AULA 5

Ciência e tecnologia do Vácuo 2018

08/08/2018

①

passar lista de presença

Resumo da aula anterior

Teoria cinética dos gases.

- Número de Avogadro $\boxed{N_A = 6{,}02 \times 10^{23}}$

Todos os gases contêm o mesmo número de moléculas ou átomos quando ocupam um mesmo volume nas mesmas condições de temperatura e pressão (CNTP)

- Número de moles: $n = N/N_A$
- Dedução da equação de gases ideais

$$PV = nRT \Longrightarrow PV = \frac{N}{N_A} RT \Longrightarrow \boxed{PV = NkT}$$

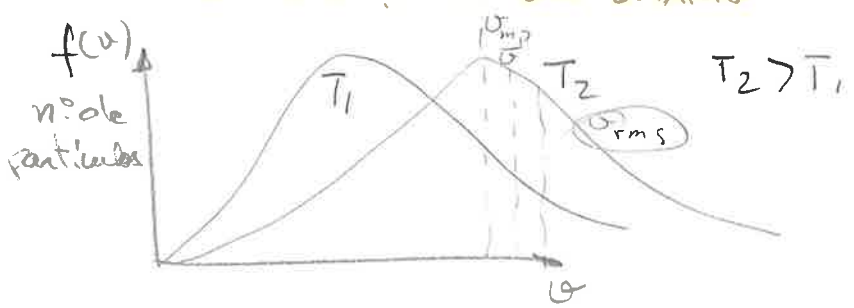
$k = \frac{R_0}{N_A}$ = cte de Boltzmann

- LIVRE CAMINHO MÉDIO

N_2 $T = 300\,K$

$$\lambda = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}\, r^2 N} \; ; \quad \lambda = \frac{kT}{P\, 4\pi\sqrt{2}\, r^2} \Longrightarrow \boxed{\lambda = \frac{5 \times 10^{-3}\,(cm)}{P(Torr)}}$$

- DISTRIBUIÇÃO DE BOLTZMANN



$T_2 > T_1$

$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$v_{rms} = \overline{v^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

- Fluxo de moléculas

$$\boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$

$$\nu = \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área tempo}}$$

$$\boxed{\nu = 3{,}5 \times 10^{22}\, P(Torr)\, (MT)^{-1/2}\ cm^{-2}\, s^{-1}}$$

Resolução de problemas da lista 1:

(11) Quanto tempo leva para formar uma monocamada em função da pressão?

(a) Quantas moléculas de N_2 cabem em $1\,cm^2$?

$\delta_{N_2} = 3{,}7 \times 10^{-8}\,cm$ diâmetro da molécula de N_2

Área de uma molécula

Modelo simples

$$A = \pi R^2 = \frac{\pi \delta^2}{4}$$

Regra de 3

$$1 \;-\; \underset{\text{Área}}{\frac{\pi \delta^2}{4}}$$
$$N \;-\; 1\,cm^2$$

$$N = \frac{\text{nº. de partículas}}{\text{área}} = \frac{1}{A} = \frac{4}{\pi \delta^2} = 9{,}0 \times 10^{14} \sim 10^{15}\ \frac{\text{partículas}}{cm^2}$$

(b) Pela teoria cinética dos gases o fluxo é dado por:

$$\nu = \frac{1}{4} n \bar{v} \equiv \frac{\text{nº. de moléculas}}{\text{área} \cdot \text{tempo}}$$

substituindo $PV = NkT$ e $n = \frac{N}{N_A}$ $\quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

$$\boxed{\nu = 3{,}5 \times 10^{22}\ P(\text{Torr})\ (MT)^{-1/2}}$$

Para N_2 a $T = 300\,K$ e $M = 28$, temos

$$\nu = 3{,}8 \times 10^{20}\ P(\text{Torr})\ \frac{\text{moléculas}}{cm^2\, s}$$

em $1\,s$ —— $3{,}8 \times 10^{20}\ P(\text{Torr})$

τ —— 10^{15} moléculas

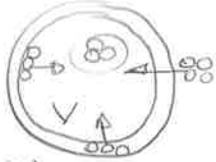
$$\boxed{\tau = \frac{2{,}6 \times 10^{-6}}{P(\text{Torr})}}$$

τ é o tempo de formação de uma monocamada

Tabela

P(Torr)	t(s)
1	10^{-10}
10^{-3}	10^{-3}
10^{-6}	3 s
10^{-8}	300 s (5 min)
10^{-10}	7,5 horas
10^{-14}	9 anos

Questão 10



Fontes de gases
gás do volume
molécula na superfície
moléculas absorvidas (difusão)
moléculas do exterior (permeação)
desorpção térmica (superfície)

Transparência 1

Questão 12 : Qual a pressão em que $N_{VOLUME} \equiv N_{SUPERFICIE}$?

Se a pressão for alta as moléculas se aprisionam na superfície
As moléculas ficam aprisionadas (coesas) devido a forças físicas e químicas

- Moléculas fracamente ligadas à superfície
- Moléculas pouco ligadas
- Moléculas fortemente ligadas à superfície

Em $P = 1$ atm as moléculas ficam fixas inclusive pelas moléculas que blindam essas moléculas na parede.

Para estimar quando $N_V \equiv N_S$ vamos começar com a lei dos gases ideais:

$$\boxed{PV = NkT}$$

$$N_V = \frac{PV}{kT} \qquad \begin{cases} V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \\ A_{esfera} = 4\pi R^2 \end{cases}$$

$$\boxed{N_V = \frac{P}{kT} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$N_S = \frac{4\pi R^2}{\text{area ocupada por uma molécula}}$$

$\boxed{R = \text{Raio da superfície}}$

$$N_S = \frac{4\pi R^2}{\frac{\pi \delta^2}{4}} = \frac{16 R^2}{\delta^2}$$

Queremos: $\boxed{N_S = N_V}$

$$\frac{16 R^2}{\delta^2} = \frac{P}{kT} \frac{4}{3}\pi R^3 \Longrightarrow \boxed{P = \frac{12\, kT}{\pi R\, \delta^2}}$$

Para N_2 $\delta_{N_2} = 3{,}7 \times 10^{-8}$ cm

sendo $k = 10^{-22} \frac{\text{Torr}\,\ell}{K} = 10^{-19} \frac{\text{Torr}\,\text{cm}^3}{K}$

Para 300 K $\longrightarrow$ $\boxed{P = \frac{0{,}167}{D(\text{cm})} \text{ (Torr}}$ $D = 2R$

Considerando uma câmara de $D \sim 20$ cm

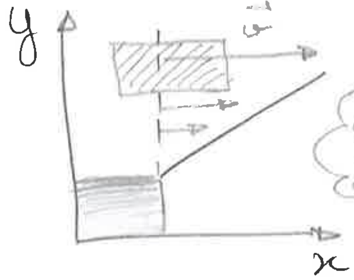
$$\boxed{P = 8{,}5 \times 10^{-3} \text{ Torr}}$$

A molécula proveniente da superfície do sistema torna-se importante a partir de 10^{-2} Torr.

$\Longrightarrow$ Num sistema de vácuo o gás do volume não é muito importante, pois esse gás é retirado da câmara rapidamente.

VERIFICAR ESSE FATO NA BANCADA 2

VISCOSIDADE



duas placas com fluido entre elas

Placa se movendo em relação a outra

gradiente de velocidade

$$\frac{d\vec{v}}{dy}$$

A camada inferior se desloca com velocidade menor e assim sucessivamente.

Verifica-se experimentalmente que para manter o deslocamento é necessário aplicar uma força na direção e no sentido do deslocamento, proporcional à area A da placa e ao gradiente de velocidade.

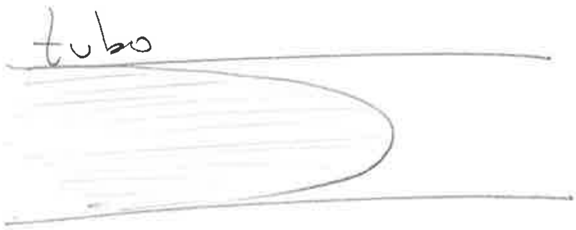
$$\boxed{F = \eta A \frac{d\vec{v}}{dy}}$$

η é o coeficiente de viscosidade do fluido

Isso equivale a dizer que o gás exerce, sobre a placa, uma força de reação chamada força viscosa, do mesmo módulo e direção, mas com sentido oposto ao movimento.

A viscosidade do gás afeta o fluxo de escoamento quando o sistema está no regime viscoso.

Perfil



Velocidade máxima na parte central do tubo.
Velocidade nula para as moléculas na parede.

Exemplo: Folhas nas margens de um rio!

Pode-se imaginar o gás deslizando em camadas longitudinais.

Cada camada exerce uma força tangencial sobre a outra camada adjacente, freiando a de maior velocidade e tendendo a aumentar o movimento das mais lentas.

No sistema CGS a unidade de viscosidade é chamada POISE

$$[P] = \left[\frac{\text{dina } s}{cm^2}\right]$$

Relação útil entre η e λ

$$\boxed{\eta = \frac{1}{3} \lambda n m \bar{v}}$$

Regimes de Escoamento

A. Roth cap.3

Ao diminuir a pressão desde a pressão atmosférica até pressões mais baixas, o sistema passa por vários regimes de escoamento:

- VISCOSO
  - fluxo turbulento
  - fluxo laminar
- INTERMEDIÁRIO
- MOLECULAR

VISCOSO
- movimento coletivo do gás
- caracterizado por λ pequeno
- Colisões elásticas
- Escoamento é regido pela viscosidade do gás.

MOLECULAR
- caracterizado por λ grande ($\lambda >> D$)
- Movimento independente das moléculas.

No regime VISCOSO – Velocidades altas – fluxo turbulento
Velocidades baixas – fluxo laminar

→ No fluxo laminar as velocidades aumentam da borda para o centro

→ O limite entre fluxo turbulento e laminar é dado pelo número de Reynolds, enquanto que os limites entre os outros regimes viscoso (laminar) intermediário e molecular são dados pelo número de KNUDSEN.

Definição do número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

ρ é a densidade do gás
v é a velocidade das moléculas
η é a viscosidade do gás
D é o diâmetro do tubo

$Re > 2100$ fluxo turbulento
$Re < 1100$ fluxo laminar

ANÁLISE DIMENSIONAL

$$Q = PS = \frac{P\Delta V}{\Delta t} = \frac{P\Delta L}{\Delta t}A = Pv\frac{\pi D^2}{4}$$

então $\boxed{Q = Pv\frac{\pi D^2}{4}}$ ou $\boxed{v = \frac{4Q}{P\pi D^2}}$

massa do gás

$$\rho = \frac{W}{V} = \frac{Nm}{V} = nm$$

mas $n = \frac{\text{nº de moléculas}}{V} = \frac{PN_A}{RT}$

pag 29. Roth

$\rho = \frac{N_A P}{RT} m$ mas $m N_A = M$ (massa molar)

então $\rho = \frac{MP}{RT}$ logo $Re = \frac{MP}{RT}\frac{vD}{\eta} = \frac{M\cancel{P}}{RT}\frac{4Q}{\cancel{P}\pi D^{\cancel{2}}}\frac{\cancel{D}}{\eta}$

então:

$$\boxed{Re = \frac{4QM}{\pi D R T \eta}}$$

Para o ar seco $T = 20°C \Rightarrow T = 293K$

$\eta = 1{,}829 \times 10^{-4}$ poise

$R = 62{,}364 \frac{Torr\, l}{K}$

$M = 28{,}98$

então $\boxed{Q_{air} = 9{,}06 \times 10^{-2}\, Re\, D}$

fluxo turbulento $Q > 200\, D$ (cm)

fluxo laminar $Q < 100\, D$ (cm)

Unidade $\left[\frac{Torr.\ litro}{seg}\right]$

Número de Knudsen

$$\boxed{N_K = \frac{\lambda}{D}}$$

$\frac{D}{\lambda} > 100$ VISCOSO

$1 < \frac{D}{\lambda} < 100$ INTERMEDIÁRIO

$\frac{D}{\lambda} < 1$ MOLECULAR

Como $\lambda = \dfrac{5 \times 10^{-3}\,\text{cm}}{P(\text{Torr})}$

então:

$$\begin{cases} DP \geq 1 & \text{Regime Viscoso} \\ DP \leq 10^{-2} & \text{Regime Molecular} \\ 10^{-2} \leq DP \leq 1 & \text{Intermediário} \end{cases}$$

$$\boxed{\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}}$$

As definições são feitas apenas para se ter uma ordem de grandeza. Mas, o regime determina as aproximações que devem ser feitas para o cálculo das condutâncias, uma vez que descrevem situações físicas muito diferentes.

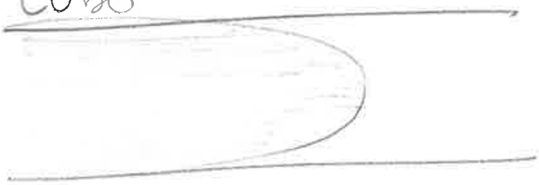
• Fluxo turbulento - situações com dimensões pequenas (diâmetro)

As linhas de campo não são retas e nem regulares, formam-se redemoinhos.

Esse tipo de fluxo aparece nos primeiros instantes do bombeamento. Em geral, não nos preocupamos com esse regime.

• Fluxo laminar

tubo



Perfil da velocidade das moléculas.

Lei de Poiseuille

VAN ATTA pag 26-30

As linhas de campo nesse caso tornam-se retas, tendendo a serem constantes com o tempo.

MOVIMENTO COLETIVO DAS MOLÉCULAS

A figura das linhas de fluxo é razoavelmente regular.
A velocidade das moléculas aumenta desde a proximidade da superfície do tubo até o centro, onde é máxima.

O fluxo apresenta característica de camadas (laminar) e viscosidade entre as camadas.

O livre caminho médio (λ) é pequeno comparado com às dimensões do sistema.

As moléculas chocam-se entre si

A impedância depende do tamanho e das formas das irregularidades do duto, da velocidade e da PRESSÃO do gás.

- Regime INTERMEDIÁRIO (Transição)

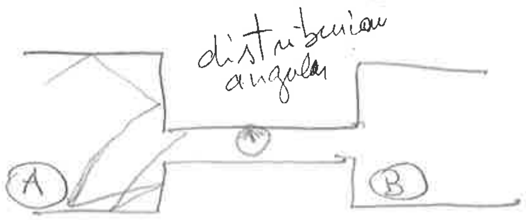
  A pressão diminui e o λ aumenta ($\lambda \sim D$)

  O fluxo deixa de ser totalmente viscoso

  O número de choques com as paredes do sistema é da mesma ordem de grandeza do número de choques com outras moléculas.

Regime Molecular

Neste regime as moléculas chocam-se principalmente com as paredes do tubo. As moléculas se movem independentemente uma das outras.



Em pressões baixas, os resultados experimentais indicam que as moléculas condensam na superfície, entram em repouso e são re-evaporadas numa direção independente do ângulo de incidência

A transmissão não é 100%

O choque com a parede não tem o mesmo ângulo de reflexão e o ângulo de incidência.

A distribuição angular das partículas é máxima em 90° e é SIMÉTRICA !!

- A máxima quantidade de moléculas que atravesse o tubo é igual ao número de moléculas incidentes

$$\boxed{N_0 \times P_{1-2}}$$

P_{1-2} é a probabilidade de transmissão.

P_{1-2} depende da geometria do sistema

Independe da pressão

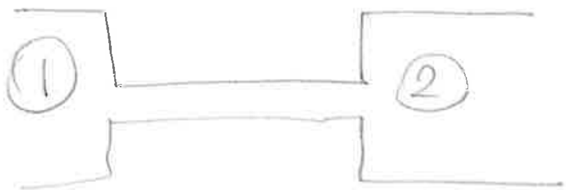
Depende do gás

Depende da temperatura

Condutância pequena

Neste regime, a eficiência da bomba é MUITO pequena!

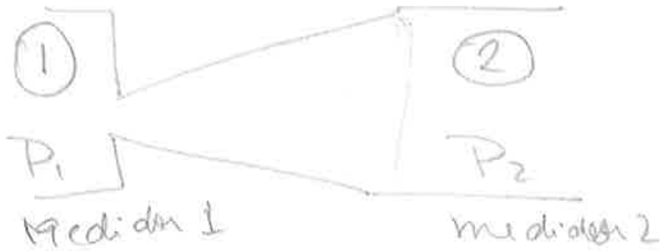
CASO A



SIMÉTRICO (7)

A probabilidade de transmissão é a mesma das moléculas passarem de 1-2 e 2-1

CASO B



ASSIMÉTRICO

As impedâncias são os mesmos 1→2 e 2→1
Os dois caminhos oferecem a mesma resistência

$$\therefore \boxed{N_1 P_{12} \equiv N_2 P_{21}}$$

Com a bomba de vácuo desligada os dois medidores vão indicar as mesmas pressões.
Não existe preferência

Com essas definições, nos próximas aulas vamos calcular:

CONDUTÂNCIAS

- ORIFÍCIO
- ORIFÍCIO CIRCULAR

TUBOS:

- DUTO circular
- duto quadrado
- duto anular

Densidade Molecular

$N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$

Todos os gases têm o mesmo número de moléculas quando estão num mesmo volume sob as mesmas condições de pressão e temperatura (CNTP)

$$PV = NkT = N\frac{R}{N_A}T = \frac{Nm}{N_A m}RT = \frac{W}{M}RT$$

W → massa do gás

M → massa molecular

$PV = \frac{W}{M}RT$ $\quad \frac{W}{M}$ é o número de moles $\quad \frac{W}{M}\frac{N_A}{V} = n$ nº de moléculas por unidade de volume

$$PV = \frac{W}{M}RT \quad e \quad \frac{W}{M}\frac{N_A}{V} = n$$

$$n = N_A \frac{W}{M}\frac{1}{V} = N_A \frac{\cancel{W}}{\cancel{M}} \frac{P}{\left(\frac{\cancel{W}}{\cancel{M}}RT\right)} = \frac{N_A P}{RT}$$

$$n = \frac{6{,}02 \times 10^{23}}{6{,}236 \times 10^{4}}\frac{P}{T} \Longrightarrow \boxed{n = 9{,}656 \times 10^{18}\frac{P}{T}}$$

para $P = 760$ Torr e $T = 273$ K

$$\boxed{n = 2{,}687 \times 10^{19} \frac{\text{moléculas}}{cm^3}}$$

ou

$$PV = NkT \qquad n = \frac{P}{kT}$$

$$\boxed{n = 9{,}6 \times 10^{18}\frac{P}{T}}$$

$P = 760$ Torr $\quad T = 273$ K

$$\boxed{n = 2{,}687 \times 10^{19} \frac{\text{moléculas}}{cm^3}}$$

EXEMPLOS

(a) Considere um sistema de vácuo sendo bombeado por uma bomba rotativa $S \sim 60\ \ell/min \equiv 1\ell/s$ em uma tubulação de 2" ~ 5cm de diâmetro

Seja inicialmente $P \sim 500$ Torr

$$Q = SP = 1 \times 500 = 500\ \text{Torr}\ \ell/s$$

limites { fluxo turbulento $200D \rightarrow 200 \times 5 = 1000\ \text{Torr}\ \ell/s$

fluxo laminar $100D \rightarrow 100 \times 5 = 500\ \frac{\text{Torr}\ \ell}{s}$

⟶ Estamos no caso limite!!

(b) Considere uma bomba difusora de 10" ~ 25cm

$\boxed{S_{BD} \sim 4{,}5\, D^2}$ $D[cm]$ $[S_{BD}] \equiv [\ell/s]$

Se $P \sim 10^{-3}$ Torr $Q = SP = 2812 \times 10^{-3} \sim 2{,}8\ \text{Torr}\ \ell/s$

Condição de fluxo turbulento $Q > 200D$ ↳ sistema

$$2{,}8 > 200D$$

$$D < \frac{2{,}8}{200} \Rightarrow \boxed{D < 0{,}01\ cm}$$ Muito pequeno!

- Seja uma bomba rotativa { $P \sim 600$ Torr, $S_b \sim 50\ \ell/s$

$$Q = SP = 50 \times 600 = 3000\ \frac{\text{Torr}\ \ell}{s}$$

Condição $Q > 200D$

$$3000 > 200D$$

$$D < \frac{3000}{200} = 150\ cm$$ É possível ocorrer!

Exercícios

Nº. de Knudsen

(a) Considere uma câmara de vácuo de 20cm de diâmetro

$\boxed{P = 10^{-2}\ \text{Torr}}$

$$D \times P = 20 \times 10^{-2} = 0{,}2$$

Recordando
$$\begin{cases} DP \geq 1 & \text{viscoso} \\ DP \leq 10^{-2} & \text{Molecular} \\ 10^{-2} < DP < 10^{0} & \text{intermediário} \end{cases}$$

Resposta: Regime Intermediário

(b) Considere a mesma câmara (D=20cm) com pressão de 10^{-4} Torr.

$$D \times P = 20 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3}\ \text{Torr}\,\ell$$

Resposta: Regime Molecular