

JUROS

- **Simple versus Compostos**
- **Componentes da taxa de juros**
- **Linha de tempo**
- **Fórmulas básicas de juros**

Simple versus Compostos

(exemplo com juros de 10%)

	Juros Simples			Juros Compostos		
	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Principal	100	100	100	100	110	121,00
Juros anuais	10	10	10	10	11	12,10
Principal + Juros	110	120	130	110	121	133,10

Componentes da taxa de juros

- ✓ **Preferência temporal**
- ✓ **Correção monetária**
- ✓ **Risco**

JUROS

Linha de tempo

Receitas (+)

30.000

Períodos



Custos (-)

5.000

800

800

800

800

JUROS

Derivação da Fórmula Geral

Primeiro Ano

Segundo Ano

Terceiro Ano

$$V_1 = V_0 + I$$

$$V_2 = V_1 + I$$

$$V_3 = V_2 + I$$

$$V_1 = V_0 + V_0 (i)$$

$$V_2 = V_1 + V_1 (i)$$

$$V_3 = V_2 + V_2 (i)$$

$$V_2 = V_1 (1 + i)$$

$$V_3 = V_2 (1 + i)$$

$$V_2 = V_0 (1 + i)(1 + i)$$

$$V_3 = V_0 (1 + i)^2 (1 + i)$$

$$V_1 = V_0 (1 + i)$$

$$V_2 = V_0 (1 + i)^2$$

$$V_3 = V_0 (1 + i)^3$$

$$V_n = V_0 (1 + i)^n$$

JUROS compostos: fórmulas básicas

Valor futuro (capitalização):

$$V_n = V_0 (1 + i)^n \quad (1)$$

Se a taxa de juros (i) nominal anual é aplicada em m parcelas dentro do ano, temos:

$$V_{nm} = V_0 (1 + i/m)^{nm}$$

onde nm representa o número total de períodos de capitalização

Valor presente (descapitalização):

$$V_0 = \frac{V_n}{(1 + i)^n} \quad (2)$$

JUROS compostos: fórmulas básicas

Taxa de juros (se conhecidos V_0 , V_n e n):

$$V_n = V_0 (1 + i)^n \rightarrow$$

$$\frac{V_n}{V_0} = (1 + i)^n \rightarrow$$

$$\left(\frac{V_n}{V_0} \right)^{1/n} - 1 = i \quad (3)$$

Número de períodos de capitalização (se conhecidos V_0 , V_n e i):

$$V_n = V_0 (1 + i)^n \rightarrow$$

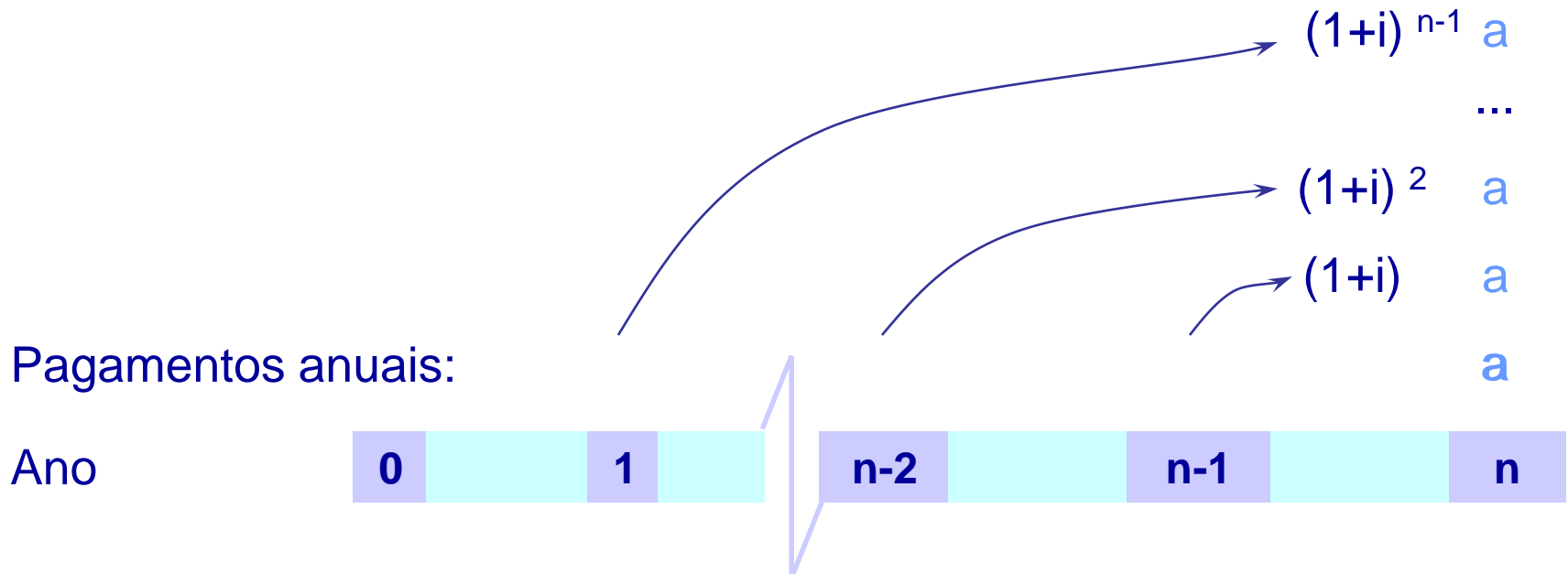
$$\ln(V_n) = \ln(V_0) + n \ln(1 + i) \rightarrow$$

$$\frac{\ln(V_n) - \ln(V_0)}{\ln(1+i)} = n$$

Séries de Pagamentos Anuais

Valor futuro (V_n)

$$V_n = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \dots + a(1+i)^{n-1}$$



Séries de Pagamentos Anuais

Valor futuro (V_n)

$$V_n = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \dots + a(1+i)^{n-1}$$

Multiplicando por $(1+i)$, e subtraindo as expressões resultantes:

$$(1+i)V_n = a(1+i) + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + \dots + a(1+i)^n$$

$$(1+i)V_n - V_n = a(1+i)^n - a$$

$$iV_n = a[(1+i)^n - 1]$$

$$V_n = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i}$$

(4)

Valor presente (V_0)

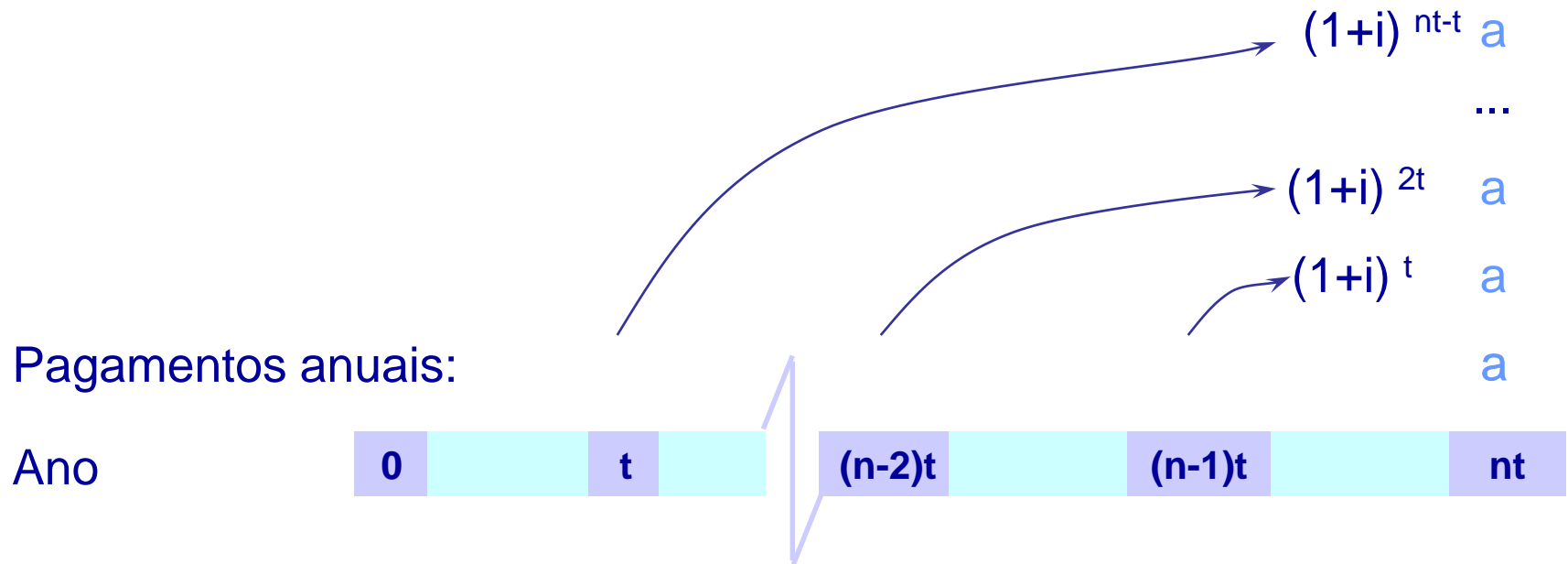
$$V_0 = V_n \frac{1}{(1+i)^n} = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i} \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$V_0 = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i(1+i)^n} \quad (5)$$

Séries de Pagamentos Periódicas

Valor futuro (V_{nt})

$$V_n = a + a(1+i)^t + a(1+i)^{2t} + \dots + a(1+i)^{nt-t}$$



Séries de Pagamentos Periódicas

Valor futuro (V_{nt})

$$V_{nt} = a + a(1+i)^t + a(1+i)^{2t} + \dots + a(1+i)^{nt-t}$$

Multiplicando por $(1+i)^t$, e subtraindo as expressões resultantes:

$$(1+i)^t V_{nt} = a(1+i)^t + a(1+i)^{2t} + a(1+i)^{3t} + \dots + a(1+i)^{nt}$$

$$(1+i)^t V_{nt} - V_{nt} = a(1+i)^{nt} - a$$

$$[(1+i)^t - 1] V_{nt} = a [(1+i)^{nt} - 1]$$

$$V_{nt} = \frac{a [(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^t - 1]}$$

(6)

Valor presente (V_0)

$$V_0 = V_{nt} \frac{1}{(1+i)^{nt}} = \frac{a [(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^t - 1]} \frac{1}{(1+i)^{nt}} \quad V_0 = \frac{a [(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^t - 1] (1+i)^{nt}} \quad (7)$$

Séries Perpétuas (Valor Presente)

Anual:

De (5) podemos dizer que $V_0 = \frac{a [(1+i)^\infty - 1]}{i (1+i)^\infty}$

$$V_0 = \frac{a}{i} \quad (8)$$

Periódica:

De (7) podemos dizer que $V_0 = \frac{a [(1+i)^\infty - 1]}{[(1+i)^t - 1] (1+i)^\infty}$

$$V_0 = \frac{a}{[(1+i)^t - 1]} \quad (9)$$

Critérios de Avaliação de Projetos

Mais conhecidos

Valor Presente Líquido:

$$VPL_i = VP \text{ receitas} - VP \text{ custos}$$

Razão Benefício/Custo:

$$B/C_i = VP \text{ receitas} / VP \text{ custos}$$

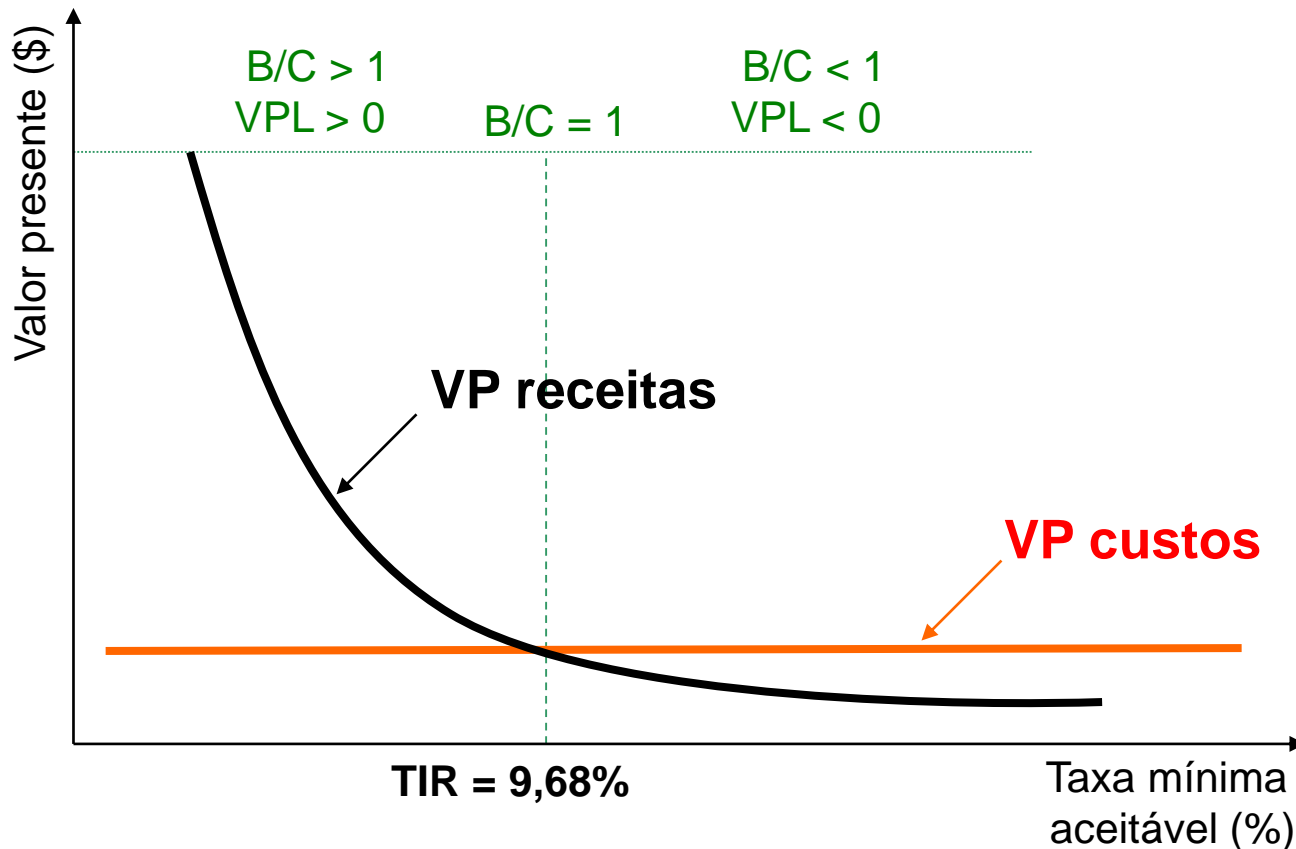
Taxa Interna de Retorno (TIR):

$$VP_{i^*} \text{ receitas} = VP_{i^*} \text{ custos}$$

Critérios de Avaliação de Projetos

					200	6.600
Projeto A	(meses)	0	5	8	15	30

400 100



Critérios de Avaliação de Projetos

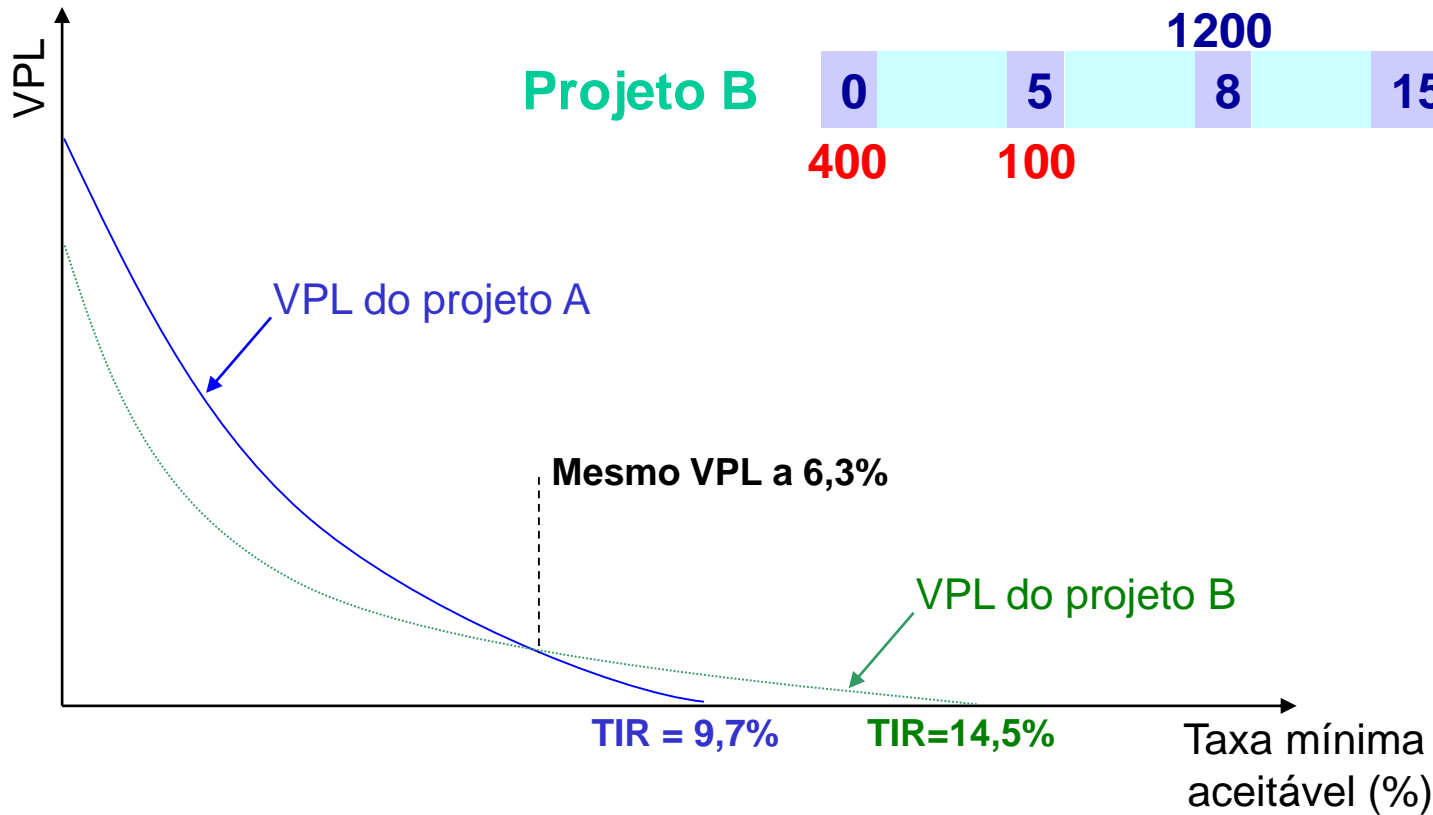
Inconsistências ao classificar projetos podem surgir devido:

- ✓ **Diferentes horizontes**
- ✓ **Múltiplas TIRs**
- ✓ **Desproporcionalidade entre projetos**
- ✓ **À natureza de certos fluxos de caixa**

Critérios de Avaliação de Projetos

Projeto A	0	5	8	200	6.600
	400	100		15	30

Projeto B	0	5	1200	2500
	400	100	8	15



Critérios de Avaliação de Projetos

Menos conhecidos, mas essenciais para os profissionais da área ambiental, florestal e agrícola

VPL anualizado:

“Anualidade” de uma série com $VP_i = VPL_i$

Valor Esperado da Terra:

VP_i de uma série infinita de ciclos

Custo Financeiro da Produção:

$(VP_i \text{ custos}) / (VP_i \text{ produção})$

Critérios de Avaliação de Projetos

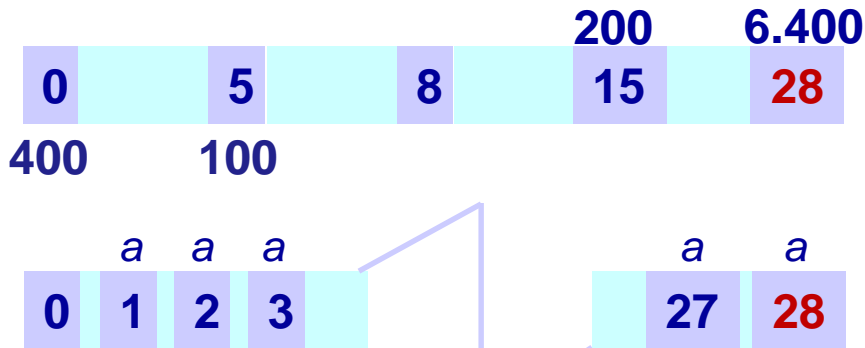
VPLa

é o valor **a** que torna o VP_i de uma série de pagamentos **a** igual ao VPL_i do projeto

Qual o valor de **a** que torna estes valores iguais?

VPL_A

VP_A

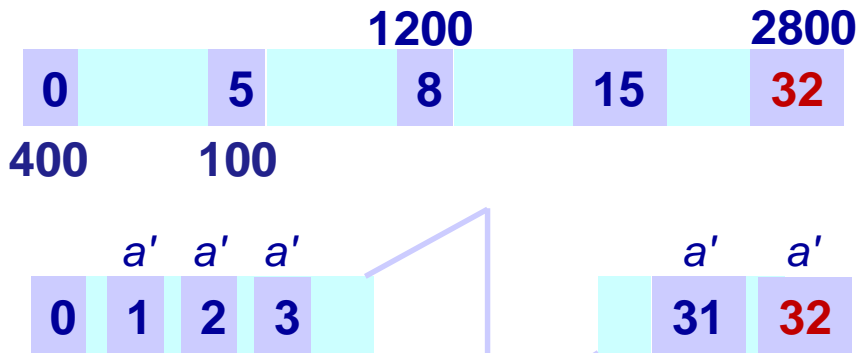


Não comparáveis!

Qual o valor de **a'** que torna estes valores iguais?

VPL_B

VP_B



Comparáveis!

Resposta:

$$a = \frac{VPL_A i (1+i)^{28}}{[(1+i)^{28} - 1]}$$

Resposta:

$$a' = \frac{VPL_B i (1+i)^{32}}{[(1+i)^{32} - 1]}$$

Critérios de Avaliação de Projetos

VET

é o valor presente de uma série infinita de VPLs do projeto a uma taxa i

VPL_A

Qual o valor presente de uma série perpétua de repetições do projeto A?

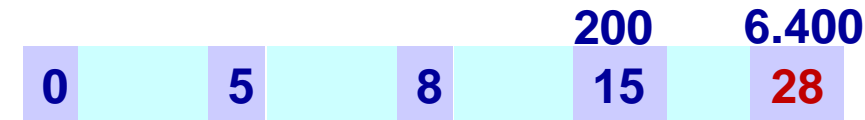
VP*_A

Não comparáveis!

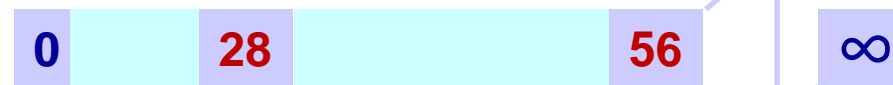
VPL_B

Qual o valor presente de uma série perpétua de repetições do projeto B?

VP*_B



$$VFL_A = VPL_A (1+i)^{28}$$



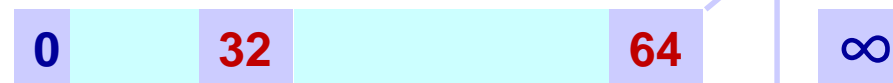
Resposta: $VET_A =$

$$VP^*_A = \frac{VFL_A}{[(1+i)^{28} - 1]}$$

Comparáveis!



$$VFL_B = VPL_B (1+i)^{32}$$



Resposta: $VET_B =$

$$VP^*_B = \frac{VFL_B}{[(1+i)^{32} - 1]}$$

Custo Financeiro da Produção

Da definição de Razão B/C, temos:

$$B/C = (\text{VP receitas}) / (\text{VP custos}) = (RT_0) / (CT_0)$$

Esse quociente pode ainda ser interpretada como

R\$ recebidos por R\$ gasto

E se invertermos a divisão, temos:

R\$ gastos por R\$ recebido

Que em termos matemáticos resulta na seguinte expressão:

$$\frac{CT_0}{RT_0} = \frac{\sum_{t=0}^n \left(\frac{C_t}{(1+i)^t} \right)}{\sum_{t=0}^n \left(\frac{R_t}{(1+i)^t} \right)}$$

Lembrando que:

R_t é obtido com a venda de madeira a um preço p por m^3

Custo Financeiro da Produção

$$\frac{CT_0}{RT_0} = \frac{\sum_{t=0}^n \left(\frac{C_t}{(1+i)^t} \right)}{\sum_{t=0}^n \left(\frac{pV_t}{(1+i)^t} \right)} \quad \longrightarrow \quad \frac{CT_0}{RT_0} = \frac{\sum_{t=0}^n \left(\frac{C_t}{(1+i)^t} \right)}{p \sum_{t=0}^n \left(\frac{V_t}{(1+i)^t} \right)}$$

O princípio do **Custo Financeiro de Produção** considera que a madeira é vendida pelo custo de produção

$$\frac{\sum_{t=0}^n \left(\frac{C_t}{(1+i)^t} \right)}{p \sum_{t=0}^n \left(\frac{V_t}{(1+i)^t} \right)} = 1 \Rightarrow p^* = \frac{\sum_{t=0}^n \left(\frac{C_t}{(1+i)^t} \right)}{\sum_{t=0}^n \left(\frac{V_t}{(1+i)^t} \right)}$$