

# PEF-2201 Resistência dos Materiais e Estática das Construções – 3ª Prova – 05.12.2003

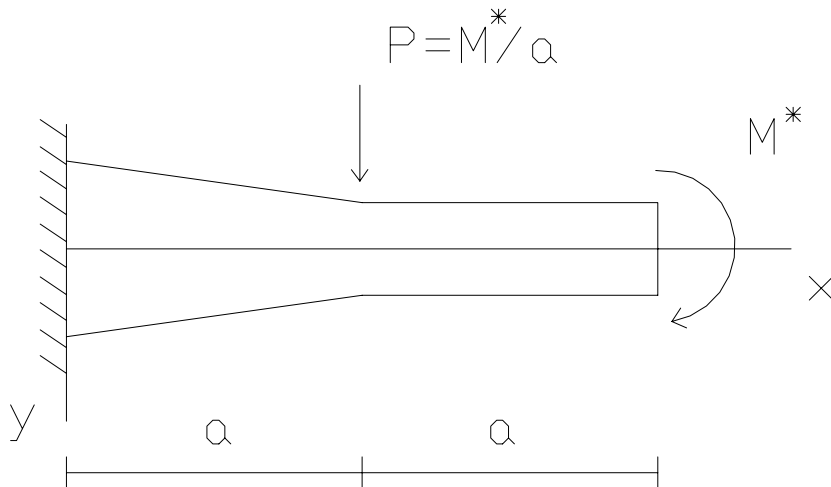
NºUSP: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

## 3ª Questão (3,5)

Determinar, mediante a integração da equação da linha elástica, o deslocamento transversal da extremidade livre da viga da figura.

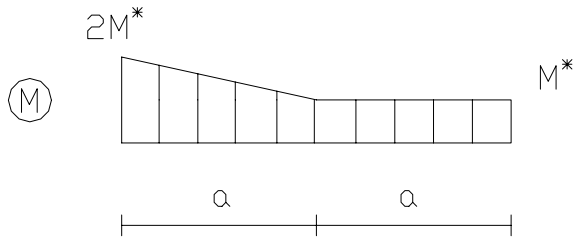
Dado:

$$EI(x) = \begin{cases} EI_0 \cdot (2 - x/a), & 0 \leq x \leq a \\ EI_0, & a \leq x \leq 2a \end{cases}$$



### Solução:

Diagrama de momento fletor:



- para  $0 \leq x \leq a$ :

$$M_1(x) = -M^* - \frac{M^*}{a} \cdot (a - x) = -M^* \cdot \left(2 - \frac{x}{a}\right)$$

$$V_1'' = -\frac{M_1}{EI} = \frac{M^*}{EI_0} \Rightarrow V_1' = \frac{M^*}{EI_0} \cdot (x + c_1) \Rightarrow V_1 = \frac{M^*}{EI_0} \cdot \left(\frac{x^2}{2} + c_1x + c_2\right)$$

$$\begin{cases} V_1(0) = 0 \Rightarrow c_2 = 0 \\ V_1'(0) = 0 \Rightarrow c_1 = 0 \end{cases} \therefore V_1(x) = \frac{M^*}{2EI_0} \cdot x^2$$

- para  $a \leq x \leq 2a$ :

$$M_2(x) = -M^*$$

$$V_2'' = -\frac{M_2}{EI} = \frac{M^*}{EI_0} \Rightarrow V_2' = \frac{M^*}{EI_0} \cdot (x + c_1) \Rightarrow V_2 = \frac{M^*}{EI_0} \cdot \left(\frac{x^2}{2} + c_3x + c_4\right)$$

$$\begin{cases} V_2(a) = V_1(a) \Rightarrow \frac{a^2}{2} + c_3a + c_4 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow c_3a + c_4 = 0 \Rightarrow c_4 = 0 \\ V_2'(a) = V_1'(a) \Rightarrow a + c_3 = a + c_1 \Rightarrow c_3 = c_1 = 0 \end{cases}$$

$$\therefore V_2(x) = \frac{M^*}{2EI_0} \cdot x^2 \Rightarrow V_2(2a) = 2 \frac{M^* a^2}{EI_0}$$