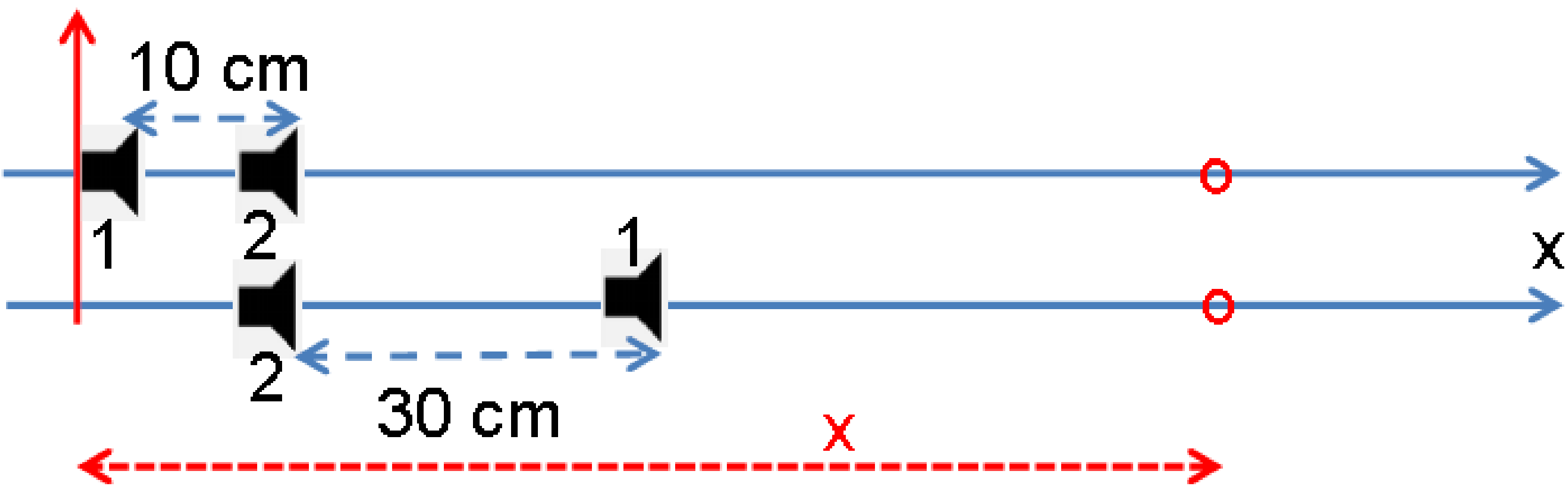
Q1) Dois alto falantes emitem ondas sonoras de mesma frequência ao longo do eixo $x$. A amplitude de cada onda é $a$. O alto falante 2 é fixo e o alto falante 1 movimenta-se livremente ao longo do eixo $x$, sendo que ambos emitem o som no sentido positivo deste eixo. A intensidade sonora é mínima quando o alto falante 1 está situado a 10 cm antes do outro. A intensidade aumenta quando o alto falante 1 movimenta-se para frente e alcança o máximo, com amplitude $2a$, quando está parado a 30 cm depois do alto falante 2. Calcule:

(1,0): a) O comprimento de onda do som.

(1,0): b) A diferença de fase entre os dois alto falantes.

(0,5): c) A amplitude dos sons se o alto falante 1 for colocado lado a lado com o outro alto falante.



**(a)** Para ir de interferência destrutiva para construtiva foi necessário um deslocamento do alto falante 1 correspondente a: $\Delta x = 40\,\mathrm{cm} = \dfrac{\lambda}{2}$, o que corresponde a uma mudança de fase de $\pi$.

Portanto: $\boxed{\lambda = 80\,\mathrm{cm}}$

Uma outra maneira de resolver, é adotar a origem na flecha vermelha e considerar:

$$u_1 = a\cos\left(kx - \omega t + \phi\right)$$

$$u_2 = a\cos\left(kx - \omega t\right)$$

Interferência destrutiva na posição $x$: $\phi + \dfrac{2\pi\left[x - \left(x - 10\right)\right]}{\lambda} = \pi$

$$\phi + \frac{20\pi}{\lambda} = \pi \qquad (1)$$

Interferência construtiva: $\phi+\frac{2\pi\left[(x-40)-(x-10)\right]}{\lambda}=0$

$$\phi-\frac{60\pi}{\lambda}=0 \qquad (2)$$

Subtraindo termo a termo nas Equações (1) e (2), temos que:

$$\frac{80\pi}{\lambda}=\pi$$

**(a)** $\boxed{\lambda=80\,\text{cm}}$

Substituindo o valor de λ em (1), temos que:

$$\phi+\frac{20\pi}{80}=\pi$$

$$\boxed{\phi=\frac{3\pi}{4}}$$

**(c)** Com os alto falantes na mesma posição, a amplitude é dada por:

$$A^2 = a^2 + a^2 + 2a^2\cos(\phi) = 2a^2 - 2a^2\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A^2 = 2a^2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a^2\left(2 - \sqrt{2}\right)$$

$$\boxed{A = a\sqrt{2+\sqrt{2}} = 0.765\,a}$$

Q2) Uma onda estacionária é observada em um fio fino de comprimento 3.00 m. A equação da onda é:

$$y(x,t) = 0.002\sin(\pi x)\cos(100\pi t)$$

onde $x$, $y$ em metros e $t$ em segundos.

(0,5): a) Esta corda está oscilando em qual harmônico?

(1,0): b) Qual é a frequência fundamental de vibração da corda.

(1,0): c) Se a frequência original é mantida constante e a tensão na corda é aumentada por um fator 9, qual é o novo harmônico que esta corda oscila.

**(a)** Identificando os termos pela equação, temos: $k = \pi$ ; $\omega = 100\pi$

$v_0 = \frac{\omega}{k} = 100\,\text{m/s}$ ; $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\text{m}$

Se a corda estiver com as duas extremidades presas, as ondas ressonantes são sempre tais que: $n\frac{\lambda}{2} = L$ (n=1, 2, 3,...). Como $L$= 3m e $\lambda$=2m, temos que:

$\boxed{n = \frac{2L}{\lambda} = \frac{3x2}{2} = 3}$ (**terceiro harmônico** e corda com as duas extremidades presas)

(b) $\boxed{f_n = \frac{nv}{2L} = \frac{1x100}{2L} = \frac{100}{2x3} = \frac{100}{6} = 16,7}$ Hz

(c) A frequência angular original é: $\omega_3 = 100\pi\,\text{Hz}$

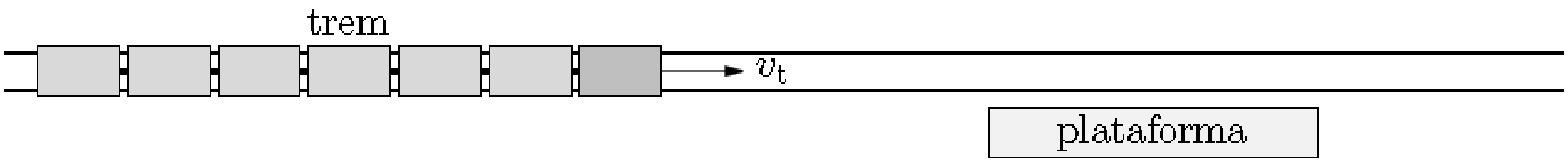
A nova velocidade na corda é: $v = \sqrt{\frac{9T}{\mu}} = 3\sqrt{\frac{T}{\mu}} = 3v_0 = 300\,\text{m/s}$

O novo número de onda é: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{100\pi}{300} = \frac{\pi}{3}$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6\,\text{m}$$

Portanto: $\boxed{n = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2X3}{6} = 1}$ **(Primeiro Harmônico)**

Q3) Um trem que se move sobre trilhos retilíneos com velocidade constante de módulo $v_t = 30{,}0\ \mathrm{m/s}$ passa por uma plataforma em que se encontra um observador parado, como esboçado na figura. Tanto no trem quanto na plataforma existem sirenes que emitem um som de frequência $\nu_0 = 180\ \mathrm{Hz}$. A velocidade do som no ar ambiente é $v_s = 340\ \mathrm{m/s}$.




Na ausência de vento:

(1,0): a) Qual é a frequência do som da **sirene do trem** ouvido pelo observador enquanto ele se aproxima da plataforma? E quando se afasta, depois de passar por ela?

Suponha agora que haja um vento de $v_v = 36\ \mathrm{km/h}$ soprando na mesma direção e sentido da velocidade do trem.

(1,0): b) Qual é a frequência do som da **sirene da plataforma** ouvido pelo maquinista do trem enquanto ele se aproxima da plataforma? E quando se afasta, depois de passar por ela?

(0,5): c) Quais são os comprimentos de onda dos dois sons do item anterior?

# Efeito Doppler

a) Efeito Doppler: fonte (sirene do trem) em movimento com velocidade de módulo $V = \upsilon_\mathrm{t} = 30\ \mathrm{m/s}$ e observador em repouso $u = 0$ (ambas em relação ao ar).
Trem se aproximando:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 - V/\upsilon_\mathrm{s}} = 197{,}4\ \mathrm{Hz}.$$

Trem se afastando:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + V/\upsilon_\mathrm{s}} = 165{,}4\ \mathrm{Hz}.$$

b) Efeito Doppler: fonte (sirene da plataforma) em movimento com velocidade de módulo $V = \upsilon_\mathrm{v} = 36\ \mathrm{km/h} = 10\ \mathrm{m/s}$ e observador (maquinista) em movimento com velocidade de módulo $u = \upsilon_\mathrm{t} - \upsilon_\mathrm{v} = 20{,}0\ \mathrm{m/s}$ (ambas em relação ao ar).
Trem se aproximando pela frente da fonte em movimento:

$$\nu = \nu_0 \frac{1 + u/\upsilon_\mathrm{s}}{1 - V/\upsilon_\mathrm{s}} = 196{,}4\ \mathrm{Hz}.$$

Trem se afastando por trás da fonte em movimento:

$$\nu = \nu_0 \frac{1 - u/\upsilon_\mathrm{s}}{1 + V/\upsilon_\mathrm{s}} = 164{,}6\ \mathrm{Hz}.$$

c) Seja $\lambda_0 = v_s/\nu_0 = 1{,}889\ \mathrm{m}$ o comprimento de onda no ar para uma fonte em repouso. Para a fonte em movimento ($V = 10{,}0\ \mathrm{m/s}$), temos, no primeiro caso (à frente da fonte):

$$\lambda = \lambda_0\,(1 - V/v_s) = 1{,}833\ \mathrm{m}$$

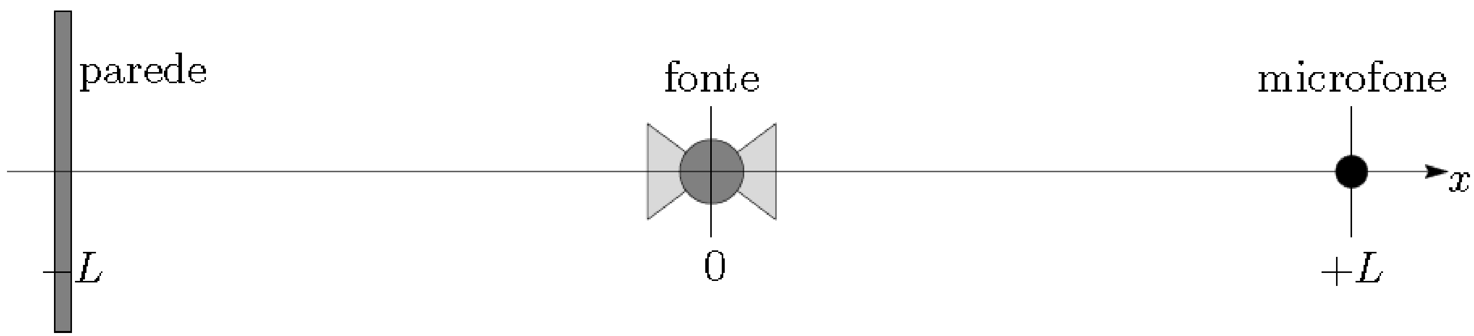
e no segundo (atrás da fonte):

$$\lambda = \lambda_0\,(1 + V/v_s) = 1{,}944\ \mathrm{m}.$$

Uma fonte sonora é constituída de dois alto-falantes que emitem som em sentidos opostos, como indica a figura. A fonte se encontra a meio caminho entre um microfone e uma parede muito grande, a uma distância $L$ de cada um deles. Não existe nenhum outro objeto a distâncias relevantes para o problema. Considere que e as dimensões da fonte são tais que ela não interfere no som refletido pela parede que passa por ela. A velocidade do som é $v_s$ e a fonte emite um som monocromático de frequência angular $\omega$ que pode ser variada. A onda de deslocamento que vai diretamente da fonte ao microfone, desprezando a atenuação com a distância, é descrita pela função

$$u_1(x,t) = u_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t), \text{ para } x > 0.$$

Como definido na figura, a fonte se encontra na posição $x = 0$.




(0,5): a) Escreva a função que descreve a onda que se desloca na direção da parede, $u_2(x,t)$.

(1,0): b) Considerando que a reflexão é total, determine a função que descreve a onda refletida na parede, $u_3(x,t)$,

(1,0): c) Calcule as frequências correspondentes aos mínimos de intensidade do som captado pelo microfone.

## Ondas, Reflexão, Interferência

a) A onda $u_2$ se propaga na direção $-\hat{x}$:

$$u_2(x,t) = u_0 \,\mathrm{sen}\,(kx + \omega t)$$

b) A superposição da onda refletida $u_3$ com a onda incidente $u_2$ deve ter um deslocamento nulo na parede, $x = -L$. Como a reflexão é total, a amplitude de $u_3$ é a mesma de $u_2$ e podemos escrever:

$$u_3(x,t) = u_0 \,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

onde resta determinar a fase $\delta$. Assim,

$$\begin{aligned}
u(-L,t) &= u_2(-L,t) + u_3(-L,t) = 0 \\
0 &= u_0 \,\mathrm{sen}(-kL + \omega t) + u_0 \,\mathrm{sen}(-kL - \omega t + \delta) \\
u_0 \,\mathrm{sen}(\omega t - kL) &= u_0 \,\mathrm{sen}(\omega t + kL - \delta) \\
\omega t - kL &= \omega t + kL - \delta \\
\delta &= 2kL \\
u_3(x,t) &= u_0 \,\mathrm{sen}(kx - \omega t + 2kL) = u_0 \,\mathrm{sen}\,[k(x + 2L) - \omega t]
\end{aligned}$$

c) Usando os resultados anteriores

$$\begin{aligned} u(L,t) &= u_1(L,t) + u_3(L,t) \\ &= u_0 \,\mathrm{sen}(kL - \omega t) + u_0 \,\mathrm{sen}(3kL - \omega t) \end{aligned}$$

A diferença de fase entre as duas ondas em $x = L$ é, portanto

$$\Delta\phi = 2kL$$

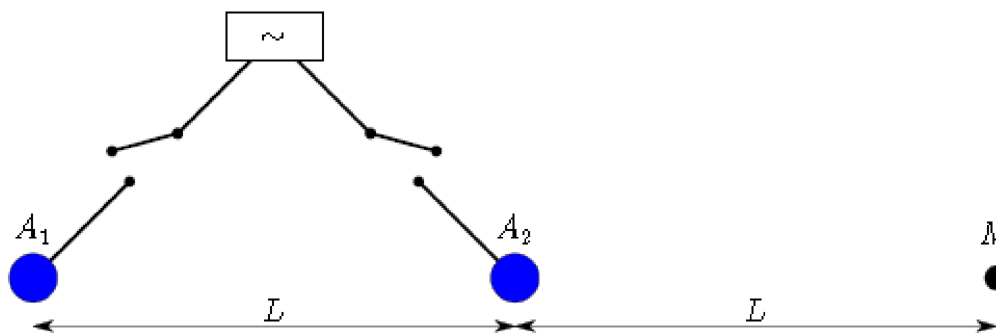
Condição de mínimo

$$\Delta\phi = (2n+1)\pi \Rightarrow kL = \left(n + \tfrac{1}{2}\right)\pi, \quad n = 0,1,2\ldots$$

Como $\omega = kv_s$

$$\omega_{\text{mín}} = \frac{\pi L}{v_s}\left(n + \tfrac{1}{2}\right), \quad n = 0,1,2\ldots$$

A figura mostra dois alto-falantes ($A_1$ e $A_2$), que emitem som igualmente em todas as direções, posicionados a uma distância $L = 2{,}0\ \mathrm{m}$ um do outro. Na mesma linha que une os dois alto-falantes há um microfone ($M$) a uma distância $L = 2{,}0\ \mathrm{m}$ do mais próximo. Os alto-falantes podem ser ligados a uma mesma fonte ($\sim$) que gera um sinal de frequência $\nu = 170\ \mathrm{Hz}$. A potência sonora média irradiada por cada alto-falante é $\bar{P} = 0{,}40\,\pi\ \mathrm{W}$ e a velocidade do som no ar ambiente é $v_s = 340\ \mathrm{m/s}$.
Dados: $\log_{10}(2) = 0{,}301$, $\log_{10}(3) = 0{,}477$, $\log_{10}(5) = 0{,}699$, $\log_{10}(7) = 0{,}845$




(0,5): a) Qual a intensidade do som detectado pelo microfone quando apenas o alto-falante 1 está ligado?

(1,0): b) Qual a intensidade do som detectado pelo microfone quando ambos os alto-falantes estão ligados?

(0,5): c) Calcule o nível de intensidade sonora, $\beta$ no caso do item b).

a)

$$I = \frac{\bar{P}}{S} = \frac{\bar{P}}{4\pi r^2}$$

$$r = 2L = 4{,}0\ \mathrm{m} \Rightarrow I_1 = \frac{0{,}1}{16}\ \mathrm{W/m^2} = 6{,}25\ \mathrm{mW/m^2}$$

b) As ondas provenientes de 1 e 2 se encontram em fase no ponto $M$ porque

$$\lambda = \frac{v_\mathrm{s}}{\nu} = 2{,}0\ \mathrm{m} = r_1 - r_2$$

A amplitude resultante é, portanto

$$A = A_1 + A_2 = A_1 + 2A_2 = 3A_1$$

porque $A \propto \frac{1}{r}$. Como $I \propto A^2$

$$I = 9I_1^2 = \frac{0{,}9}{16}\ \mathrm{W/m^2} = 56{,}25\ \mathrm{mW/m^2}$$

c)

$$\beta = 10\log_{10}\frac{I}{I_0} = 10\log_{10}\frac{0{,}9\times10^{12}}{16}$$

$$\beta = 10\left[\log_{10}(9) + 11 - \log_{10}(16)\right] = 10\left[2\log_{10}(3) + 11 - 4\log_{10}(2)\right] = 107{,}5\,\mathrm{dB}$$