



Universidade de São Paulo
Brasil

Pesquisa Operacional I

Prof. Fabrício Maciel Gomes
Departamento de Engenharia Química
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



Programação Linear

Programação linear:

Preocupação em encontrar a melhor solução para problemas associados com modelos lineares.

Modelo de Programação Linear:

Maximização (ou minimização) de uma função objetivo linear com relação as variáveis de decisão do modelo.

Respeitando-se as limitações (restrições) do problema expressas por um sistema de equações e inequações associadas com as variáveis de decisão do modelo.



Modelagem em Programação Linear

Razões para o uso da Programação Linear:

1. Grande variedade de situações podem ser aproximadas por modelos lineares.
2. Existência de técnicas (algoritmos) eficientes para a solução de modelos lineares.
3. Possibilidade de realização de análise de sensibilidade nos dados do modelo.
4. Estágio de desenvolvimento da tecnologia computacional.



Modelagem em Programação Linear

Passos básicos na obtenção de modelos de PL:

1. Identificar as variáveis de decisão, representá-las em simbologia algébrica.
2. Identificar as restrições do problema, expressá-las como equações ou inequações lineares em termos das variáveis de decisão.
3. Identificar o objetivo de interesse no problema, representá-lo como função linear em termos das variáveis de decisão, que deverá ser maximizada ou minimizada.



Modelagem em Programação Linear

Construção de modelos não é uma ciência, mas uma arte, podendo ser melhorada com a prática.

Exemplos a serem trabalhados:

- Determinação do *mix* de produção
- Seleção de mídia para propaganda
- Um problema de treinamento
- Uma indústria química
- Uma oficina mecânica
- Dimensionamento de equipes de inspeção



Modelagem em Programação Linear

Determinação do *mix* de produção

Uma companhia deseja programar a produção de um utensílio de cozinha que requer o uso de dois tipos de recursos – mão-de-obra e material. A companhia está considerando a fabricação de três modelos e o seu departamento de engenharia forneceu os dados a seguir:

	Modelo		
	A	B	C
Mão-de-obra (horas por unidade)	7	3	6
Material (kg por unidade)	4	4	5
Lucro (\$ por unidade)	4	2	3

O suprimento de material é de 200 kg por dia. A disponibilidade diária de mão-de-obra é 150 horas. Formule um modelo de Programação Linear para determinar a produção diária de cada um dos modelos de modo a maximizar o lucro total da companhia.



Modelagem em Programação Linear

Seleção de mídia para propaganda

Uma companhia de propaganda deseja planejar uma campanha em 03 diferentes meios: TV, rádio e revistas. Pretende-se alcançar o maior número de clientes possível. Um estudo de mercado resultou em:

	TV horário normal	TV horário nobre	Rádio	Revistas
Custo	40.000	75.000	30.000	15.000
Clientes Atingidos	400.000	900.000	500.000	200.000
Mulheres Atingidas	300.000	400.000	200.000	100.000

Obs: valores válidos para cada veiculação da propaganda.



Modelagem em Programação Linear

A companhia não quer gastar mais de \$ 800.000 e, adicionalmente, deseja:

- (1) Que no mínimo 2 milhões de mulheres sejam atingidas;
- (2) Gastar no máximo \$ 500.000 com TV;
- (3) Que no mínimo 03 veiculações ocorram no horário normal TV;
- (4) Que no mínimo 02 veiculações ocorram no horário nobre TV;
- (5) Que o n^o. de veiculações no rádio e revistas fiquem entre 05 e 10, para cada meio de divulgação.

Formular um modelo de PL que trate este problema, determinando o n^o. de veiculações a serem feitas em cada meio de comunicação, de modo a atingir o máximo possível de clientes.



Modelagem em Programação Linear

Um problema de treinamento

Uma empresa de máquinas ferramentas tem um programa de treinamento para operadores de máquinas. Alguns operadores já treinados podem trabalhar como instrutores neste programa ficando responsáveis por 10 *trainees* cada. A empresa pretende aproveitar apenas 07 *trainees* de cada turma de 10.

Estes operadores treinados também são necessários na linha de fabricação, e sabe-se que serão necessários para os próximos meses: 100 operadores em janeiro, 150 em fevereiro, 200 em março, e 250 em abril. Atualmente há 130 operadores treinados disponíveis na empresa.



Modelagem em Programação Linear

Os custos associados a cada situação são:

<i>Trainees</i>	\$ 400.
Operador treinado trabalhando	\$ 700.
Operador treinado ocioso.....	\$ 500.

Encontrar um modelo de PL que forneça um programa de treinamento de custo mínimo e satisfaça os requisitos da empresa em termos de n^0 . de operadores treinados disponíveis a cada mês.

Observação: acordo firmado com o sindicato proíbe demissões de operadores treinados no período.



Modelagem em Programação Linear

Uma indústria química

Dois produtos, A e B, são feitos a partir de duas operações químicas. Cada unidade do produto A requer 02 horas da operação 1 e 03 horas da operação 2. Cada unidade do produto B requer 03 horas da operação 1 e 04 horas da operação 2. O tempo total disponível para a realização da operação 1 é de 16 horas, e o tempo total para a operação 2 é de 24 horas.

A produção do produto B resulta, também, num subproduto C sem custos adicionais. Sabe-se que parte do produto C pode ser vendido com lucro, mas o restante deve ser destruído. Previsões mostram que no máximo 05 unidades do produto C serão vendidas, e sabe-se que cada unidade do produto B fabricada gera 02 unidades do produto C.



Modelagem em Programação Linear

Sabe-se que:

Produto *A* gera um lucro de \$ 4 por unidade.

Produto *B* gera um lucro de \$ 10 por unidade.

Produto *C* gera um lucro de \$ 3 por unidade se for vendido.

Produto *C* gera um custo de \$ 2 por unidade se for destruído

Determinar um modelo de PL para tratar este problema, e encontrar quanto produzir de cada produto, de modo a maximizar o lucro da indústria química.



Modelagem em Programação Linear

Oficina mecânica

Uma oficina mecânica tem 01 furadeira vertical e 05 fresas, que são usadas para a produção de conjuntos formados de 2 partes. Sabe-se qual é a produtividade de cada máquina na fabricação destas partes do conjunto:

	Furadeira	Fresa
Parte 1	03	20
Parte 2	05	15

Obs: tempo para produzir as partes dado em minutos.



Modelagem em Programação Linear

O encarregado pela oficina deseja manter uma carga balanceada nas máquinas de modo que nenhuma delas seja usada mais que 30 minutos por dia que qualquer outra, sendo o carregamento de fresamento dividido igualmente entre as 05 fresas.

Achar um modelo de PL para dividir o tempo de trabalho entre as máquinas de modo a obter o máximo de conjuntos completos ao final de um dia, num total de 08 horas de trabalho.



Modelagem em Programação Linear

Problema de dimensionamento de equipes de inspeção

Uma companhia deseja determinar quantos inspetores alocar à uma dada tarefa do controle da qualidade. As informações disponíveis são:

Há 08 inspetores do nível 1 que podem checar as peças a uma taxa de 25 peças por hora, com uma acuracidade de 98%, sendo o custo de cada inspetor deste nível \$4 por hora;

Há 10 inspetores do nível 2 que podem checar as peças a uma taxa de 15 peças por hora, com uma acuracidade de 95%, sendo o custo de cada inspetor deste nível \$3 por hora.



Modelagem em Programação Linear

A companhia deseja que no mínimo 1800 peças sejam inspecionadas por dia (= 08 horas).

Sabe-se, ainda, que cada erro cometido por inspetores no controle da qualidade das peças acarreta um prejuízo à companhia de \$2 por peça mal inspecionada.

Formular um modelo de PL para possibilitar a designação ótima do n^o. de inspetores de cada nível de modo a otimizar o custo da inspeção diária da companhia.