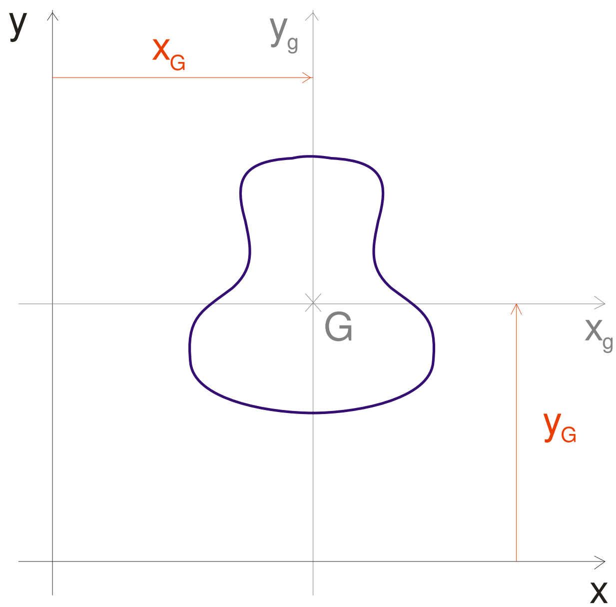
Figuras planas

Centro de gravidade:



$$x_G = \frac{S_y}{A}; \qquad y_G = \frac{S_x}{A}$$

Propriedade: Se uma figura plana possui um eixo de simetria, o centro de gravidade está sobre ele.

Momento de inércia:

$$I_x = I_{x_g} + y_G^2 \cdot A$$

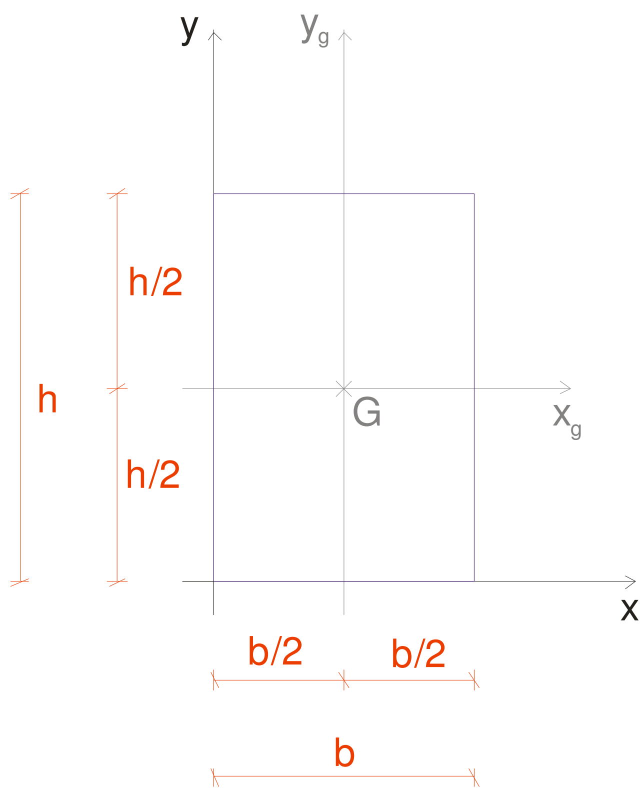
$$I_y = I_{y_g} + x_G^2 \cdot A$$

Momento centrífugo (também chamado produto de inércia):

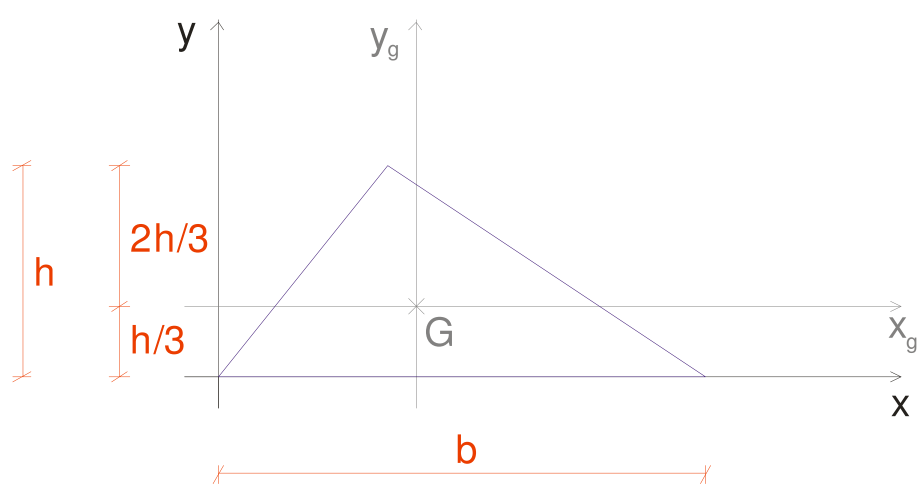
$$I_{xy} = I_{x_g y_g} + x_G y_G \cdot A$$

Propriedade: Se x ou y for um eixo de simetria, então $I_{xy} = 0$.

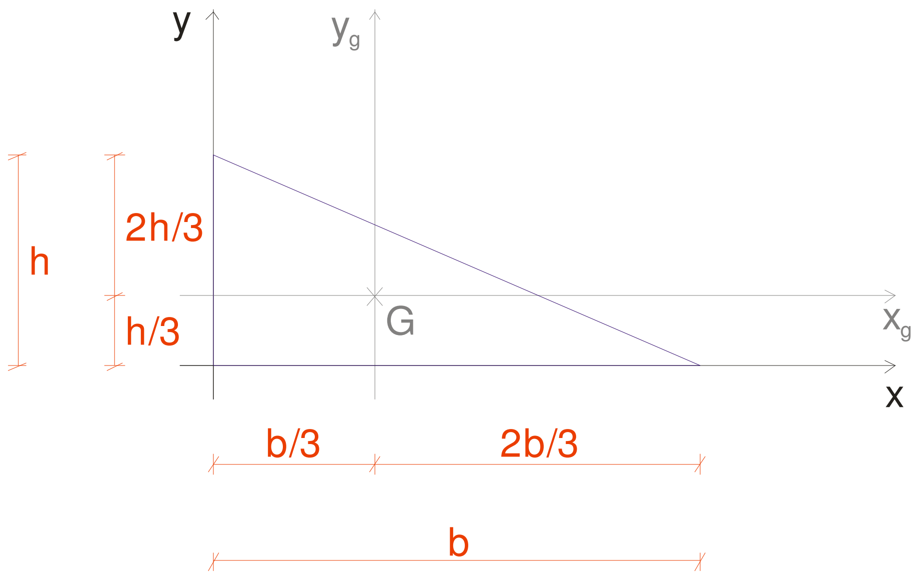
Características geométricas de algumas figuras planas:



$$I_x = \frac{bh^3}{3}; \quad I_y = \frac{hb^3}{3}; \quad I_{x_g} = \frac{bh^3}{12}; \quad I_{y_g} = \frac{hb^3}{12}; \quad I_{xy} = \frac{b^2h^2}{4}; \quad I_{x_g y_g} = 0.$$

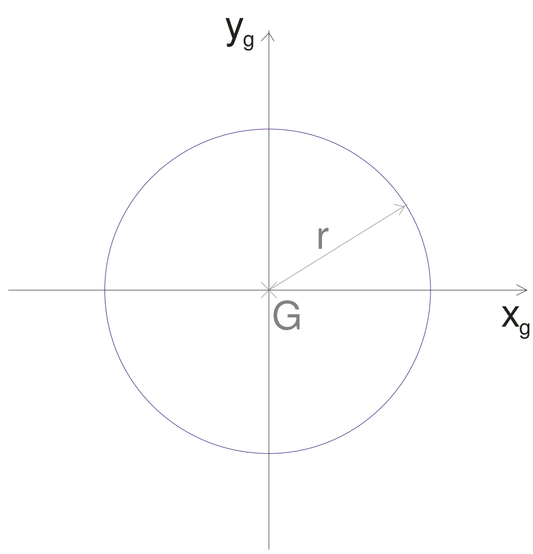


$$I_x = \frac{bh^3}{12}; \qquad I_{x_g} = \frac{bh^3}{36}.$$

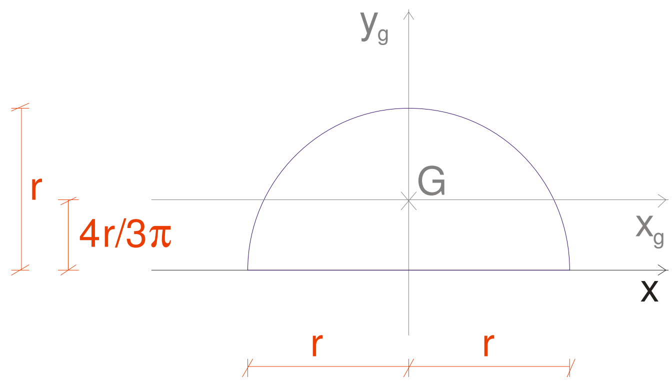


$$I_x = \frac{bh^3}{12}; \qquad I_{x_g} = \frac{bh^3}{36}; \qquad I_y = \frac{hb^3}{12}; \qquad I_{y_g} = \frac{hb^3}{36};$$

$$I_{xy} = \frac{b^2h^2}{24}; \qquad I_{x_g y_g} = -\frac{b^2h^2}{72}$$

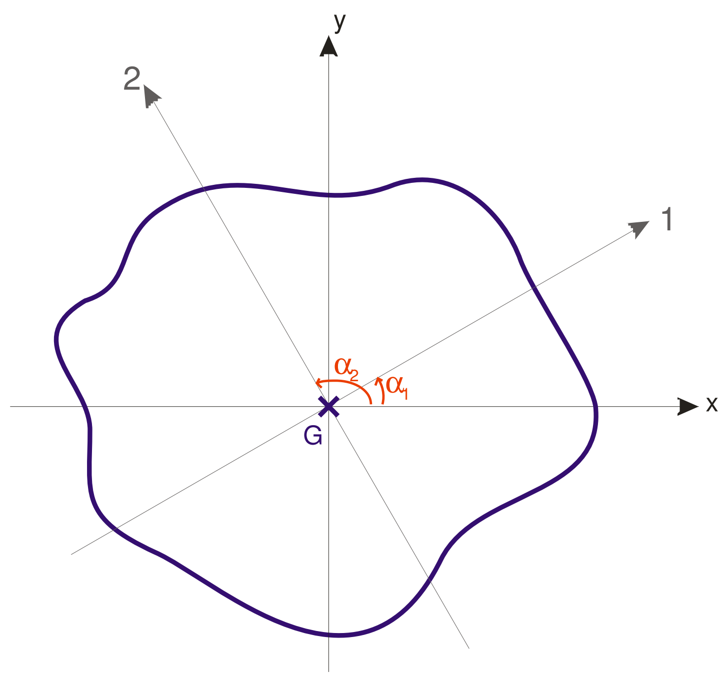


$$I_{x_g} = I_{y_g} = \frac{\pi \cdot r^4}{4}; \qquad I_{x_g y_g} = 0$$



$$I_x = \frac{\pi \cdot r^4}{8};\qquad I_{x_g y_g} = 0$$

Momentos centrais de inércia:



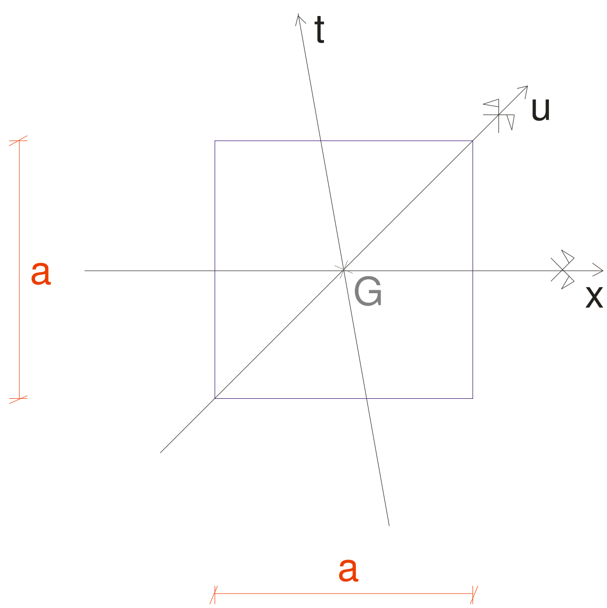
$$I_1 = \frac{I_x + I_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}\ ,\qquad \alpha_1 = arctg\left(\frac{I_x - I_1}{I_{xy}}\right)$$

$$I_2 = \frac{I_x + I_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}\ ,\qquad \alpha_2 = arctg\left(\frac{I_x - I_2}{I_{xy}}\right)$$

$$\begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix} = \frac{I_x + I_y}{2} \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$$

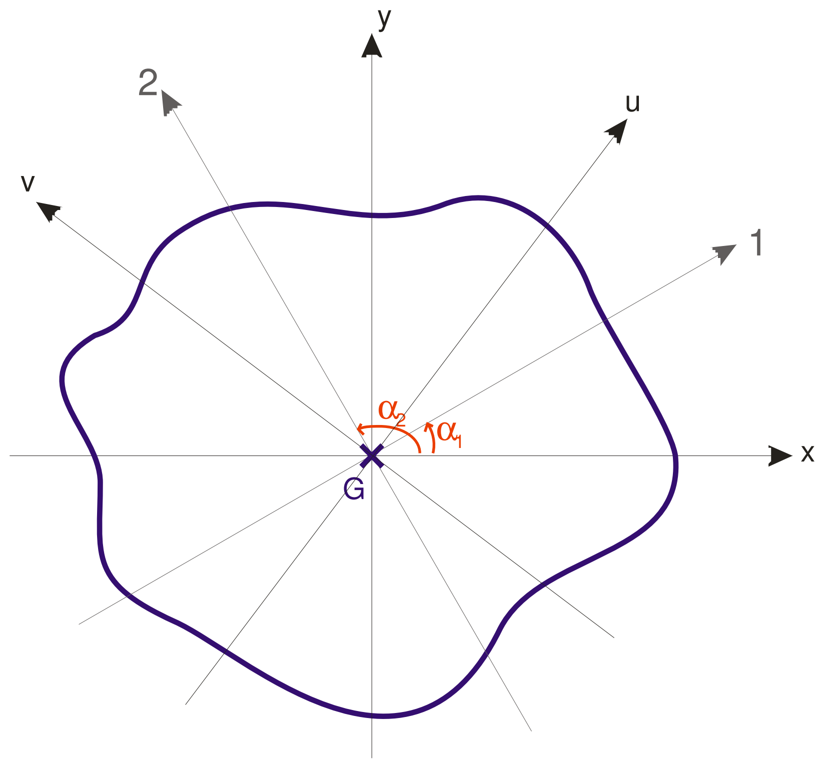
Propriedades:

1) Os eixos G1 e G2 são ortogonais entre si;
2) Em relação aos eixos centrais de inércia o momento centrífugo é nulo, isto é, $I_{12}= 0$;
3) Se em relação a dois eixos ortogonais que passam por G o momento centrífugo é nulo, então estes eixos são os eixos centrais de inércia da seção;
4) Os eixos de simetria são eixos centrais de inércia;
5) Se uma figura possui dois eixos de simetria não ortogonais entre si, então os momentos de inércia da figura em relação a todos os eixos que passam por G são iguais e todos os eixos que passam por G são centrais de inércia da seção.
   Ex: polígonos regulares:



$$I_1 = I_2 = I_x = I_u = I_t = \frac{a^4}{12}$$

6) A soma dos momentos de inércia de uma figura em relação a dois eixos ortogonais que passam por um mesmo ponto é uma constante.



$$I_x + I_y = I_1 + I_2 = I_u + I_v \quad , \forall \, \mathrm{u, v}$$