}_s = \left(p - \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\delta_x}{2}\right)\delta_y\delta_z\vec{\imath} + \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\delta_x}{2}\right)\delta_y\delta_z(-\vec{\imath}) +$$

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\delta_y}{2}\right)\delta_x\delta_z\vec{\jmath} + \left(p + \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\delta_y}{2}\right)\delta_x\delta_z(-\vec{\jmath}) +$$

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial z}\frac{\delta_z}{2}\right)\delta_x\delta_y\vec{k} + \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{\delta_z}{2}\right)\delta_x\delta_y(-\vec{k})$$

$\therefore\ \Delta\vec{F}_s = -\underbrace{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}\right)}_{Grad\ p}\delta_x\delta_y\delta_z$, e levando ao limite p/ $\Delta V = \delta_x\delta_y\delta_z \to 0$

$$\frac{dF_s}{dV} = -\nabla p$$

Lei de Stevin

Tomando-se a 2ª lei de Newton:

$$\sum \Delta\vec{F}_{ext} = dm.\vec{a} = \rho\vec{a}\Delta V \text{ }, com\ \vec{a} = 0 \ \rightarrow$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \Delta\vec{F}_c + \Delta\vec{F}_s = 0 \quad ou:$$

$$\gamma\delta_x\delta_y\delta_z(-\vec{k}) - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}\right)\delta_x\delta_y\delta_z = 0 \ \ ou\ ainda:$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = o \quad PLANO\ HORIZONTAL$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$$

Lei de Stevin

Como p é independente de x e y $\Longrightarrow$

$$p(x, y, z) = p(z) \ \ e, \therefore, \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dp}{dz}$$

Integrando a equação $\frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$ com a hipótese de fluido incompressível, homogêneo, com g=constante e com $p = p_0 \ \ para \ \ z = z_0$ resulta:

$$p - p_0 = \gamma(z - z_0)$$

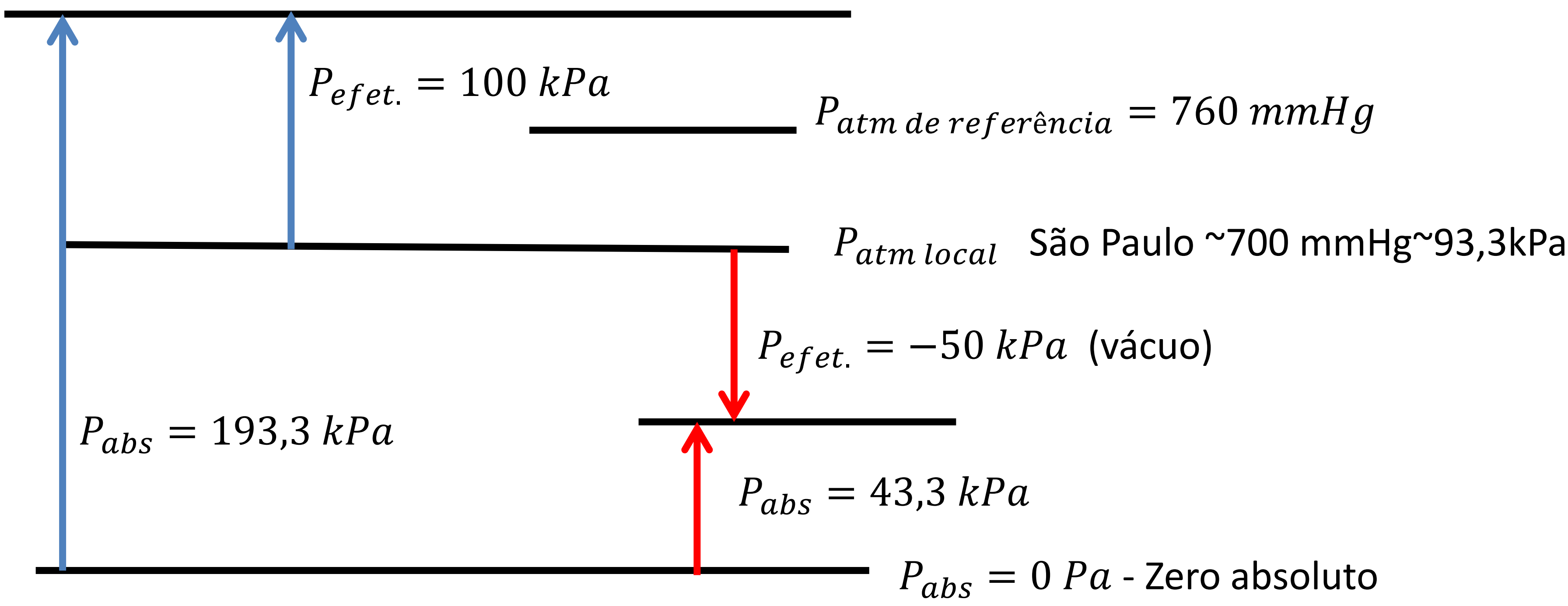
Para líquidos, se fizermos uma mudança de variáveis com $h = -(z - z_0)$, resulta

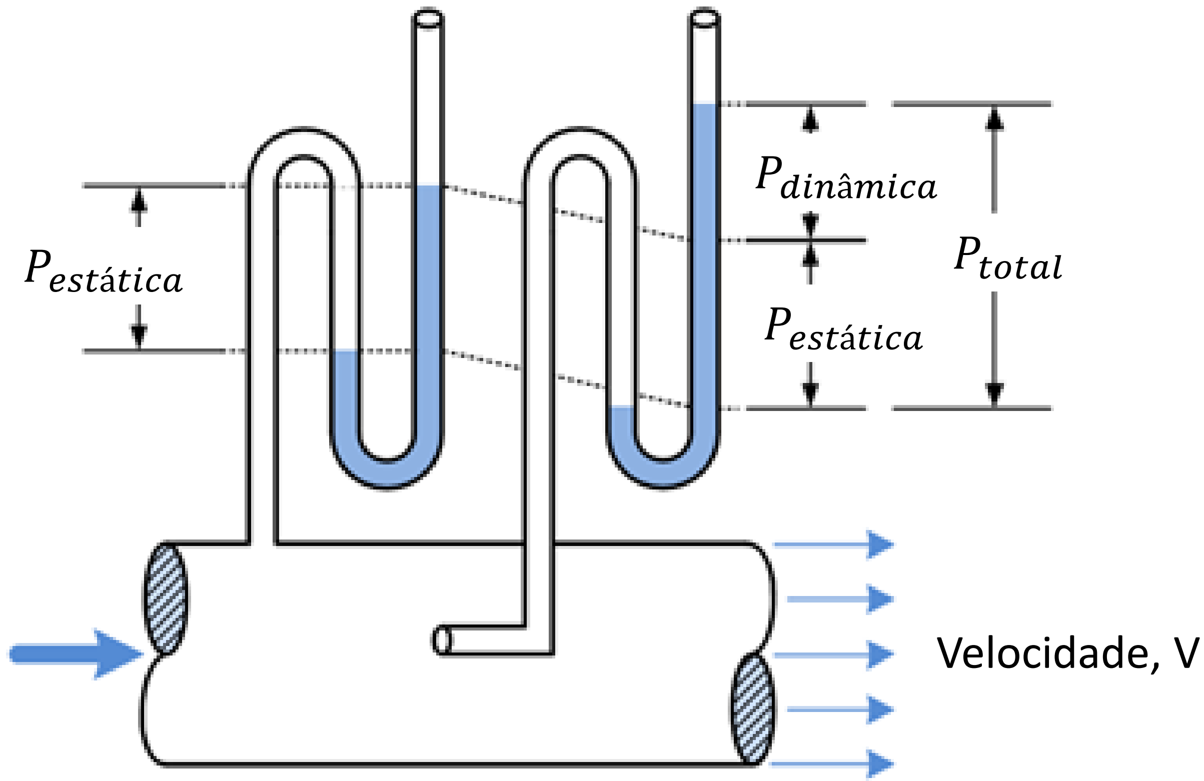
$$\boldsymbol{p - p_0 = \gamma h} \qquad que\ \acute{e}\ a\ Lei\ de\ STEVIN$$

Pressão absoluta (P_{abs}), pressão atmosférica (P_{atm}), pressão manométrica ou efetiva ($P_{efet.}$), vácuo ($P_{efet.}$)

Representação de uma pressão manométrica ou efetiva ($P_{efet.}$) de 100 kPa em um tubo, em São Paulo.

Representação de vácuo ($P_{efet.}$) de -50 kPa em um tubo, em São Paulo.

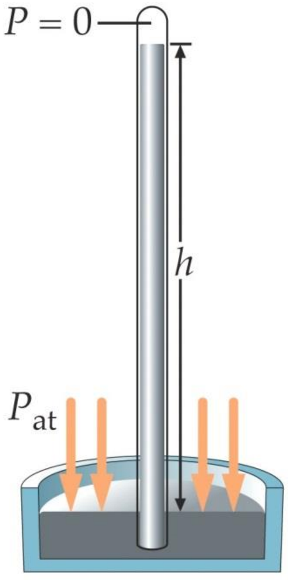




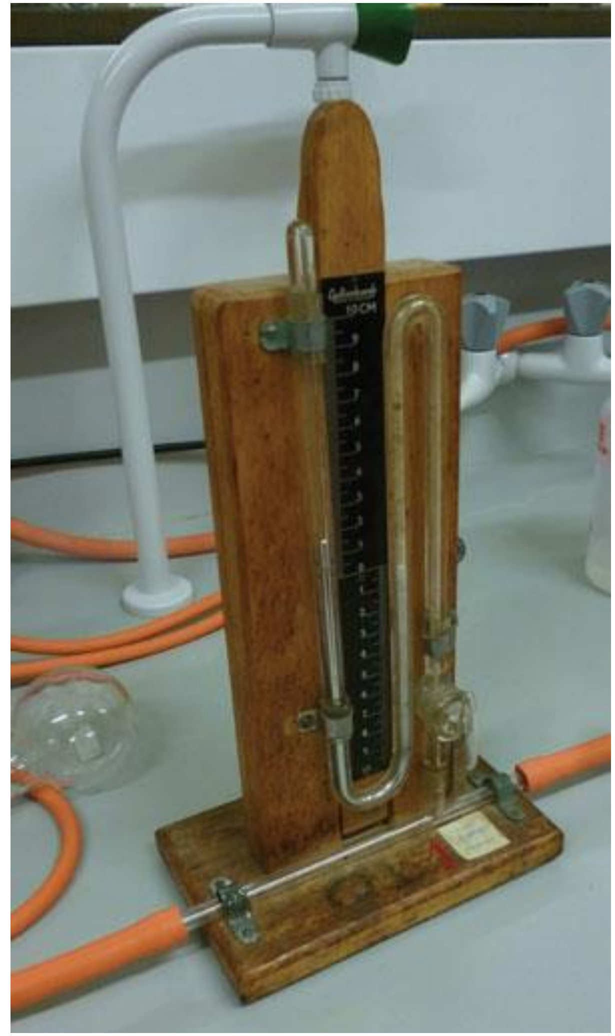
Tubo de Pitot e as representações de $P_{total} = P_{dinâmica} + P_{estática}$

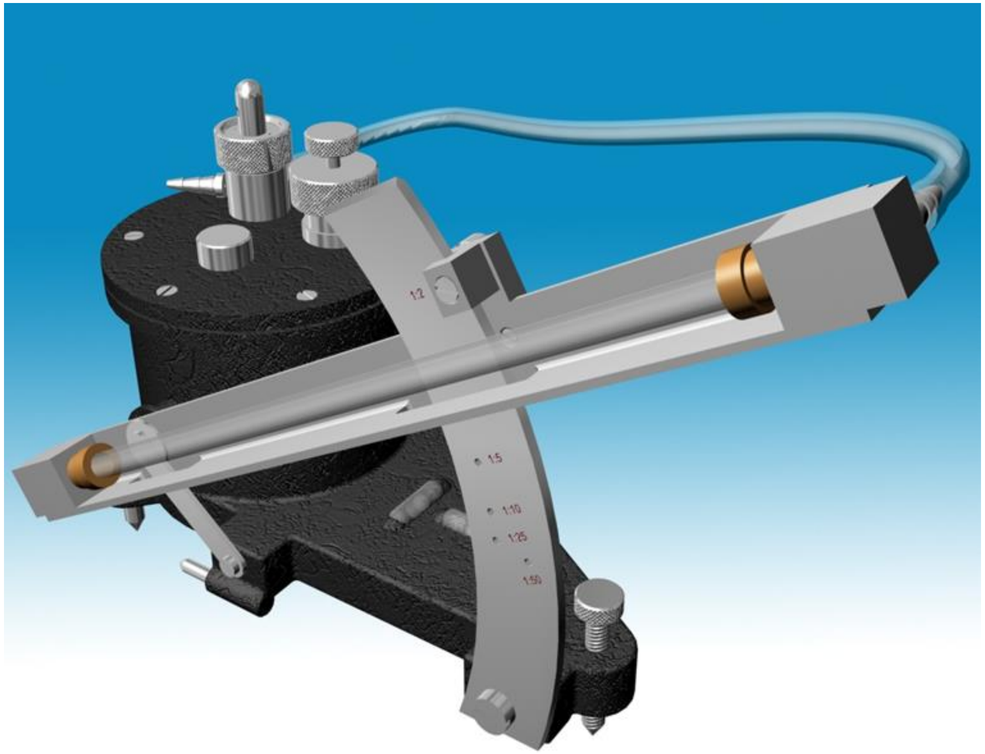
Algumas unidades de pressão

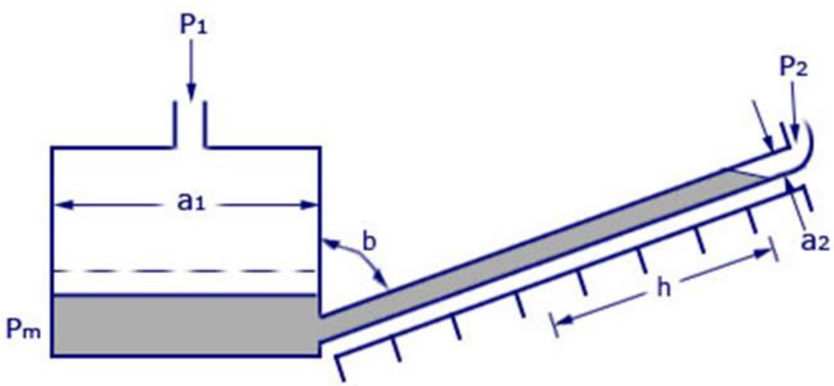
101325 Pa (Pascal)=
1 atm (atmosfera=
1,01325 bar=
760 mmHg=
10,33 mH_2O=
1,0332 Kgf/cm^2=
14,7 psi




100
75
50
25
0
25
50
75
100
HG

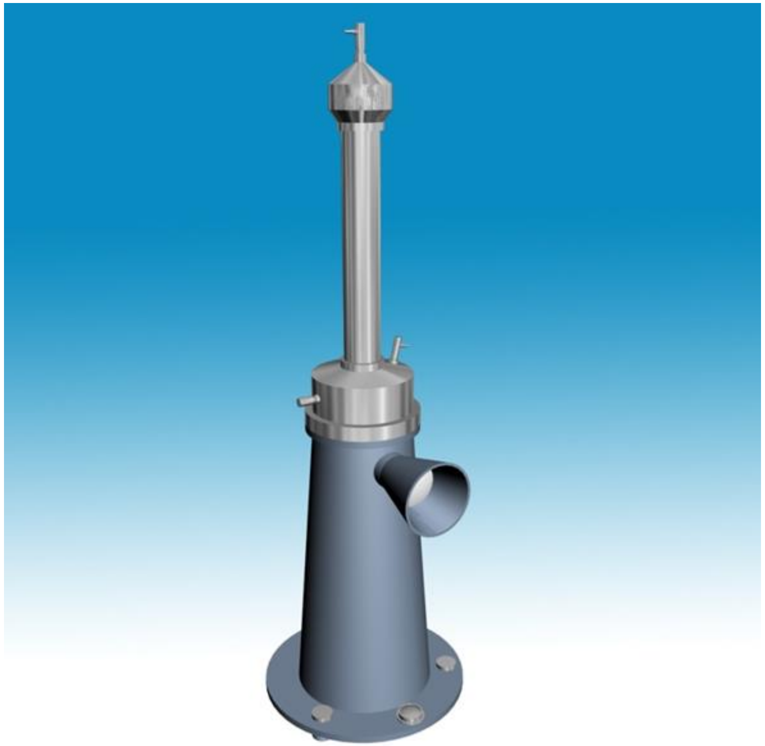


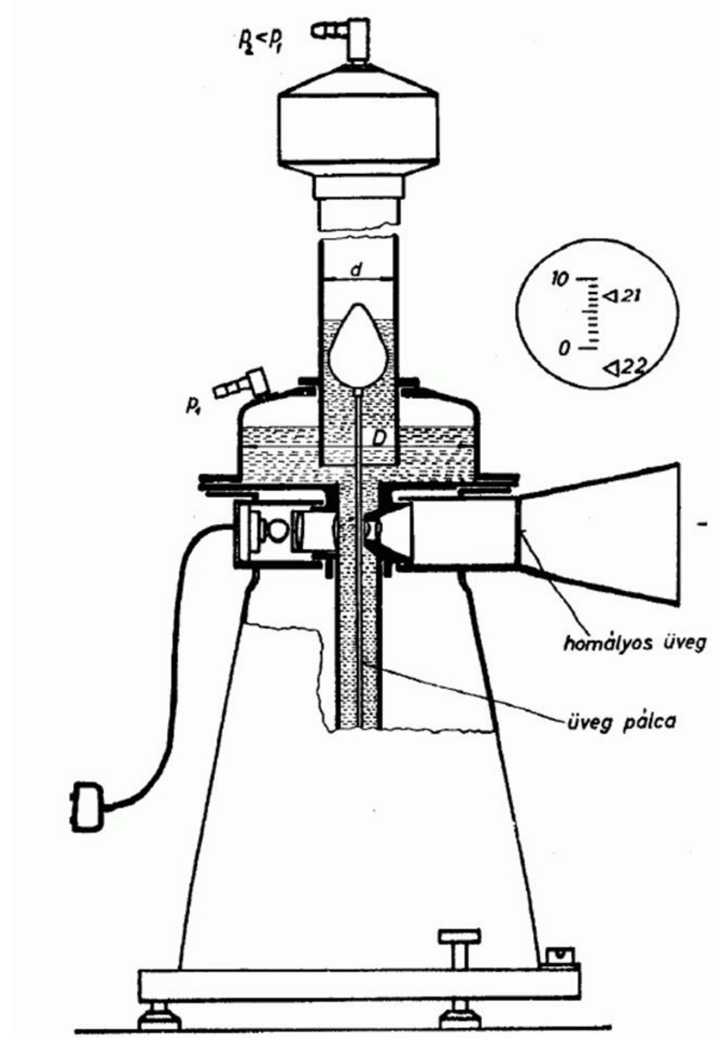




Inclined Tube manometer

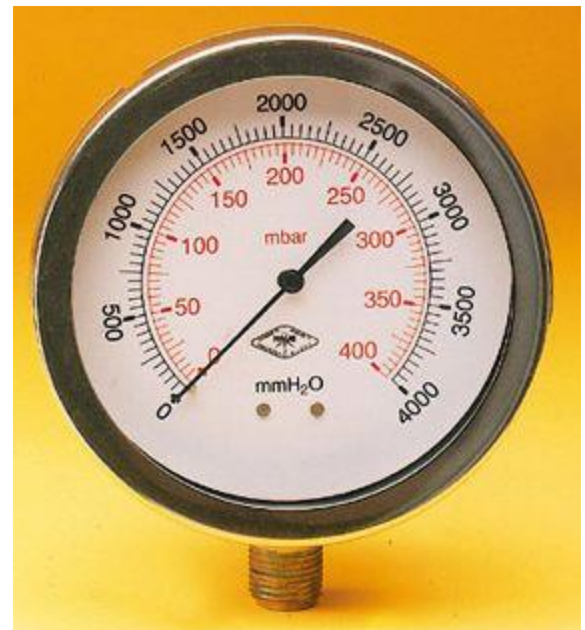
www.InstrumentationToday.com

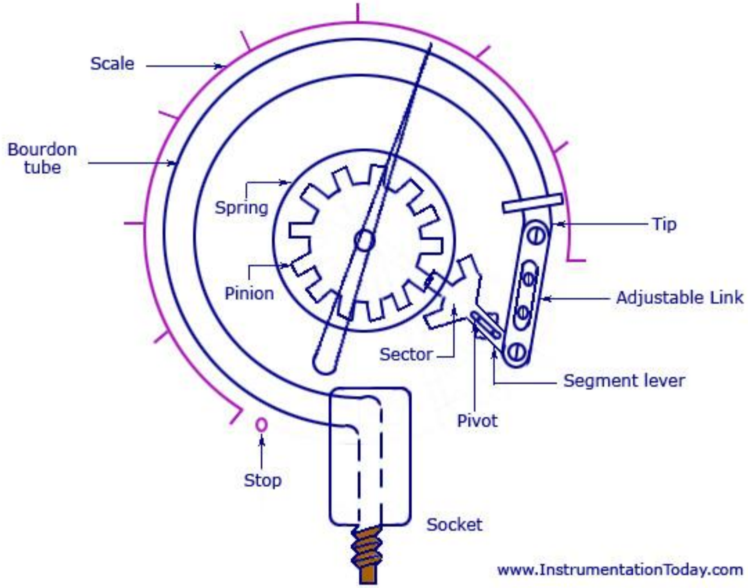




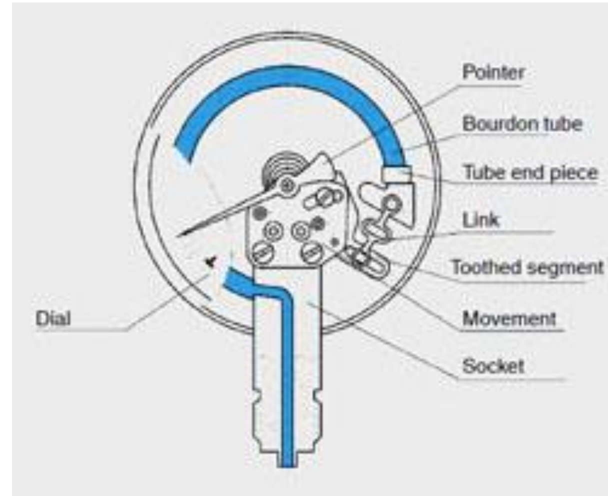
Betz micro manometer

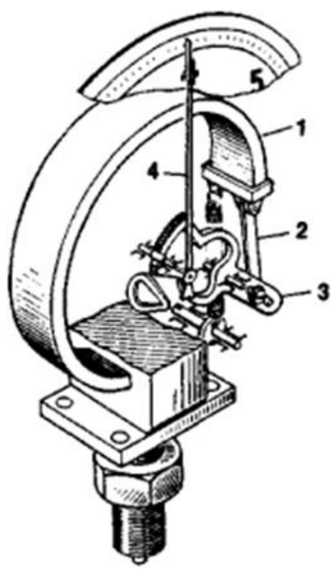

0
20
40
60
80
100
EN 837-3
G
mbar
KL.1,6

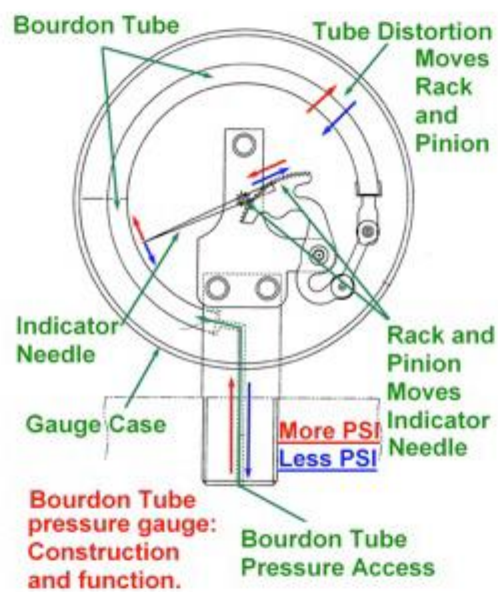

0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
4000
0
50
100
150
200
250
300
350
400
mbar
mmH2O

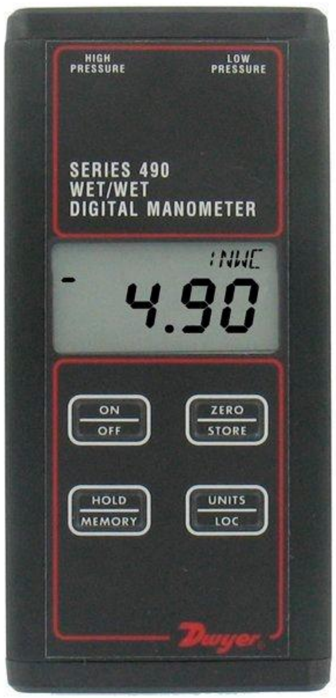


Bourdon Tube Pressure Gauge





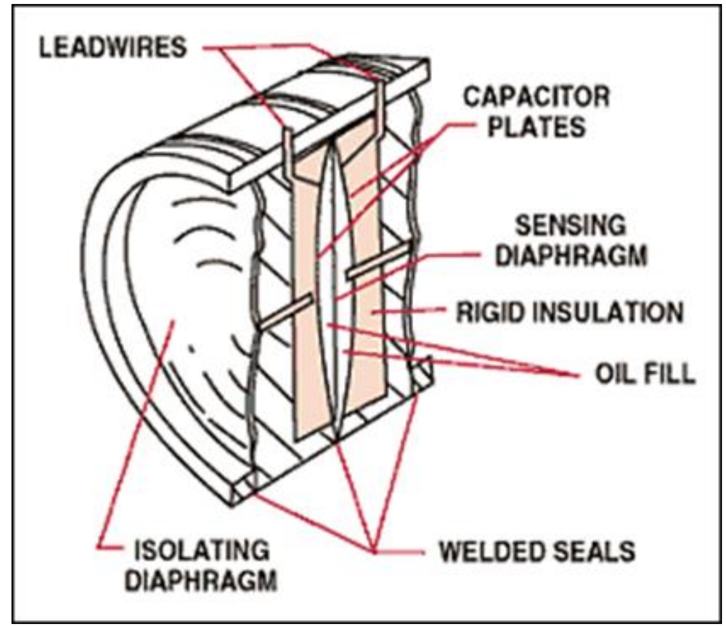



HIGH PRESSURE
LOW PRESSURE
SERIES 490
WET/WET
DIGITAL MANOMETER
INWC
- 4.90
ON
OFF
ZERO
STORE
HOLD
MEMORY
UNITS
LOC
Dwyer


S-
+P
PRESSURE
328.4
MENU
mbar
DIGITAL MANOMETER
HM35 0 ... 10 inH2O
clear
hold
start
LOVE
LOVE CONTROLS


INWC
- 4.75
ON
OFF
ZERO
UNITS
SERIES 475 MARK III
DIGITAL MANOMETER
Dwyer


100.0

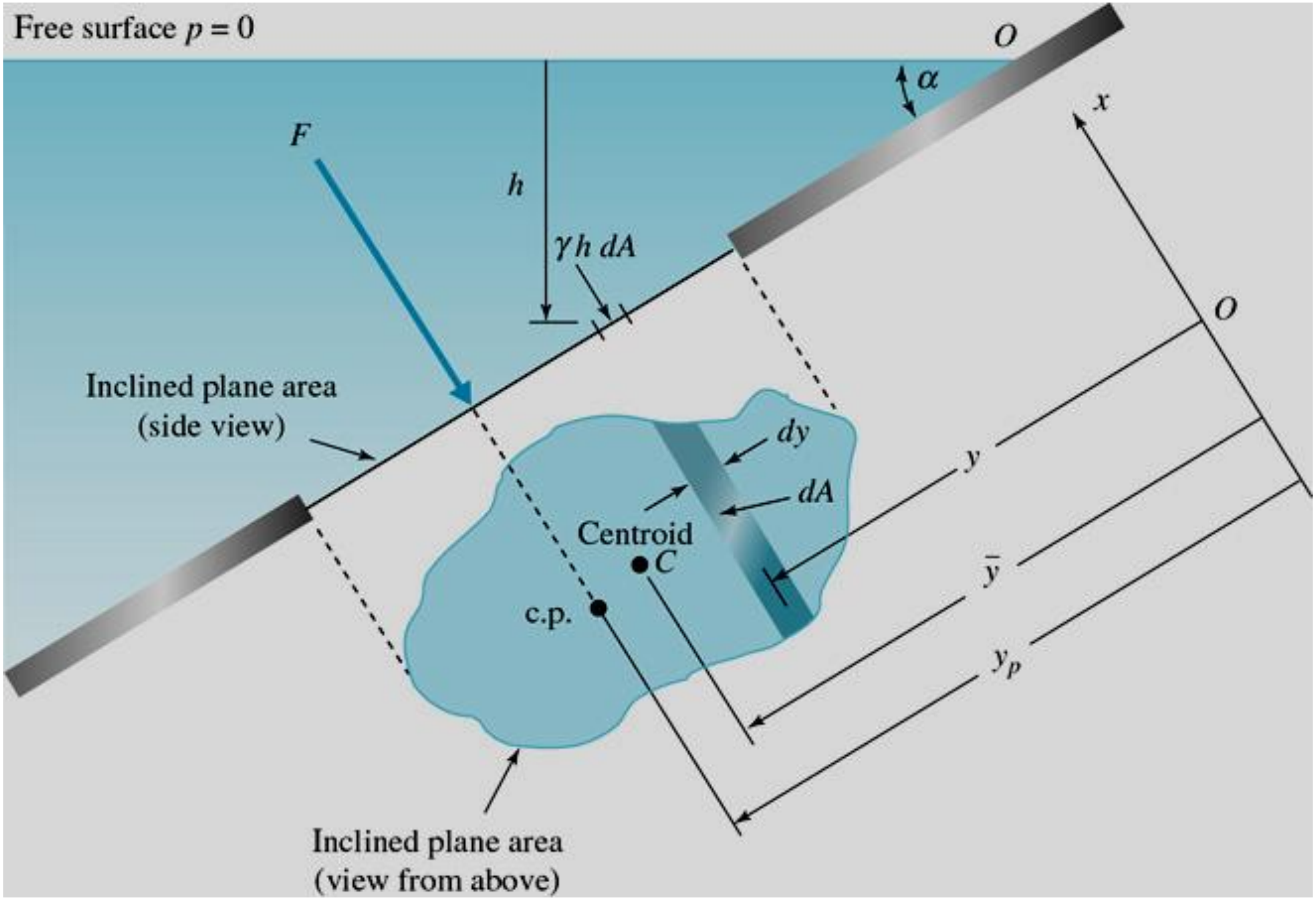

LEADWIRES
CAPACITOR PLATES
SENSING DIAPHRAGM
RIGID INSULATION
OIL FILL
ISOLATING DIAPHRAGM
WELDED SEALS


South-Ocean


MT220 DIGITAL MANOMETER
YOKOGAWA
LIGHT
% Error
AUTO 0%
AUTO 100%
130.000
inH2O
inHg
psi
kPa
kgf/cm2
mmH2O
mmHg
%
20.000
V
mA
%
24V
COMP
HI IN LO
DIGITS
MENU
PARAMETER SET
ENTER/ LOCAL
MEMORY
STORE
RECALL
DELETE
No.
PRESSURE
ZERO CAL
DISPLAY
RELATIVE
UNIT
HOLD
TRIG
DMM
DC5V/20mA
ON/OFF
24V DC
ON/OFF
POWER
INPUT
A
COM
V
FUSE 250V T100mA
24mA MAX
6V MAX
24V OUTPUT
+
COM
30mA MAX
INPUT
RANGE : 130kPa
500kPa MAX
ALL TERMINALS 42V PEAK MAX
BETWEEN TERMINALS AND GND.

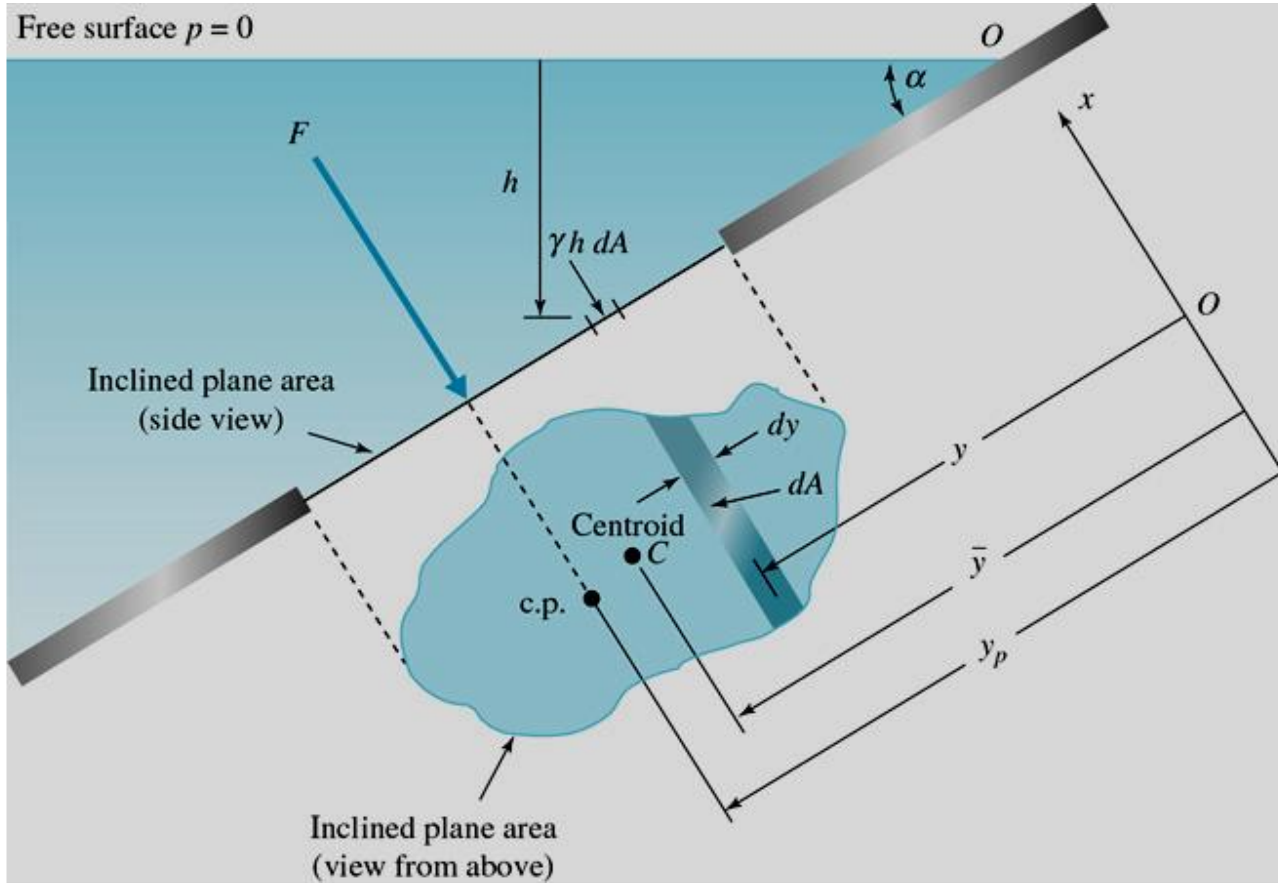
Forças hidrostáticas sobre áreas planas

Forças sobre áreas planas



Centróide = CG (propriedade matemática da área)
Centro de Pressão = CP =Local de ação da força resultante

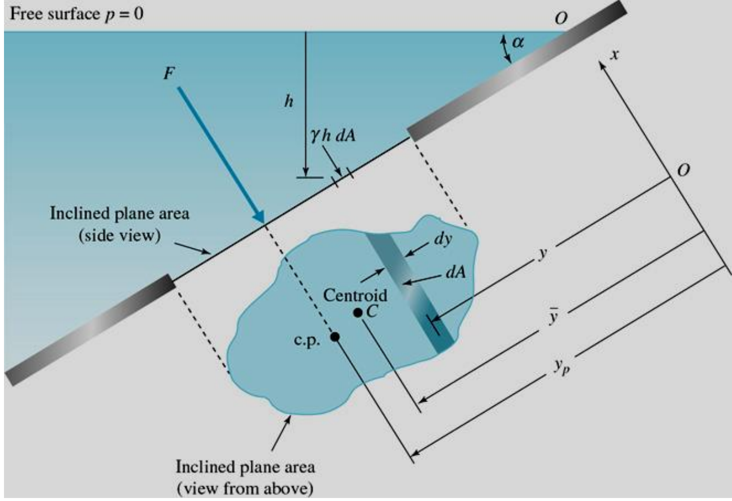
Forças sobre áreas planas



$$F_R = \int \gamma h dA = \int \gamma y sen\alpha dA = \gamma sen\alpha \int_A y dA$$

A integral é o Momento de 1ª ordem da área em relação ao eixo x

Forças sobre áreas planas



$$F_R = \int \gamma h dA = \int \gamma y sen\alpha dA = \gamma sen\alpha \int_A y dA$$

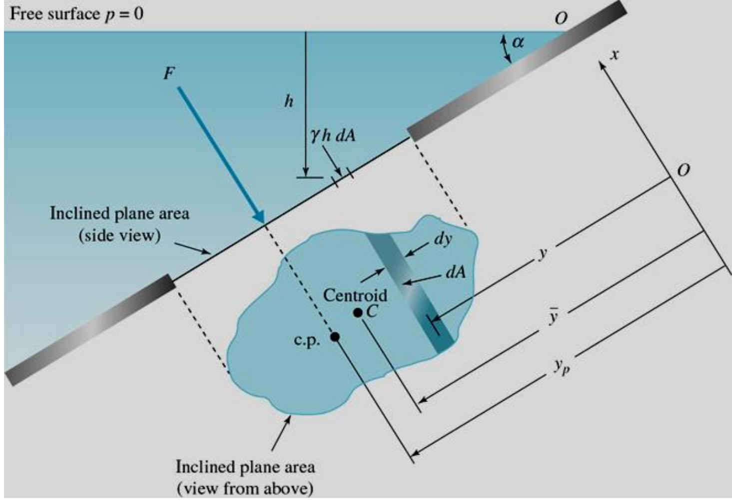
Como a integral é o Momento de 1ª ordem da área em relação ao eixo x, pode-se escrever:

$$\int_A y dA = y_c A\,, onde\ y_c\ \text{é}\ a\ coordenad\ y\ do\ centróide$$

Assim $\quad F_R = \gamma A\, y_c sen\ \alpha \ = \ \gamma h_c A$

Forças sobre áreas planas

a linha de ação da força resultante, y_r, pode ser determinada pela soma dos momentos em relação a x (o momento da força resultante = momentos das forças de pressão)



$$F_R y_R = \int_A y dF = \int_A \gamma sen\alpha y^2 dA$$

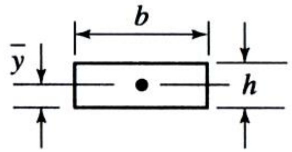
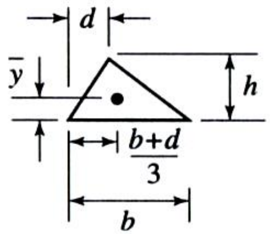
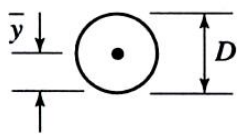
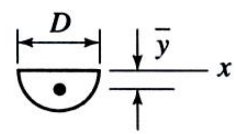
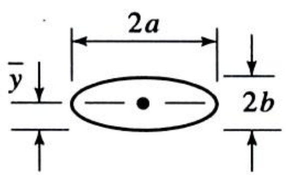
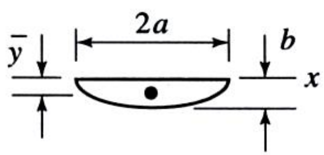
E como $F_R = \gamma A\, y_c sen\ \alpha$,resulta $y_R = \frac{\int_A y^2 dA}{y_c A}$

A integral é momento de 2ª ordem da área, ou momento de inércia I_x

$y_R = \frac{I_x}{y_c A}$ e, pelo teorema dos eixos paralelos $I_x = I_{xc} + A{y_c}^2$

Assim, $y_r = \frac{I_{xc}}{y_c A} + y_c$ similarmente $x_r = \frac{I_{xyc}}{y_c A} + x_c$

TABELA C.1 Áreas

	Esboço	*Área*	*Centróide*	*Segundo momento*
Retângulo		bh	$\bar{y} = h/2$	$\bar{I} = bh^3/12$ $\bar{I}_{xy} = 0$
Triângulo		$bh/2$	$\bar{y} = h/3$	$\bar{I} = bh^3/36$ $\bar{I}_{xy} = (b-2d)bh^3/72$
Círculo		$\pi D^2/4$	$\bar{y} = r$	$\bar{I} = \pi D^4/64$
Semicírculo		$\pi D^2/8$	$\bar{y} = 4r/3\pi$	$I_x = \pi D^4/128$
Elipse		πab	$\bar{y} = b$	$\bar{I} = \pi ab^3/4$
Semielipse		$\pi ab/2$	$\bar{y} = 4b/3\pi$	$I_x = \pi ab^3/8$