

Círculo de Figura de Ruído Constante

SEL 369 Micro-ondas

Amílcar Careli César
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação
da EESC-USP

Atenção!



- ✓ Este material didático é planejado para servir de apoio às aulas de [SEL-369 Micro-ondas](#), oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de engenharia elétrica/computação e [SEL-5900 Circuitos de Alta Frequência](#), oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de pós-graduação em engenharia elétrica.
- ✓ Não são permitidas a reprodução e/ou comercialização do material.
- ✓ solicitar autorização ao docente para qualquer tipo de uso distinto daquele para o qual foi planejado.

Figura de ruído de amplificador

$$F = F_{\min} + \frac{r_n}{g_s} |Y_S - Y_0|^2$$

resistência de ruído equivalente normalizada

$$r_n = \frac{R_N}{Z_0}$$

admitância da fonte

$$Y_S = g_s + jb_s = \frac{1 - \Gamma_S}{1 + \Gamma_S}$$

admitância da fonte que resulta em F_{\min}

$$Y_0 = g_0 + jb_0 = \frac{1 - \Gamma_0}{1 + \Gamma_0}$$

F_{\min} , r_n , Γ_0 : parâmetros de ruído fornecidos pelo fabricante;
medidos

Figura de ruído

$$F = F_{\min} + \frac{r_n}{g_s} |Y_S - Y_0|^2$$

$$Y_S = g_s + jb_s = \frac{1 - \Gamma_S}{1 + \Gamma_S}; \quad Y_0 = g_0 + jb_0 = \frac{1 - \Gamma_0}{1 + \Gamma_0}$$

$$F = F_{\min} + \frac{4r_n |\Gamma_S - \Gamma_0|^2}{\left(1 - |\Gamma_S|^2\right) |1 + \Gamma_0|^2}$$

F_{\min} , r_n , Γ_0 : parâmetros de ruído
fornecidos pelo fabricante; medidos

Determinação de r_n

Variação do coeficiente de reflexão da fonte

Leitura de F_{\min}

F_{\min} ocorre para $\Gamma_s = \Gamma_0$

Γ_s que produz F_{\min} pode ser medido

em analisador de rede

r_n é determinado medindo F para $\Gamma_s = 0 \rightarrow F_{\Gamma_s=0}$

$$r_n = \left(F_{\Gamma_s=0} - F_{\min} \right) \frac{|1 + \Gamma_0|^2}{4 |\Gamma_0|^2}$$

Fator N_i

$$F = F_{\min} + \frac{4r_n}{|1 + \Gamma_0|^2} \frac{|\Gamma_s - \Gamma_0|^2}{\left(1 - |\Gamma_s|^2\right)}$$

$$N_i = \frac{|\Gamma_s - \Gamma_0|^2}{\left(1 - |\Gamma_s|^2\right)} = \frac{F_i - F_{\min}}{4r_n} |1 + \Gamma_0|^2$$

N_i para dada F_i

Determinação círculos-1

$$N_i = \frac{|\Gamma_s - \Gamma_0|^2}{\left(1 - |\Gamma_s|^2\right)} \rightarrow |\Gamma_s - \Gamma_0|^2 = N_i \left(1 - |\Gamma_s|^2\right)$$

$$\left(\Gamma_s - \Gamma_0\right)\left(\Gamma_s - \Gamma_0\right)^* = N_i \left(1 - |\Gamma_s|^2\right)$$

$$\left(\Gamma_s - \Gamma_0\right)\left(\Gamma_s^* - \Gamma_0^*\right) = N_i - N_i |\Gamma_s|^2$$

$$\Gamma_s \Gamma_s^* + \Gamma_0 \Gamma_0^* - \left(\Gamma_s \Gamma_0^* + \Gamma_s^* \Gamma_0\right) = N_i - N_i |\Gamma_s|^2$$

$$|\Gamma_s|^2 + |\Gamma_0|^2 - \left[\Gamma_s \Gamma_0^* + \left(\Gamma_s \Gamma_0^*\right)^*\right] = N_i - N_i |\Gamma_s|^2$$

Determinação círculos-2

$$|\Gamma_s|^2 + |\Gamma_0|^2 - \left[\Gamma_s \Gamma_0^* + (\Gamma_s \Gamma_0^*)^* \right] = N_i - N_i |\Gamma_s|^2$$

$$|\Gamma_s|^2 + |\Gamma_0|^2 - 2 \operatorname{Re} \{ \Gamma_s \Gamma_0^* \} = N_i - N_i |\Gamma_s|^2$$

$$(1 + N_i) |\Gamma_s|^2 + |\Gamma_0|^2 - 2 \operatorname{Re} \{ \Gamma_s \Gamma_0^* \} = N_i$$

Multiplicando por $(1 + N_i)$

$$(1 + N_i)^2 |\Gamma_s|^2 + (1 + N_i) |\Gamma_0|^2 - 2(1 + N_i) \operatorname{Re} \{ \Gamma_s \Gamma_0^* \} = (1 + N_i) N_i$$

Determinação círculos-3

$$\begin{aligned} & (1 + N_i)^2 |\Gamma_s|^2 + (1 + N_i) |\Gamma_0|^2 - \\ & 2(1 + N_i) \operatorname{Re}\{\Gamma_s \Gamma_0^*\} = (1 + N_i) N_i \\ & (1 + N_i)^2 |\Gamma_s|^2 + |\Gamma_0|^2 - 2(1 + N_i) \operatorname{Re}\{\Gamma_s \Gamma_0^*\} = \\ & N_i^2 + N_i \left(1 - |\Gamma_0|^2\right) \end{aligned}$$

Dividindo por $(1 + N_i)^2$

$$|\Gamma_s|^2 + \left[\frac{|\Gamma_0|}{(1 + N_i)} \right]^2 - 2 \frac{\operatorname{Re}\{\Gamma_s \Gamma_0^*\}}{(1 + N_i)} = \frac{N_i^2 + N_i \left(1 - |\Gamma_0|^2\right)}{(1 + N_i)^2}$$

Determinação círculos-4

$$\left| \Gamma_s \right|^2 + \left[\frac{|\Gamma_0|}{(1 + N_i)} \right]^2 - 2 \frac{\operatorname{Re} \{ \Gamma_s \Gamma_0^* \}}{(1 + N_i)} =$$
$$\frac{N_i^2 + N_i (1 - |\Gamma_0|^2)}{(1 + N_i)^2}$$

$$\left| \Gamma_s - \frac{\Gamma_0}{1 + N_i} \right|^2 = \frac{N_i^2 + N_i (1 - |\Gamma_0|^2)}{(1 + N_i)^2}$$

ver resolução em eslaide extra

Determinação círculos-5

$$\left| \Gamma_s - \frac{\Gamma_0}{1 + N_i} \right|^2 = \frac{N_i^2 + N_i \left(1 - |\Gamma_0|^2 \right)}{\left(1 + N_i \right)^2}$$

Família de círculos para i

$$C_{F_i} = \frac{\Gamma_0}{1 + N_i} : \text{centro}$$

$$R_{F_i} = \frac{1}{1 + N_i} \sqrt{N_i^2 + N_i \left(1 - |\Gamma_0|^2 \right)} : \text{raio}$$

Resumo

$$F = F_{\min} + \frac{4r_n}{|1 + \Gamma_0|^2} \frac{|\Gamma_s - \Gamma_0|^2}{(1 - |\Gamma_s|^2)}$$

$$N_i = \frac{|\Gamma_s - \Gamma_0|^2}{(1 - |\Gamma_s|^2)} = \frac{F_i - F_{\min}}{4r_n} |1 + \Gamma_0|^2$$

$$C_{F_i} = \frac{\Gamma_0}{1 + N_i} : \text{centro}$$

$$R_{F_i} = \frac{1}{1 + N_i} \sqrt{N_i^2 + N_i (1 - |\Gamma_0|^2)} : \text{raio}$$

Caso especial

Se $F_i = F_{\min}$

$$N_i = \frac{F_i - F_{\min}}{4r_n} |1 + \Gamma_0|^2 = 0$$

$$C_{F_i} = \frac{\Gamma_0}{1 + N_i} = \Gamma_0: \text{centro}$$

$$R_{F_i} = \frac{1}{1 + N_i} \sqrt{N_i^2 + N_i (1 - |\Gamma_0|^2)} = 0: \text{raio}$$

Os centros de todos os círculos estão localizados no segmento centro da carta de Smith Γ_0

Ref.: David M. Pozar, Microwave Engineering, Wiley, 2011, cap. 12, exemplo 12.5, p. 581

EXEMPLO

Projeto de amplificador de baixo ruído

Um transistor MESFET de GaAs é polarizado para operar com mínima figura de ruído. Em 4 GHz e em sistema de 50Ω os parâmetros S são:

$$S_{11} = 0,6 \angle -60^\circ, \quad S_{12} = 0,05 \angle 26^\circ,$$

$$S_{21} = 1,9 \angle 81^\circ, \quad S_{22} = 0,5 \angle -60^\circ,$$

$$F_{\min} = 1,6 \text{ dB}, \quad \Gamma_{ot} = 0,62 \angle 100^\circ \text{ e } R_N = 20 \Omega.$$

Considerar que o dispositivo é unilateral. Calcular:

- O erro máximo em G_T resultante da consideração de dispositivo unilateral;
- Projetar um amplificador com **figura de ruído 2 dB** e **máximo ganho** compatível com essa figura de ruído.

Ref.: David M. Pozar, Microwave Engineering, Wiley, 2011, cap. 12, exemplo 12.5, p. 581.

Estabilidade

Condição de Rollet

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} = 2,78 > 1$$

Condição auxiliar

$$|\Delta| = |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}| = 0,37 < 1$$

Incondicionalmente estável

Figura de mérito unilateral

$$U = \frac{|S_{12}S_{21}S_{11}S_{22}|}{\left(1 - |S_{11}|^2\right)\left(1 - |S_{22}|^2\right)} = 0,059$$

$$\frac{1}{(1 + U)^2} < \frac{G_T}{G_{TU}} < \frac{1}{(1 - U)^2}$$

$$\frac{1}{(1 + 0,059)^2} < \frac{G_T}{G_{TU}} < \frac{1}{(1 - 0,059)^2}$$

$$0,891 < \frac{G_T}{G_{TU}} < 1,130$$

$$-0,50 < G_T - G_{TU} < 0,53 \text{ dB}$$

Círculo de figura de ruído para $F=2$ dB

2 dB \rightarrow 1,58; 1,6 dB \rightarrow 1,445

$$N_{2dB} = \frac{F_{2dB} - F_{\min}}{4(R_N / Z_0)} |1 + \Gamma_0|^2 =$$

$$\frac{1,58 - 1,445}{4(20 / 50)} |1 + 0,62 \angle 100^\circ| = 0,0986$$

$$C_{F_{2dB}} = \frac{\Gamma_0}{1 + N_{2dB}} = \frac{0,62 \angle 100^\circ}{1 + 0,0986} = 0,56 \angle 100^\circ: \text{centro}$$

$$R_{F_{2dB}} = \frac{1}{1 + N_{2dB}} \sqrt{N_{2dB}^2 + N_{2dB} (1 - |\Gamma_0|^2)} =$$

$$\frac{1}{1 + 0,0986} \sqrt{0,0986^2 + 0,0986 (1 - 0,62^2)} = 0,24: \text{raio}$$

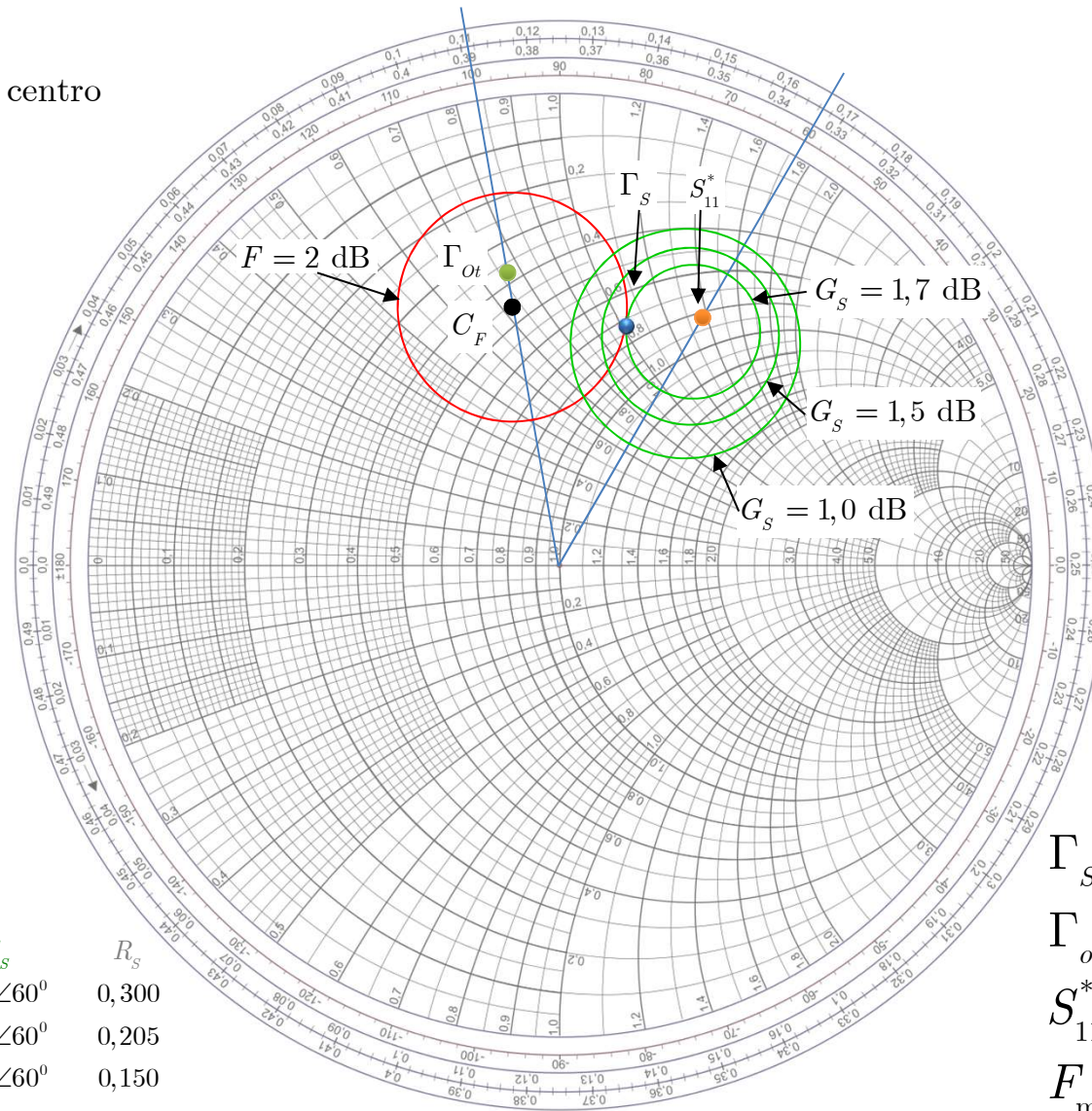
Círculos para três ganhos

G_s (dB)	g_s	C_s	R_s
1,0	0,805	$0,52 \angle 60^\circ$	0,300
1,5	0,904	$0,56 \angle 60^\circ$	0,205
1,7	0,946	$0,58 \angle 60^\circ$	0,150

Círculos de ganho e figura de ruído constantes

$C_{F_{2dB}} = 0,56 \angle 100^\circ$: centro

$R_{F_{2dB}} = 0,24$: raio



G_s (dB)	g_s	C_s	R_s
1,0	0,805	$0,52 \angle 60^\circ$	0,300
1,5	0,904	$0,56 \angle 60^\circ$	0,205
1,7	0,946	$0,58 \angle 60^\circ$	0,150

$\Gamma_s = 0,53 \angle 75^\circ$
 $\Gamma_{ot} = 0,62 \angle 100^\circ$
 $S_{11}^* = 0,6 \angle 60^\circ$
 $F_{min} = 1,6 \text{ dB}$

Solução ótima: entrada

$G_s = 1,7$ dB intercepta a curva $F = 2$ dB

$$\Gamma_s = 0,53 \angle 75^\circ$$

$$G_s = \frac{1}{Z_0} \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 + \Gamma_s|^2} = 1,7 \text{ dB}$$

Solução ótima: saída

$$\Gamma_L = S_{22}^* = 0,5 \angle 60^\circ$$

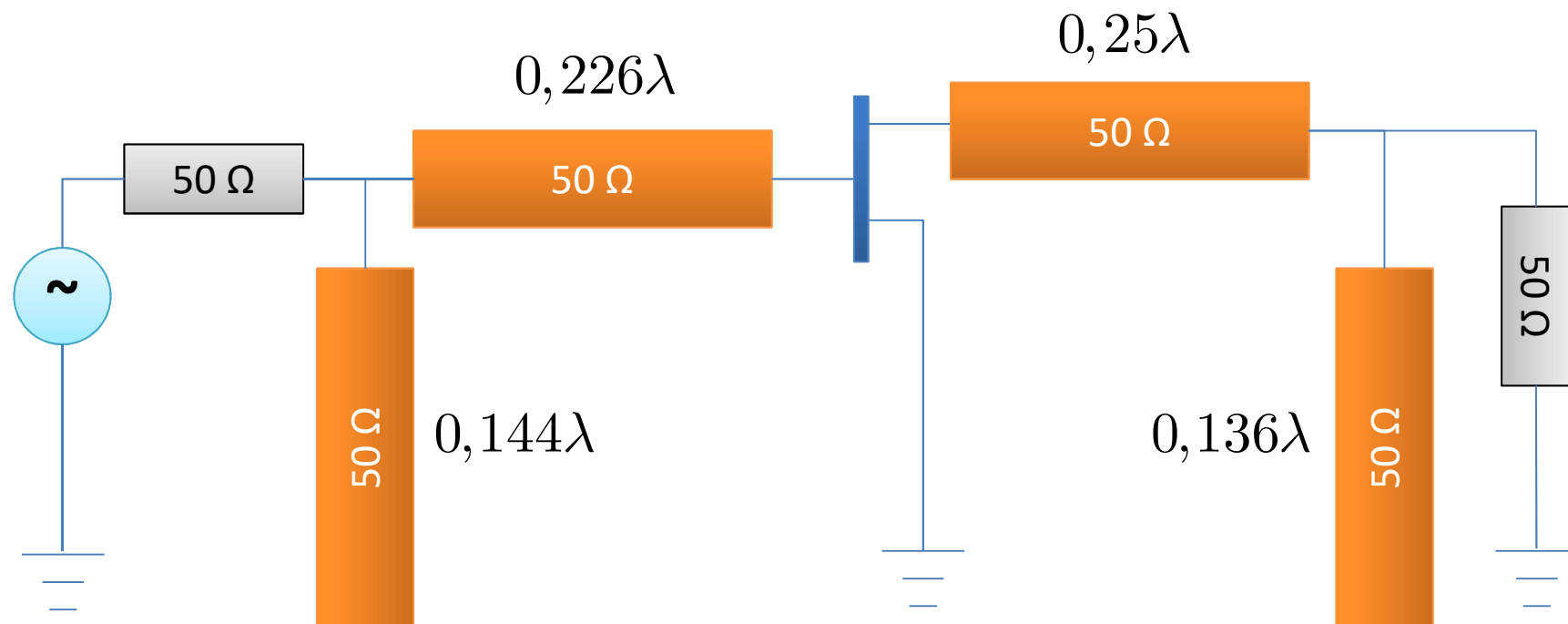
$$G_L = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} = 1,33 \rightarrow 1,25 \text{ dB}$$

$$G_0 = |S_{21}|^2 = 3,61 \rightarrow 5,58 \text{ dB}$$

S

$$G_{TU} = G_S + G_0 + G_L = 8,53 \text{ dB}$$

Circuito



EXTRAS

Resolução

Mostrar que $|x|^2 + |y|^2 - 2\operatorname{Re}\{xy^*\} = |x - y|^2$

$$x = a + jb ; y = c + jd$$

$$\begin{aligned} |x - y|^2 &= (x - y)(x - y)^* \\ &= (a + jb - c - jd)(a - jb - c + jd) \\ &= [(a - c) + j(b - d)][(a - c) - j(b - d)] \\ &= (a - c)^2 + (b - d)^2 - j(a - c)(b - d) + j(a - c)(b - d) \\ &= (a - c)^2 + (b - d)^2 \\ &= a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 \\ &= (a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) - 2(ac + bd) \\ &= |x|^2 + |y|^2 - 2\operatorname{Re}\{xy^*\} \end{aligned}$$