Ciência e Tecnologia do Vácuo

AULA 18

2018

19/05/

passar lista de presença
Aviso: sobre INPE
Relatório: Leandro, Luane e Geandeison

Resumo da aula passada

Permeação de gases

Lei de Henry

$$\boxed{C = s\,P^n}$$

[C] concentração de gases ≡ Torr ou atm
[s] solubilidade
[P] pressão do sistema.

[s] $n = 1$ para todos os gases em não-metais
$n = 1/2$ para gases diatômicos em metais.

1ª lei de Fick

$$\boxed{Q = -D\,\frac{dc}{dx}}$$

D é o coef. de difusão
$[D] = cm^2/s$

Q é o fluxo de gás que atravessa uma área transversal unitária.

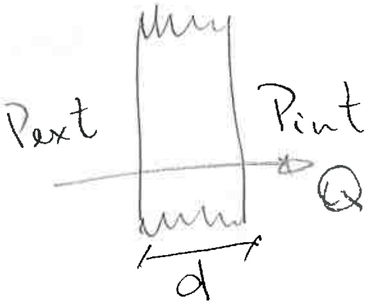
$Q = q \equiv$ throughput por unidade de área

$$\frac{Torr\,\ell}{s\,cm^2} = [q]$$

$$D = D_o\, e^{-E/RT}$$

E é a energia de ativação por difusão

$$[E] = \frac{kcal}{mol}$$



$$\boxed{Q = \frac{D_s\,(P_2^n - P_1^n)}{d}}$$

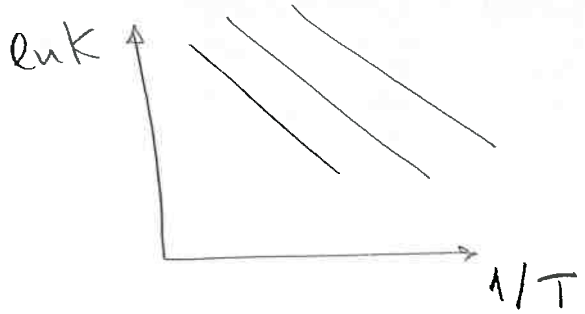
$$D_s = K(T)$$

$K \equiv$ constante de permeação

Quantidade de gás, em cm^3 nas CNTP, que difunde através de uma área em uma parede de espessura de 1 cm para uma diferença de 1 atm.

$$K = K_0\, e^{-E/RT}$$

$$\ln K = \ln K_0 - \frac{E}{RT} \qquad y = a + bx$$



Exemplos: ① N_2 em neoprene

Conclusão: não usar em sistemas de alto vácuo

② N_2 em Fe

$$Q \sim 10^{-9}\ \frac{\text{Torr}\,\ell}{s}$$

$$\boxed{P_{res} \sim 10^{-11}\ \text{Torr}}$$

Conclusão: Usar metais em sistemas de alto vácuo. Evitar ferro fundido

Difusão de Gases

2ª lei de Fick

Adolf Fick (1855)
(1829-1901) fisiologista alemão

Em muitos casos, o equilíbrio, ou estado estacionário, só é atingido após um longo tempo, principalmente se o coeficiente de difusão for pequeno.

Por isso, devemos considerar o regime de transição!

Equação de difusão (2ª lei de Fick)

$$\boxed{D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}}$$

Difusão em um estado NÃO-ESTACIONÁRIO

Gradiente de concentração de uma substância

⇒ É produzido um fluxo de partículas (ou calor) que tende a homogeneizar a dissolução e uniformizar a concentração.

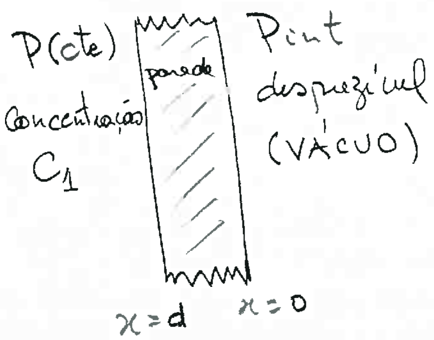
⇒ Este processo é irreversível

Serão descritos a seguir alguns casos específicos úteis para a descrição de sistemas de vácuo:

a) Permeação - caso transiente
b) Parede semi-infinita
c) Parede finita

A CASO TRANSIENTE

Fase inicial da permeação de gases antes de atingir o estado estacionário.



Condições iniciais e de contorno

$C=0$	$0 \leqslant x \leqslant d$	$t=0$
$C=0$	$x=0$	$t>0$
$C=C_1$	$x=d$	$t>0$

A resolução de 2ª lei de Fick é feita por separação de variáveis.

A solução é dada por:

$$C(x,t) = \frac{C_1 x}{d} + \frac{2C_1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{d} \exp\left\{ -\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 D t \right\}$$

A taxa de desgaseificação instantânea no tempo t é:
(1ª lei de Fick)

$$Q = D \left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{DC_1}{d} + \frac{2C_1}{d} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left\{ -\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 D t \right\}$$

A quantidade de gás que migra (permeia) para a câmara de vácuo é:

$$Q_T = \int_0^t Q\,dt = \int_0^t D \left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0} dt =$$

$$Q_T = \frac{D C_1 t}{d} - \frac{C_1 d}{6} - \frac{2 C_1 d}{\pi^2} \sum_{1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \exp\left[-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 D t \right]$$

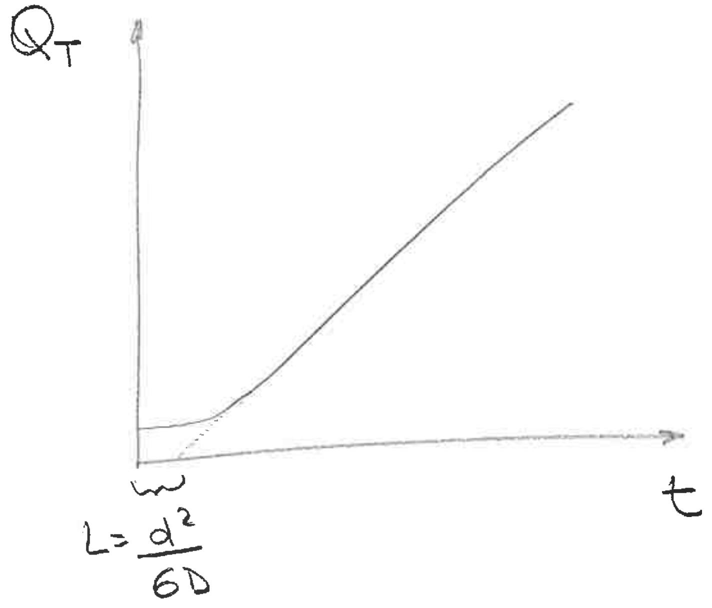
Sabendo que $\sum_{1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$

Para tempos muito longos $(t \to \infty)$

$$Q = \frac{D c_1}{d} \left[t - \frac{d^2}{6D} \right] \qquad [D] = \frac{cm^2}{s} ; \left[\frac{d^2}{6D} \right] = \underline{\underline{s}}$$

$L = \frac{d^2}{6D}$ é um atraso "temporal"

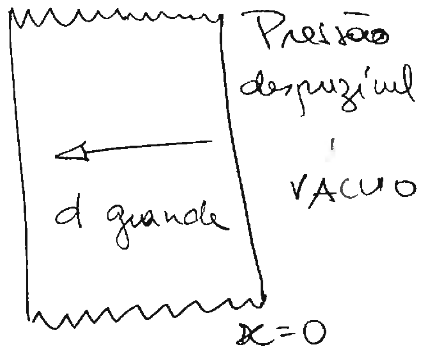
Fazendo o gráfico de Q_T em função de t, temos:



D é o coeficiente de difusão

Através da medida do termo $\frac{d^2}{6D}$ é possível obter o valor de D

3 Difusão de gases por uma parede semi-infinita



Em $t=0$, uma das faces da parede é exposta ao "vácuo"

Considera-se que a pressão residual seja desprezível.

Devemos resolver a equação da 2ª lei de Fick com as seguintes condições de contorno e condições iniciais:

$$\boxed{D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}}$$

$C = C_0$	$x \geq 0$	$t = 0$
$c = 0$	$x = 0$	$t > 0$

A solução da equação $D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$ é dada por:

$$c(x,t) = \frac{2 c_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{Dt}}} e^{-y^2} dy = C_0 \, \mathrm{erf}\left[\frac{x}{2(Dt)^{1/2}}\right]$$

erf ≡ error function

$$\mathrm{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$$

Integral gaussiana

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-bv^2} dv = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{b}}$$

A taxa de desgaseificação instantânea em t, é dada por:

(1ª lei de Fick)

$$Q = D\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0} = c_0 D^{1/2} \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \Longrightarrow Q \propto \frac{1}{\sqrt{t}}$$

Se o volume a ser evacuado estiver conectado a uma bomba de vácuo de velocidade de bombeamento S

$\boxed{Q = SP}$, então

$$\boxed{P = \frac{c_0 D^{1/2}}{S\sqrt{\pi t}}}$$

Essa relação é característica de processos de difusão, ou seja, durante a desgaseificação a pressão varia inversamente proporcional à raiz quadrada do tempo t.

O fluxo total de gás removido da parede será:

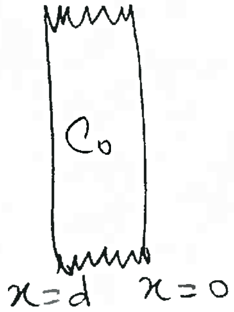
$$Q_T = \int_0^t D\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0} dt = \frac{2 c_0 D^{1/2}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{t}$$

Comparar com Q_T estimado de uma parede finita

(última página)

c) Difusão de gás em uma parede finita

G. Lewin



Condições iniciais e de contorno

$$C = C_0 \qquad 0 \leq x \leq d \qquad t = 0$$

$$C = 0 \qquad x=0 \text{ e } x=d \qquad t > 0$$

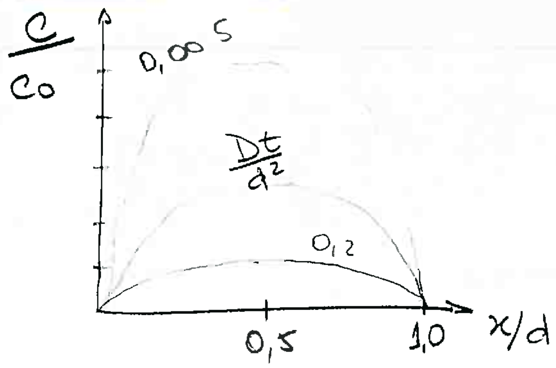
2.ª lei de Fick

$$\boxed{D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}}$$

Solução:

$$c(x,t) = C_0 \frac{4}{\pi} \sum_0^\infty (2n+1)^{-1} \operatorname{sen} \frac{\pi(2n+1)x}{d} \exp\left\{-\left[\frac{\pi(2n+1)}{d}\right]^2 Dt\right\}$$

MOSTRAR SLIDE



$\frac{Dt}{d^2}$ tempo, sem dimensão

$$\frac{cm^2}{s}\frac{s}{cm^2} = \text{sem dimensão}$$

duas faces

O fluxo instantâneo nas duas faces é:

$$Q = 2D\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{8C_0D}{d}\sum_0^\infty \exp\left\{-\left[\frac{\pi(2n+1)}{d}\right]^2 Dt\right\}$$

O gás total removido da parede é:

$$Q_T = 2D\int_0^t \left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0} dt = C_0 d\left(1 - \frac{8}{\pi^2}\sum_0^\infty (2n+1)^{-2} \exp\left\{-\left[\frac{\pi(2n+1)}{d}\right]^2 Dt\right\}\right)$$

$$\sum (2n+1)^{-2} = \frac{\pi^2}{8}$$

Esse resultado também descreve a quantidade de gás absorvido por uma placa "sem gás" em uma pressão que produz uma concentração de equilíbrio C_0.

⟹ Comentar o caso do nylon nas correias do acelerador Moby Dick em Legnaro

O nylon demora muito tempo para absorver a umidade mas, demora muito para desgaseificar

Conclusão: Inicialmente, a concentração de gás é próxima de C_0 no interior da parede.

A equação deduzida para uma parede semi-infinita é uma aproximação da equação acima

$$\boxed{Q_T = \frac{2}{\sqrt{\pi}} C_0 (Dt)^{1/2}}$$

$\frac{Q_T}{C_0 d}$ é a fração de gás removido e depende do parâmetro $\frac{Dt}{d^2}$

Mostrar $\left(\frac{Q_T}{C_0 d}\right)$ tabela 3.2

A DIFUSÃO aumenta rapidamente com a temperatura por causa do termo de Boltzman

$$\boxed{D = D_0 e^{-\frac{E}{RT}}}$$