Ciência e Tecnologia do Vácuo

2018

AULA 6 19/03/18

Passar lista de presença
distribuir lista 2.

Resumo da aula anterior

① $\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}$ $\frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área tempo}}$ $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$; $n = \frac{P}{kT}$

$$\boxed{\nu = \frac{3{,}5 \times 10^{22}}{(MT)^{1/2}} P(\text{Torr})}$$ $\frac{\text{moléculas incidentes}}{cm^2 \; s}$

Para N_2 $T = 300\,K$

$\nu = 3{,}8 \times 10^{20}\, P(\text{Torr})$ $\frac{\text{moléculas incidentes}}{cm^2 \; s}$

TRANSPARÊNCIA

$$\boxed{\tau = \frac{2{,}7 \times 10^{-6}}{P(\text{Torr})}}$$ tempo de formação de uma monocamada

② Para calcular $N_S \equiv N_V$

$P = \frac{12\, k T}{\pi R_0 \delta^2}$ $\begin{cases} \delta_{N_2} = 3{,}7 \times 10^{-8}\, cm \\ k = 10^{-19} \frac{\text{Torr}\; cm^3}{K} \end{cases}$

$$\boxed{N_V \equiv N_S \text{ para } P = 10^{-2} \text{ Torr}}$$

③ Viscosidade $\boxed{\eta = \frac{1}{3} \lambda n m \bar{v}}$

④ Regimes de Escoamento

Regime viscoso $(\lambda \ll D)$
- fluxo turbulento
- fluxo laminar

Regime intermediário

Regime molecular $\boxed{\lambda \gg D}$

nº de Reynolds

$$\boxed{Re = \frac{\rho\, u\, P}{\eta}}$$

$$\begin{cases} Q > 200\, D \text{ (cm)} & \text{turbulento} \\ Q < 100\, D \text{ (cm)} & \text{laminar} \end{cases}$$

$$[Q] = \frac{\text{Torr}\,\ell}{s}$$

nº de Knudsen

$$\boxed{N_k = \frac{\lambda}{D}}$$

$DP \geq 1$ VISCOSO

$DP \leq 10^{-2}$ MOLECULAR

$10^{-2} < DP < 1$ intermediário

EXEMPLOS

bancadas 1 e 2

$P = 10^{-2}$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10^{-1}$ cm Torr
Intermediário

$P = 1$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10$ cm Torr
VISCOSO

bancada 3

$P = 10^{-6}$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10^{-5}$ cm Torr
MOLECULAR

FLUXO MOLECULAR

Probabilidade de transmissão

$N_0 \times P_{1-2}$

Simétrico

$1 \rightarrow 2$ $2 \rightarrow 1$ são iguais

ASSIMÉTRICO

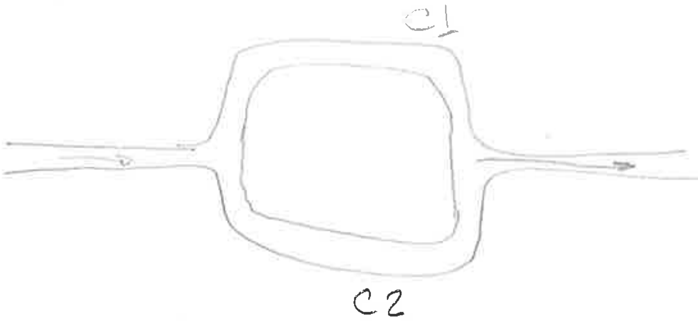
$1 \rightarrow 2$ $2 \rightarrow 1$ também são iguais

Argumento

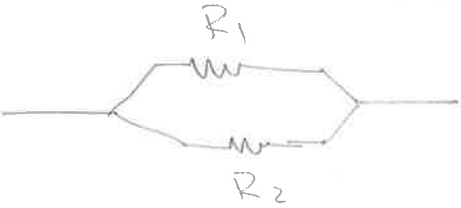
Sem bombeamento $\boxed{P_1 = P_2}$

CONDUTÂNCIAS

Paralelo



Analogia

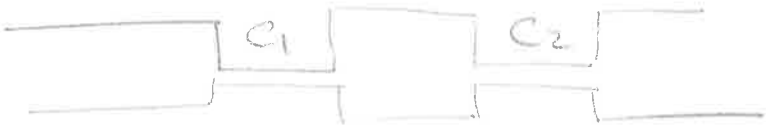


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Para tubos e fluxo molecular

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \equiv \boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$$

Série



Analogia

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Para tubos e fluxo molecular

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

AULA DE HOJE

Fluxo molecular (Bomba difusora)

1 Condutância de um orifício

2 Diafragma

3 Duto circular

4 Duto com seção reta retangular

Leitura recomendada

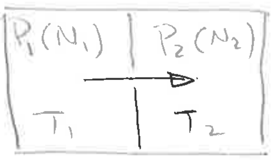
The ultimate vacuum

P. A. Redhead

VACUUM 53 (1999) 137-149

Condutância de um orifício

Fluxo molecular



As dimensões da câmara de vácuo devem ser bem maiores do que o orifício.

Suposição: As moléculas colidem apenas com as paredes da câmara

fluxo de gás (throughput)

$$\boxed{PV = NkT} \quad \text{lembrando}$$

$$Q = P\frac{dV}{dt} = kT\frac{dN}{dt}$$

$$\boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}} \qquad \nu = \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área} \quad \text{tempo}}$$

$$\frac{dN}{dt} = \nu A \text{ , então:}$$

$$Q = kT\nu A = kT\left(\frac{1}{4} n \bar{v} A\right) \qquad \text{como } \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \; ; \; n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$$

$$Q = \cancel{kT}\,\frac{1}{4}\,\frac{P}{\cancel{kT}}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\,A \Longrightarrow Q = PA\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

$$\boxed{Q_T = Q_1 - Q_2 = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1 - P_2)}$$

O que nos interessa é o fluxo de massa total que é exatamente a diferença entre os dois compartimentos

$$\boxed{Q_T = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,\Delta P}$$

mas $Q = C(P_1 - P_2)$ por definição

logo $\boxed{C = A\sqrt{\dfrac{kT}{2\pi m}}}$ CONDUTÂNCIA DE UM ORIFÍCIO

Reescrevendo $\boxed{C = 3{,}64\left(\dfrac{T}{M}\right)^{1/2} A \quad \ell/s}$

Para N_2, $T = 20°C$ $(T = 293\,K)$

$\boxed{C_{N_2} \simeq 12A \quad \ell/s}$ $A\ (cm^2)$
$C\ (\ell/s)$

Para um orifício circular

$$A = \frac{\pi D^2}{4}, \quad \text{então:}$$

$\boxed{C_{o_{N_2}} = \dfrac{12\pi D^2}{4} \simeq 9D^2}$ $D(cm)$
$C_o\ (\ell/s)$

Importante $\Longrightarrow$ $\boxed{C \propto \sqrt{\dfrac{T}{M}}}$

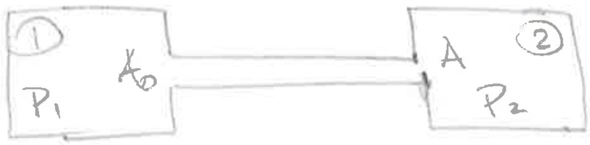
- No regime molecular a condutância não depende da pressão.

Quanto maior a temperatura $\Rightarrow$ maior a condutância
Quanto menor a temperatura $\Rightarrow$ menor a condutância

A condutância é inversamente proporcional à massa molar.

Diafragma

Condutância de orifícios com áreas diferentes ligados por um tubo de comprimento L.



$$\boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$

Considerando a impedância na direção 1 para 2

A molécula deve encontrar o orifício do tubo e depois vencer a superfície do tubo

$$Z_{12} = Z_{A_0} + Z_L + Z_{ef}$$

Na direção $2 \longrightarrow 1$

$$Z_{21} = Z_A + Z_L$$

Sabendo que $Z_{12} \equiv Z_{21}$

Vamos supor que o sistema esteja sendo bombeado e que se estabeleça um fluxo de massa.

Desligando-se as bombas, as pressões P_1 e P_2 devem se igualar, logo $Z_{21} \equiv Z_{12}$

Então

$$Z_{A_0} + Z_L + Z_{ef} = Z_A + Z_L$$

$$\therefore \boxed{Z_{ef} = Z_A - Z_{A_0}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{C_{ef}} = \frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A_0}} \Longrightarrow \boxed{C_{ef} = \frac{C_A \, C_{A_0}}{C_{A_0} - C_A}}$$

Sabendo que $C_0 = 12A = 9D^2$, então:

$$C_{ef} = 12A \left[\frac{A_0}{A_0 - A} \right]$$ ou

$$C_{ef} = 9D^2 \left[\frac{D_0^2}{D_0^2 - D^2} \right]$$ expressão equivalente

Estudo de Casos:

CASO 1

Para $A \ll A_0$

$C_{ef} = 12A$ ou $C_{ef} = 9D^2$

i.e. $\boxed{C_{ef} = C_A}$

Caso 2

Para $A \sim A_0$

$C_{ef} \to \infty$ i.e. $\boxed{Z_{ef} = 0}$

Caso 3

$$A = \frac{A_0}{2}$$

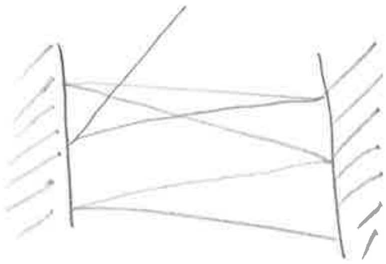
$$\boxed{C_{ef} = 2\,C_A}$$

efeito DIAFRAGMA

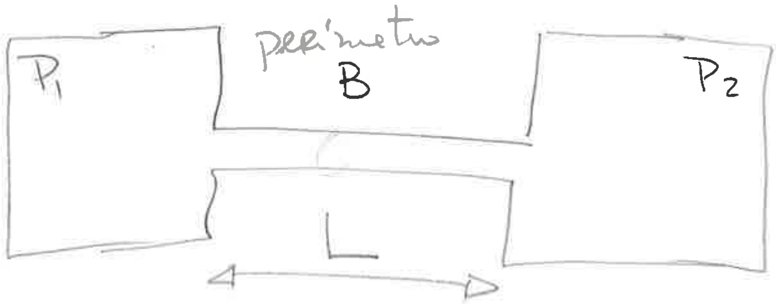
Condutância de um tubo circular

Fluxo MOLECULAR – Deduzido por Knudsen.

No fluxo molecular as moléculas descrevem trajetórias em linha reta aleatórias entre as paredes.



$$\boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}} \quad \frac{\text{moléculas}}{cm^2 s}$$



Nem todas as moléculas que penetram no tubo conseguem chegar do outro lado.

⇒ Transmissão <u>NÃO</u> é 100%

Hipótese de Knudsen

$$\boxed{P_{\text{transmissão}} \propto \frac{A}{BL}}$$

Algumas moléculas vão para frente e outras voltam. A probabilidade de transmissão é proporcional à seção reta (Área) e inversamente proporcional à superfície do tubo.

$$\begin{cases} A \equiv \text{área} \\ B \equiv \text{Perímetro} \\ L \equiv \text{Comprimento do tubo} \end{cases}$$

Ref. A. Roth pag 82-85 seção 3.3.3

Condutância $C \propto N_{\text{moléculas}} \times P_{\text{transmissão}}$

$N_{\text{moléculas}} \propto Q$ (proporcional ao throughput)

$$Q = \frac{P\Delta V}{\Delta t} = kT\frac{\Delta N}{\Delta t} \qquad \boxed{\frac{dN}{dt} = \nu A} \qquad \nu = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

$$Q = kT\nu A = kT\frac{1}{4} n \bar{v} A \qquad \left\{ \begin{array}{l} \bar{v} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}} \\ n = \dfrac{P}{kT} \end{array} \right.$$

$$Q = \cancel{kT}\frac{1}{4}\frac{P}{\cancel{kT}}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\, A$$

$$\therefore \boxed{Q = PA\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$$

então $\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = P_1 A \sqrt{\dfrac{kT}{2\pi m}} \\ Q_2 = P_2 A \sqrt{\dfrac{kT}{2\pi m}} \end{array} \right.$

Lembrando a hipótese de Knudsen, temos:

$$P_{\text{transmissão}} \propto \frac{A}{BL}$$

sendo $C \propto P_{\text{transmissão}} \times N_{\text{moléculas}}$

$N \propto Q$, vem:

$$Q_T \propto \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1-P_2)\,A \times \frac{A}{BL}$$

$$\boxed{Q_T \propto \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1-P_2)\,\frac{A^2}{BL}}$$

Nesta equação devemos incluir uma constante de proporcionalidade devido à correção de velocidades $\boxed{\frac{16}{3}K}$

$$Q = C\Delta P = C(P_1-P_2)$$

$$\boxed{C = \frac{16K}{3}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,\frac{A^2}{BL}}$$

Equação Geral

⇒ Para tubos cilíndricos $K=1$

⇒ Para tubos de seção reta retangular, o fator K depende da relação entre os lados (b/a)

como $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$, então:

$$\boxed{C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{A^2}{BL}}$$

Para um tubo, temos $\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{\pi D^2}{4} \\ B = 2\pi R = \pi D \end{array} \right.$

logo $$\boxed{C = \frac{\pi}{12}\,\bar{v}\,\frac{D^3}{L}}$$

Influência da TEMPERATURA na condutância

$$C \propto \bar{v} \qquad \bar{v} \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{1/2} \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{1/2}$$

Para $T_1 = 293\,K$ e $T_2 = 77\,K$

N_2 líquido
$T = 77\,K$

$$C = \sqrt{\frac{293}{77}} \sim 2 \qquad \text{FATOR 2}$$

i.e. Ao se colocar N_2 líquido a condutância DIMINUI, mas a pressão também diminui!!

CONDUTÂNCIA para N_2 em um tubo cilíndrico

$$\boxed{C = \frac{\pi}{12} \bar{v} \frac{D^3}{L}}$$

$T = 300\,K$
$M = 28$ u.m.a.

$$\bar{v} = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2} = \left(\frac{8RT}{\pi N_A m}\right)^{1/2} = \left(\frac{8R}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{T}{M}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{C = 3{,}8 \left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} \frac{D^3}{L}}$$

Roth pag 84

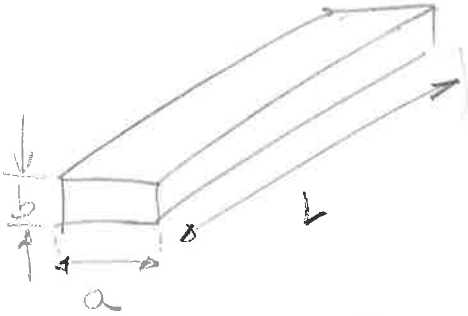
Para $T = 293\,K$ e $M = 28$

$$\boxed{C_{ar} \simeq \frac{12 D^3}{L}}$$

D (cm)
L (cm)
C (ℓ/s)

Independe da Pressão

Cálculo da condutância de um duto RETANGULAR



$b < a$

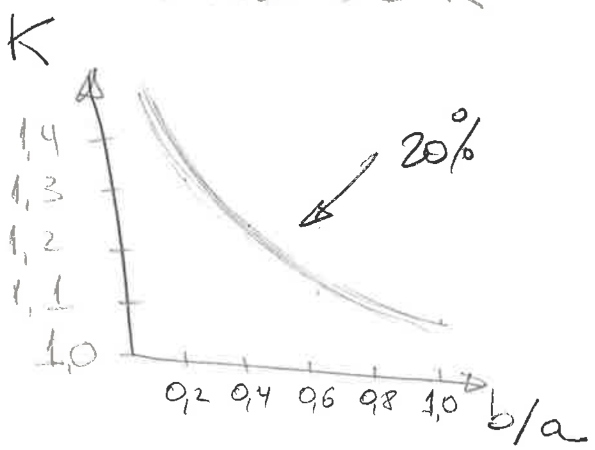
$$\begin{cases} A = a \cdot b \\ B = 2(a+b) \quad \text{perímetro} \end{cases}$$

Sendo $$\boxed{C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{A^2}{BL}\,K}$$

$$C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{(ab)^2}{2(a+b)L}\,K = \frac{2}{3}\,\bar{v}\,\frac{a^2b^2}{(a+b)L}\,K$$

VALORES DE K

mostrar transparência



para $a = 2b$

correção de 20%

Estudo de casos

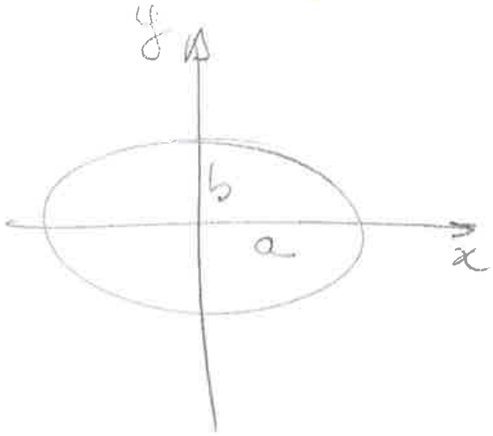
(a) Para $a \gg b$

$$\boxed{C = \frac{2}{3}\,\bar{v}\,\frac{ab^2}{L}}$$

(b) Para $a = b$ quadrado

$$\boxed{C = \frac{1}{3}\,\bar{v}\,\frac{a^3}{L}}$$

(c) Elipse semi eixos a e b



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

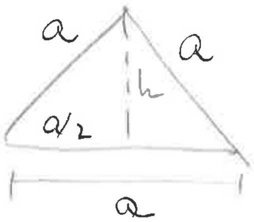
$A = \pi a b$

$B = 2\pi \left(\frac{a^2+b^2}{2}\right)^{1/2}$

$$\boxed{C = k\,\frac{2\sqrt{2}}{3}\,\frac{\pi}{L}\,\frac{a^2 b^2}{(a^2+b^2)^{1/2}}\cdot \bar{v}}$$

(d) TUBO TRIANGULAR (triângulo equilátero de lado a)

$k = 1{,}24$



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \quad ; \quad B = 3a$$

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Longrightarrow \boxed{h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}}$$

dedução: $h^2 = \frac{4a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \therefore h = \frac{\sqrt{3}}{2} a \therefore A = \frac{a}{2}\frac{h}{2} \times 2$

então $A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ c.q.d.

$$C = 0{,}413 \left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2} \frac{a^3}{L} \quad \text{em CGS}$$

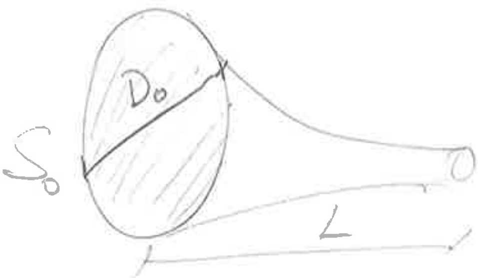
Para o ar a 20°C

$$\boxed{C = 4{,}8\,\frac{a^3}{L}}$$

Expressão geral para o cálculo da condutância de tubos

$$\boxed{C = K \, \frac{4}{3} \, \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A} \, dl}}$$

Exemplo: <u>VUVUZELA</u> (próxima aula)



seção circular

$$\boxed{S = S_0 e^{-\beta x}}$$

$$0 < x < L$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi D_0^2}{4} e^{-\beta x}$$

$$\begin{cases} D^2 = D_0^2 e^{-\beta x} \\ D = D_0 e^{-\frac{\beta x}{2}} \end{cases}$$

O problema se reduz ao cálculo da integral

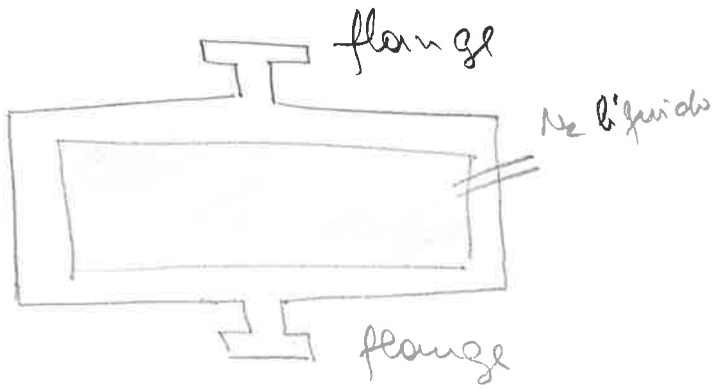
$$\boxed{I = \int_0^L \frac{B}{A^2} \, dl}$$

próxima aula

Tarefa para o lar

Qual a expressão para o cálculo da condutância de um duto anular?

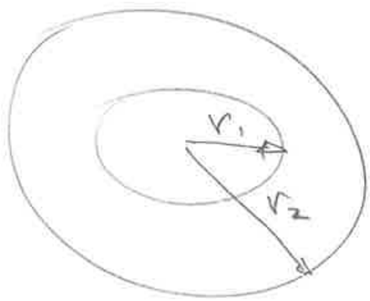
A armadilha de N_2 é sempre no formato anular



descrita como uma sucessão de impedâncias em série

Duto circular

$$\begin{cases} C = 12A \\ A = \pi (r_2^2 - r_1^2) \end{cases}$$



A armadilha de N_2 líquido é colocada no sistema para proteger o sistema de vácuo da subida de vapor de óleo!?

Bomba Difusora

Mostrar transparência

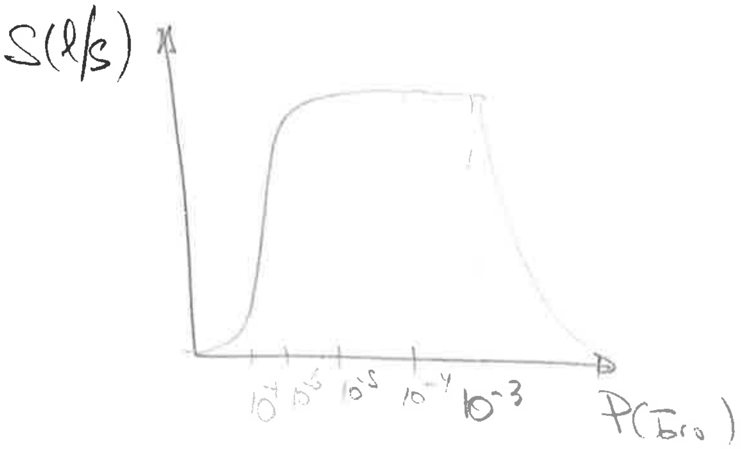
{ Back streaming (VAPOR)
{ Back migration (SUPERFÍCIE)

• A bomba difusora não consegue bombear mais do que o número de moléculas que passam pelo orifício (BOCA)

Velocidades Supersônicas

As colisões das moléculas de óleo transmitem momento linear às moléculas do ar (500 uma X 28 uma)

As paredes são esfriadas para ajudar na condensação do líquido.



Baffle ≡ evita backstreaming

Trap (N_2 líquido) também evita

- A condutância da bomba está relacionada com a velocidade de bombeamento
- A velocidade da bomba depende do processo de bombeamento.
- Eficiência de bombeamento

$\varepsilon \approx 30\%$ a 40%

FATOR H

Fator H ou fator de velocidade de bombeamento é a razão entre a velocidade real de bombeamento e o máximo fluxo permitido

Velocidade da bomba $\equiv$ 50% x condutância do orifício

$$S = 50\% \,(9D^2)$$

$$\therefore \boxed{S = 4{,}5 D^2} \quad l/s \qquad D(cm)$$

EXEMPLOS

Diametro	CATÁLOGO	CALCULADO
2"	90 l/s	115 l/s
4"	425 l/s	450 l/s
18"	10000 l/s	9300 l/s
52"	17000 l/s	18000 l/s

$$\boxed{1'' = 2{,}54\,cm}$$