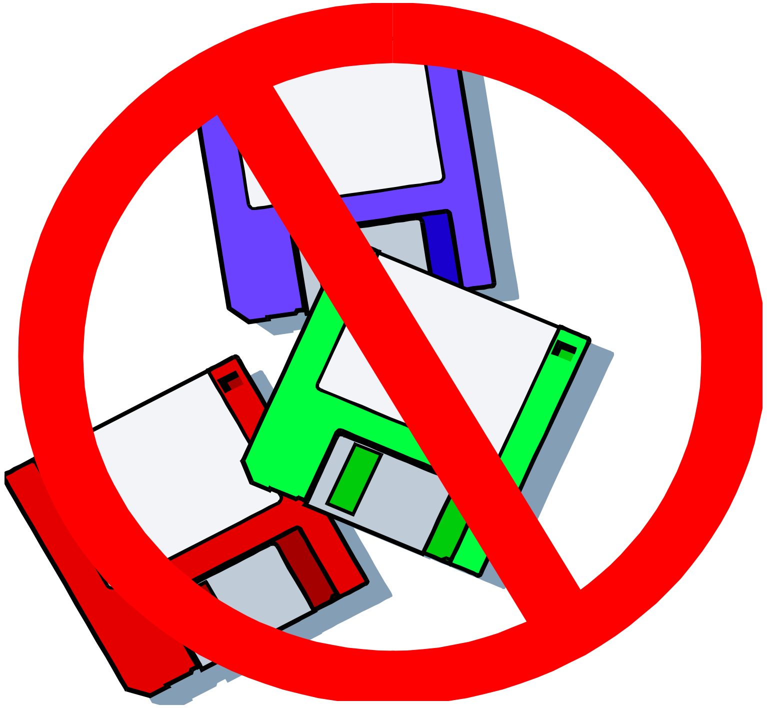
Análise de Circuitos de Alta Frequência

Matrizes *Z*, *Y*, *ABCD*

SEL 369 Micro-ondas

Amílcar Careli César
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação
EESC-USP

Atenção!



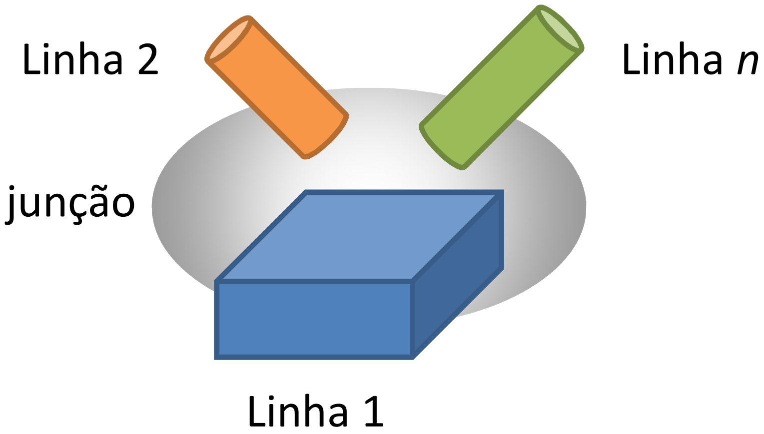
- Este material didático é planejado para servir de apoio às aulas de SEL-369 Micro-ondas, oferecida aos alunos regularmente matriculados nos cursos de engenharia elétrica/eletrônica/energia e automação/computação.
- Não são permitidas a reprodução e/ou comercialização do material.
- Não são permitidos upload de material reservado
- solicitar autorização ao docente para qualquer tipo de uso distinto daquele para o qual foi planejado.

JUNÇÃO DE N-PORTAS, MATRIZES Z, Y, H, ABCD

Junção *n*-portas

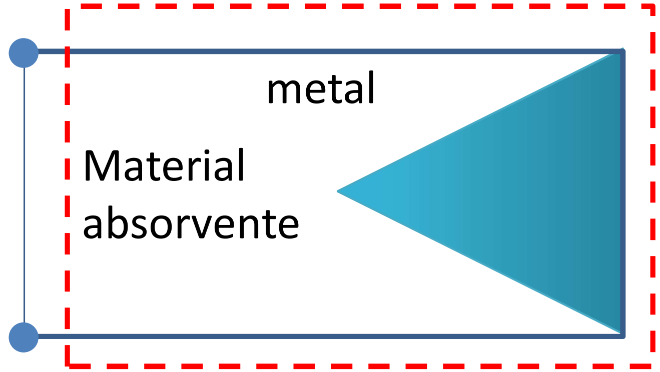
- Estruturas conectadas a N linhas de transmissão uniformes
  - guias, cabos coaxiais, microfitas, fibras ópticas
- Não há descontinuidades
- Descontinuidade
  - destrói a uniformidade e excita modos superiores
- Plano de referência
  - z_i: sistema de referência
  - $z(i = 0)$ (origem) : define o plano de referência

- Suposições
  - As linhas são sem perdas
  - somente o modo fundamental propaga-se pela linha
  - A cada modo superior associa-se uma porta adicional

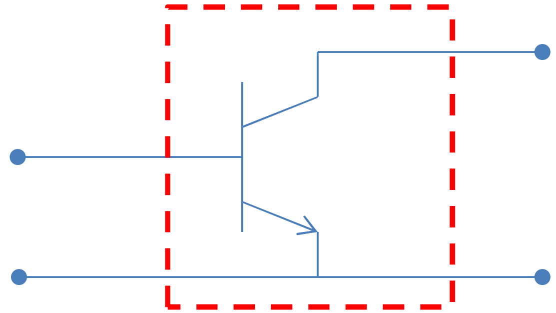


Exemplos

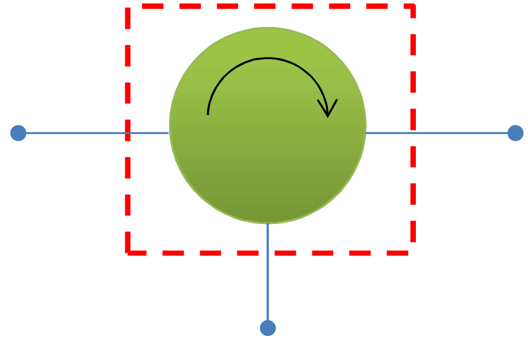
1 porta: carga casada



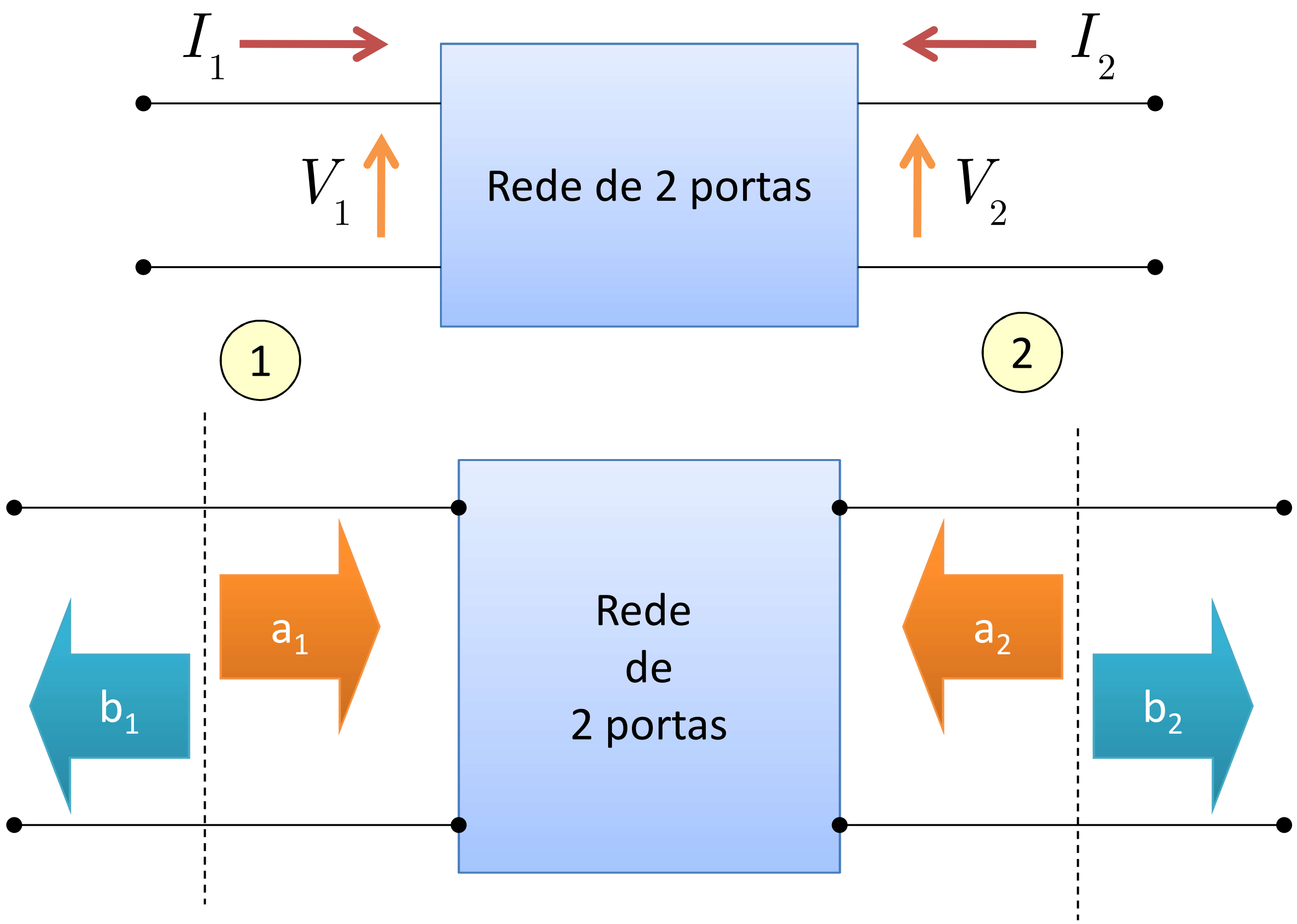
2 portas: transistor



3 portas: circulador



Rede

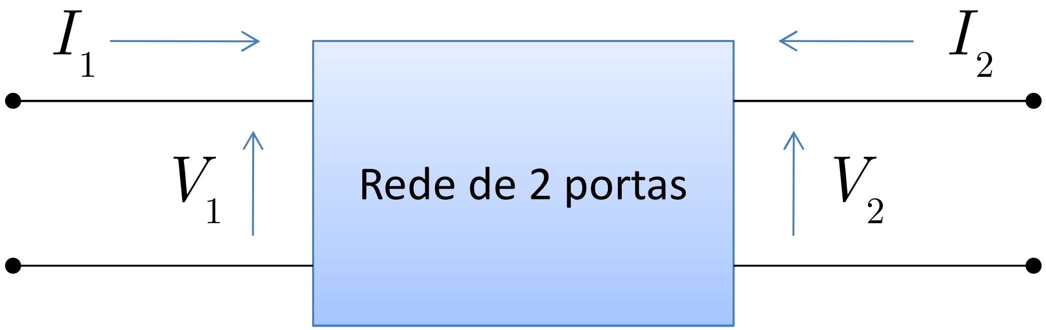


Propriedades circuitais
Parâmetros medidos

Matriz impedância (1)

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} z_{12} \\ z_{21} z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \\ V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \end{cases}$$

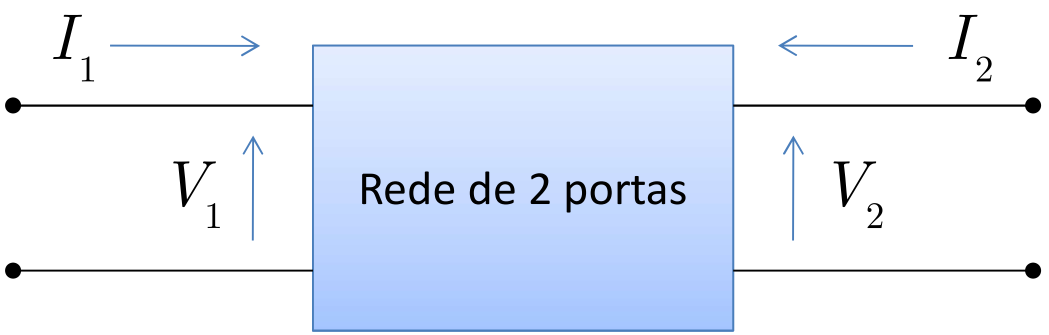


Matriz impedância (2)

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} \text{ impedância de entrada; } z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} \text{ transimpedância direta}$$

$$z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} \text{ transimpedância reversa; } z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} \text{ impedância de saída}$$

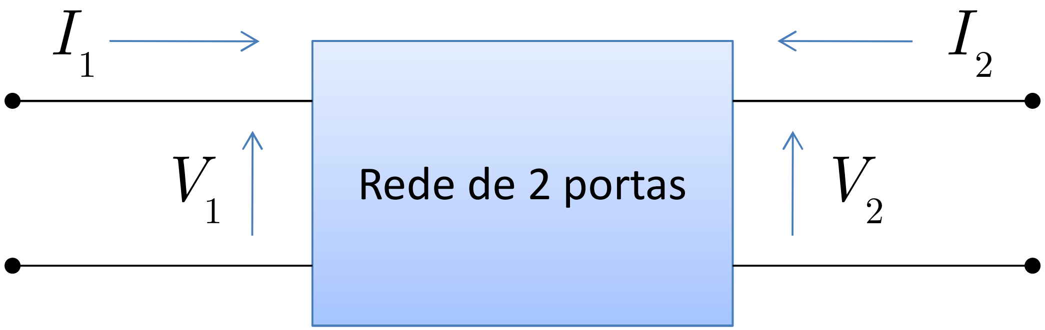


Matriz admitância

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} \text{ admitância de entrada; } y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} \text{ transadmitância direta}$$

$$y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0} \text{ transadmitância reversa; } y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0} \text{ admitância de saída}$$



Matriz admitância→impedância

$$\begin{pmatrix} y_{11} y_{12} \\ y_{21} y_{22} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} z_{11} z_{12} \\ z_{21} z_{22} \end{pmatrix}$$

$$z_{11} = \frac{y_{22}}{\Delta_y}; z_{12} = -\frac{y_{12}}{\Delta_y}$$

$$z_{21} = \frac{-y_{12}}{\Delta_y}; z_{22} = \frac{y_{11}}{\Delta_y}$$

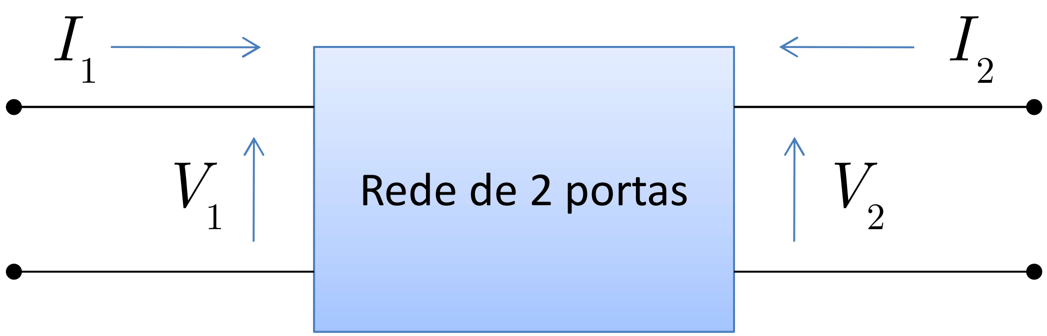
$$\Delta_y = y_{11} y_{22} - y_{12} y_{21}$$

Matriz de parâmetros híbridos

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0}$ impedância de entrada (Ω); $h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0}$ ganho inverso de tensão (ad)

$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}$ ganho de corrente (ad); $h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}$ transcondutância de saída (S)

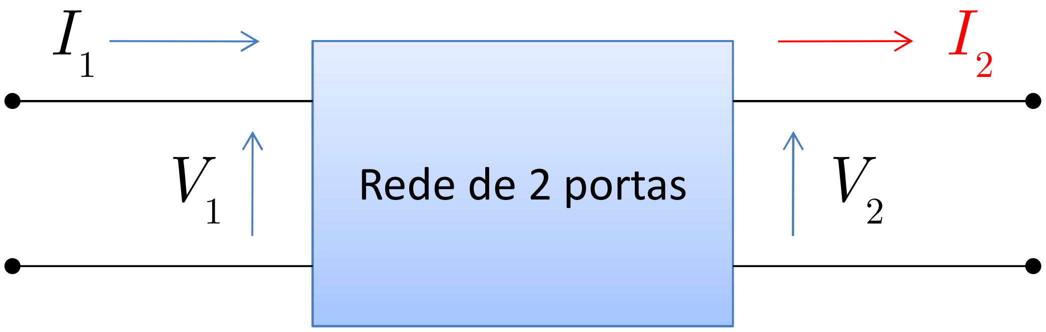


Matriz ABCD-1

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$A = \frac{V_1}{V_2}\Big|_{I_2=0} ; B = \frac{V_1}{I_2}\Big|_{V_2=0}$$

$$C = \frac{I_1}{V_2}\Big|_{I_2=0} ; D = \frac{I_1}{I_2}\Big|_{V_2=0}$$



Matriz ABCD-2

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$AD - BC = 1$

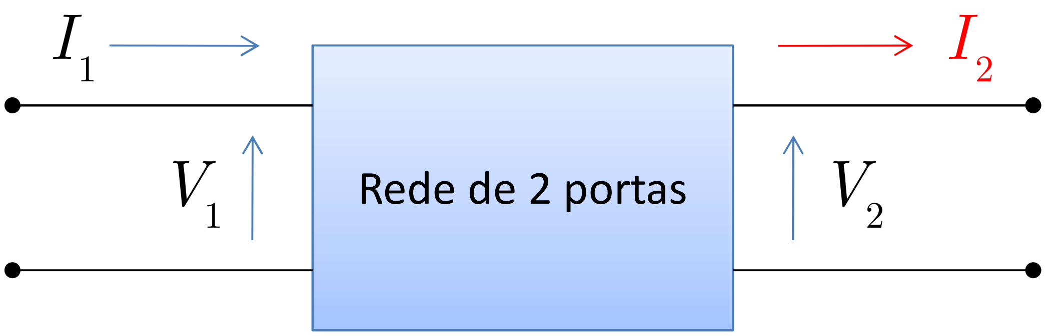
para redes recíprocas

$A = D$

para redes recíprocas e simétricas

A, D puramente reais e B, C puramente imaginários

para redes recíprocas e sem perdas

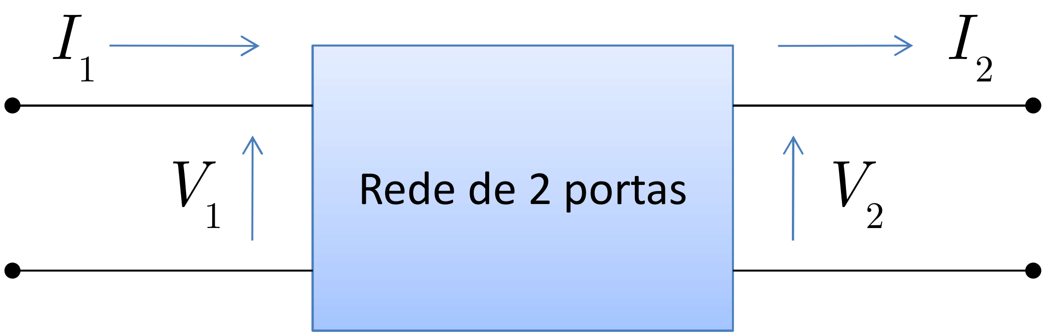


Matriz ABCD-3

$$\begin{pmatrix} z_{11} z_{12} \\ z_{21} z_{22} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

$$A = \frac{z_{11}}{z_{12}} ; B = \left(\frac{z_{11} z_{12} - z_{21}^{2}}{z_{12}} \right)$$

$$C = \frac{1}{z_{12}} ; D = \frac{z_{22}}{z_{12}}$$

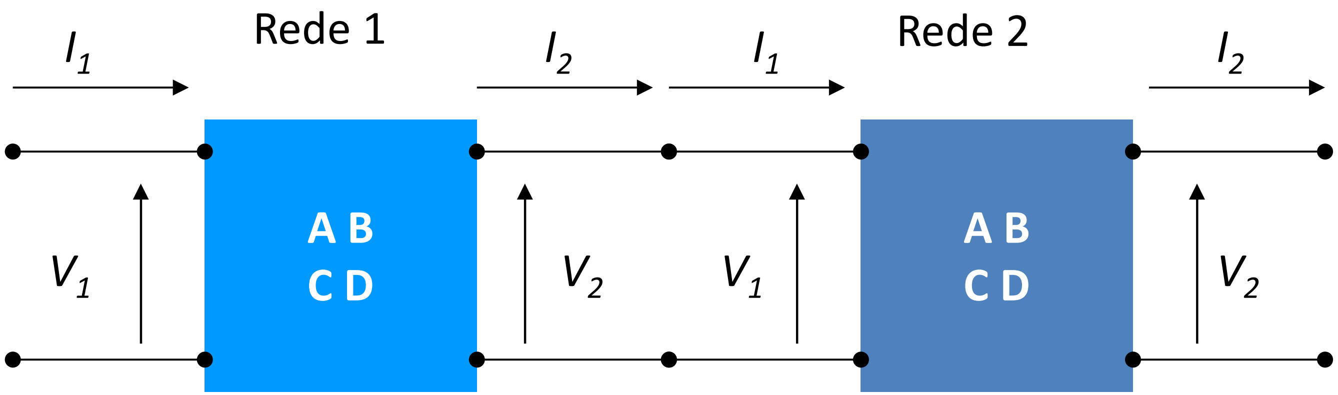


Associação em cascata-1

Rede 1 $\begin{pmatrix} V_1^{(1)} \\ I_1^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2^{(1)} \\ I_2^{(1)} \end{pmatrix}$ Rede 2 $\begin{pmatrix} V_1^{(2)} \\ I_1^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 B_2 \\ C_2 D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2^{(2)} \\ I_2^{(2)} \end{pmatrix}$

mas, $I_2^{(1)} = I_1^{(2)} \; e \; V_2^{(1)} = V_1^{(2)}$

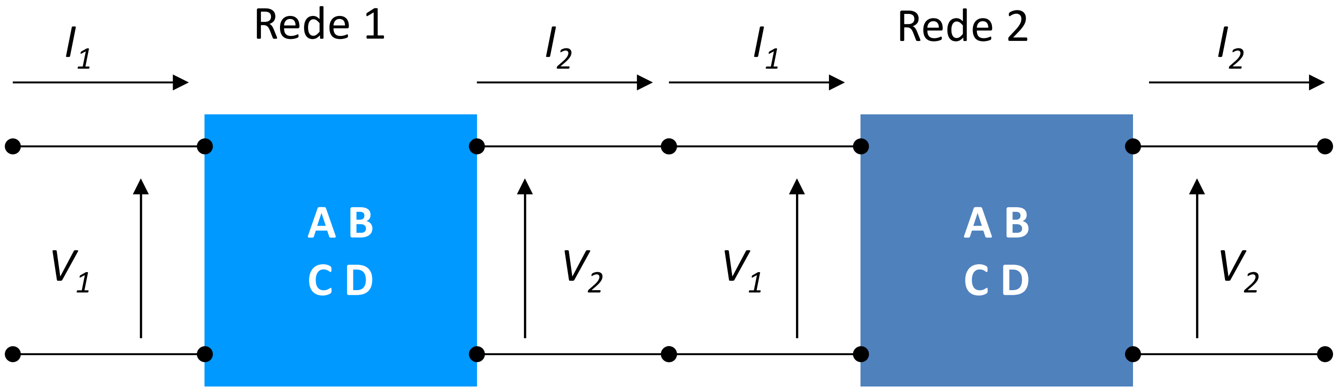
e $$\begin{pmatrix} V_1^{(1)} \\ I_1^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^{(2)} \\ I_1^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2^{(2)} \\ I_2^{(2)} \end{pmatrix}$$



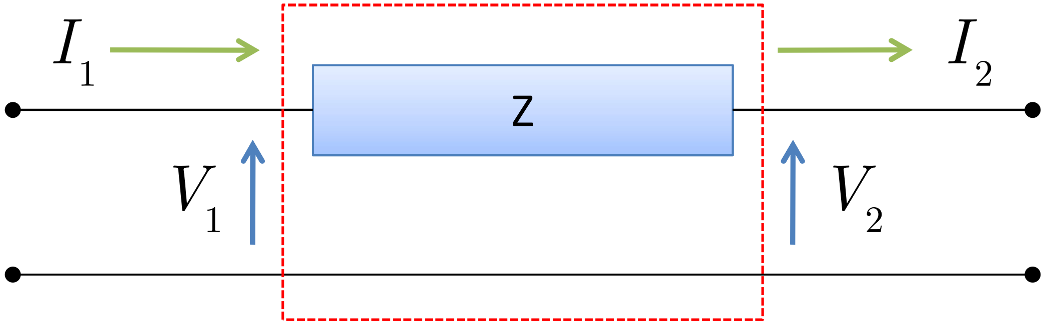
Associação em cascata-2

$$\begin{pmatrix} V_1^{(1)} \\ I_1^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2^{(2)} \\ I_2^{(2)} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{associação} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{rede\ 1} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{rede\ 2}$$



Exemplo 1: Impedância (1)



leis de Kirchhoff

correntes: $I_2 = I_1$

tensões: $V_1 = ZI_1 + V_2 = ZI_2 + V_2$

Exemplo 1: Impedância (2)

Kirchhoff

$$\begin{cases} I_1 = I_2 \\ V_1 = V_2 + ZI_2 \end{cases}$$

Matriz ABCD

$$\begin{cases} I_1 = CV_2 + DI_2 \\ V_1 = AV_2 + BI_2 \end{cases}$$

Exemplo 1: Impedância (3)

$$\begin{cases} I_1 = I_2 \\ V_1 = V_2 + ZI_2 \end{cases} \quad (1)$$

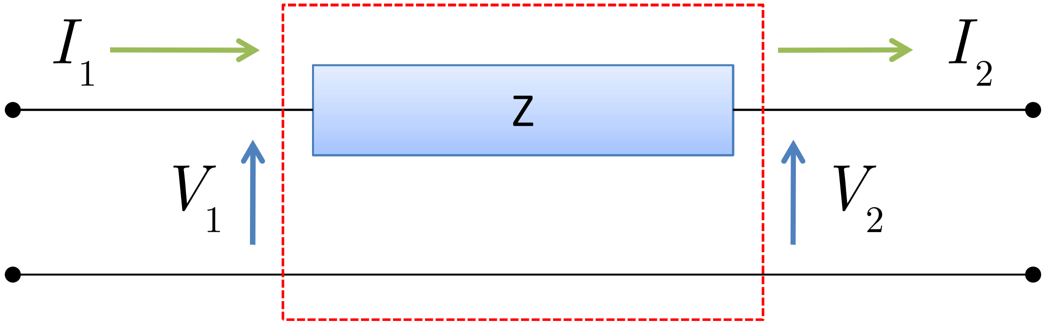
$$\begin{cases} I_1 = CV_2 + DI_2 \\ V_1 = AV_2 + BI_2 \end{cases} \quad (2)$$

comparando os conjuntos de equações,

eles são simultaneamente satisfeitos se

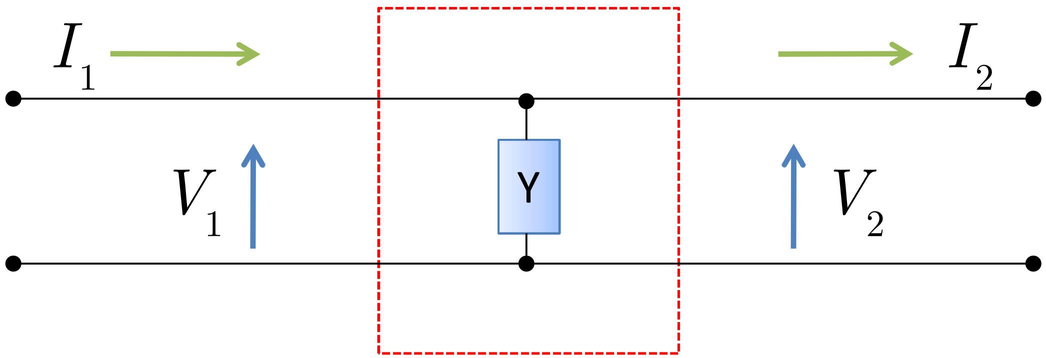
$$A = 1 \ ; \ B = Z \ ; \ C = 0 \ ; \ D = 1$$

Exemplo 1: Impedância (4)



$$\left[ABCD\right]_{Z\ s\acute{e}rie} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo 2: Admitância (1)



leis de Kirchhoff

correntes: $I_1 = I_2 + I_Y = I_2 + YV_2$

tensões: $V_1 = V_2$

Exemplo 2: Admitância (2)

Kirchhoff

$$\begin{cases} I_1 = YV_2 + I_2 \\ V_1 = V_2 \end{cases}$$

Matriz ABCD

$$\begin{cases} I_1 = CV_2 + DI_2 \\ V_1 = AV_2 + BI_2 \end{cases}$$

Exemplo 2: Admitância (3)

$$\begin{cases} I_1 = YV_2 + I_2 \\ V_1 = V_2 \end{cases}$$

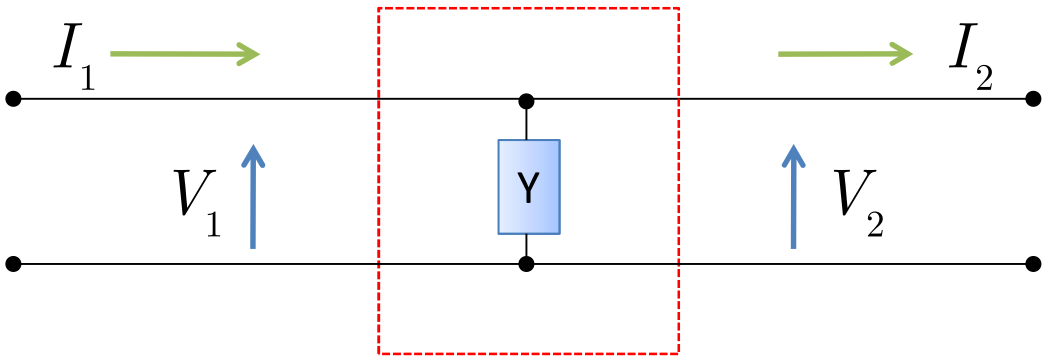
$$\begin{cases} I_1 = CV_2 + DI_2 \\ V_1 = AV_2 + BI_2 \end{cases}$$

comparando os conjuntos de equações,

eles são simultaneamente satisfeitos se

$$A = 1 \ ; \ B = 0 \ ; \ C = Y \ ; \ D = 1$$

Exemplo 2: Admitância (4)



$$\left(ABCD\right)_{Y\ paralelo} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{pmatrix}$$