

Acoplador Direcional

SEL 369 Micro-ondas/SEL5900 Circuitos de Alta
Frequência

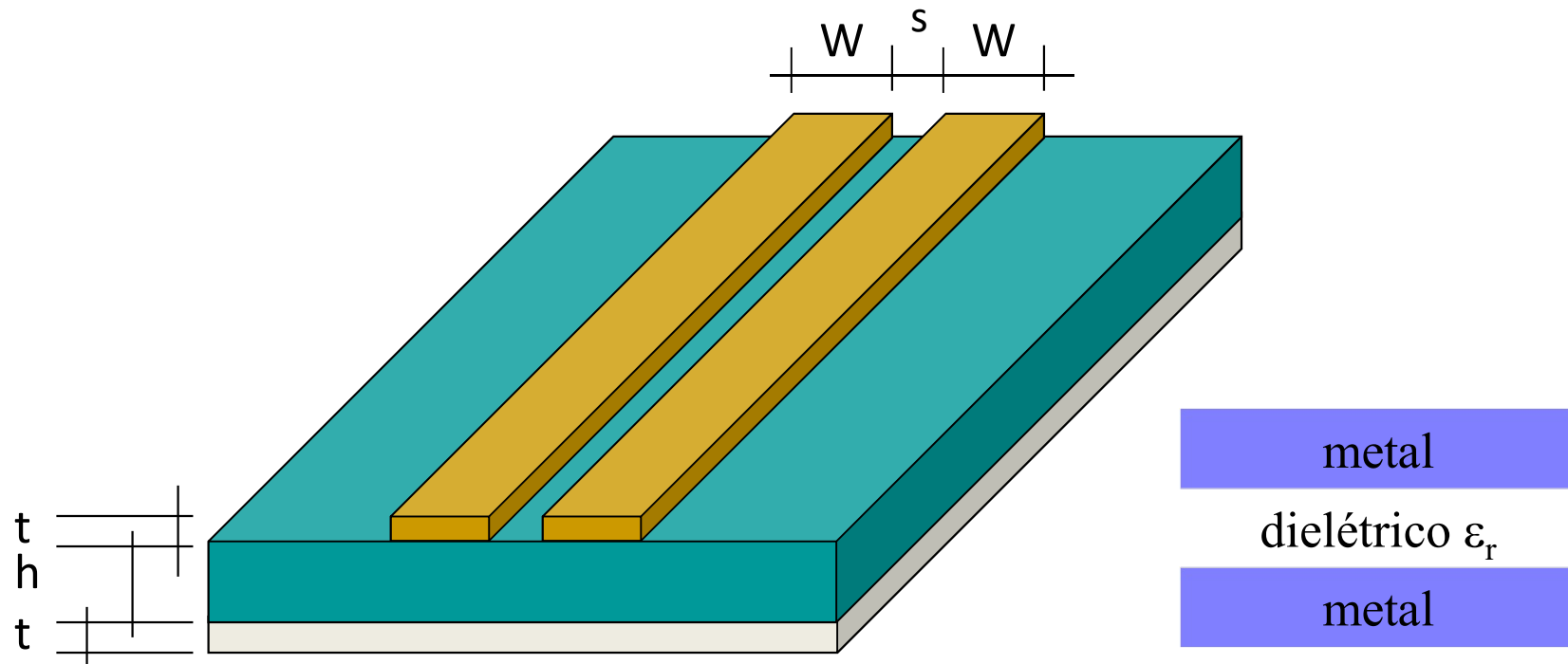
Amílcar Careli César
Departamento de Engenharia Elétrica da EESC-USP

Atenção!



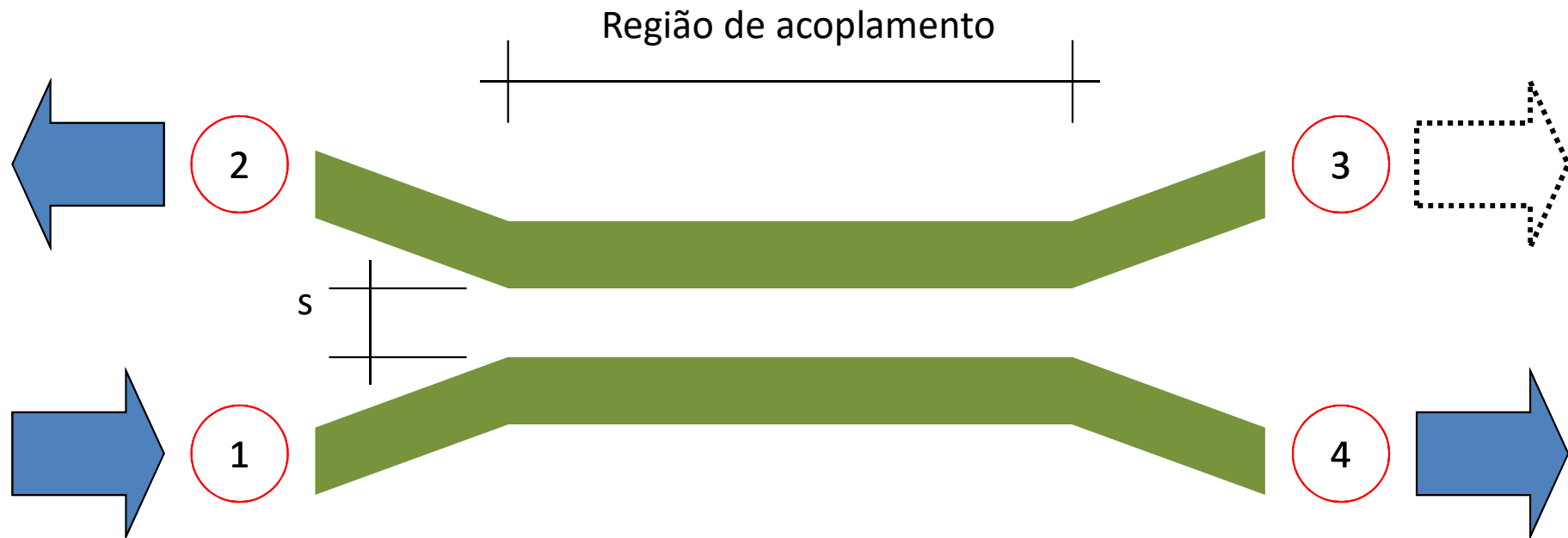
- ✓ Este material didático é planejado para servir de apoio às aulas de [SEL-369 Micro-ondas](#), oferecida aos alunos regularmente matriculados nos cursos de engenharia elétrica/eletrônica/computação e [SEL-5900 Circuitos de Alta Frequência](#), oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de pós-graduação em engenharia elétrica.
- ✓ Não são permitidas a reprodução e/ou comercialização do material.
- ✓ solicitar autorização ao docente para qualquer tipo de uso distinto daquele para o qual foi planejado.

Layout da microfita acoplada



As linhas de campo eletromagnético acoplam-se de uma linha de transmissão para outra

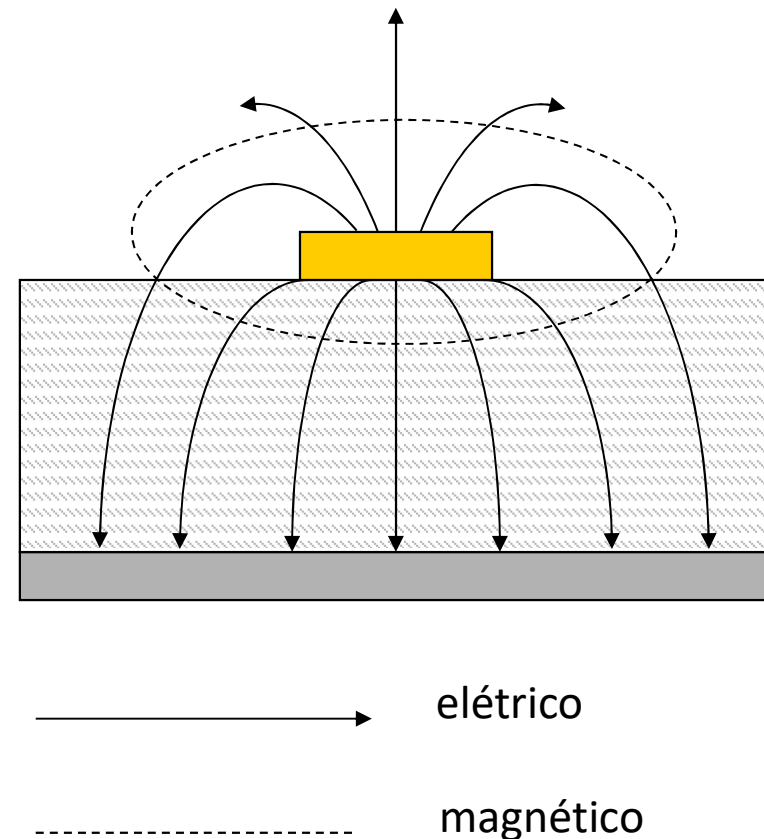
Layout do acoplador direcional



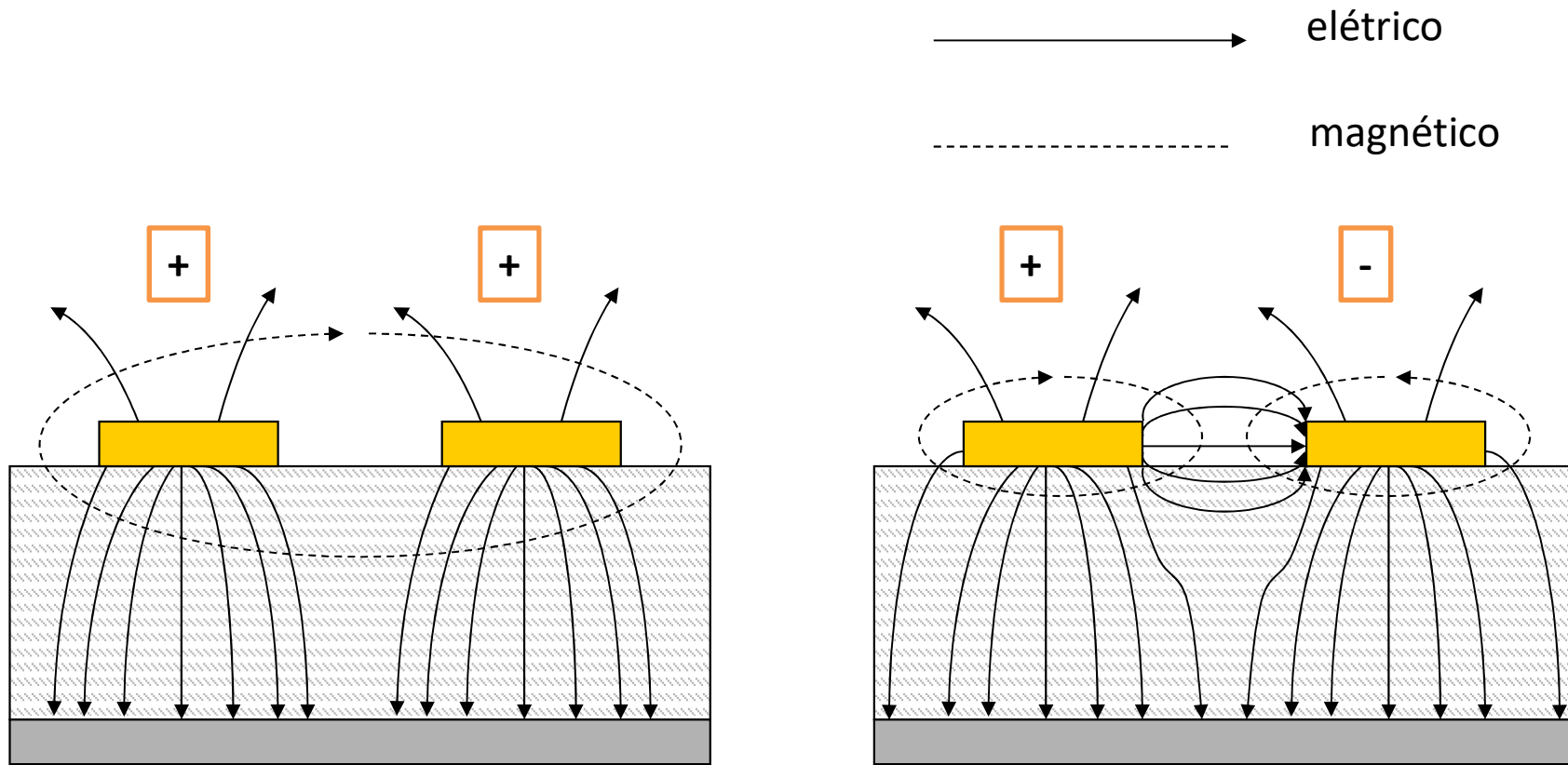
- ✓ A potência que entra pela porta 1 divide-se entre as portas 2 e 4, de acordo com o fator de acoplamento
- ✓ Nenhum sinal emerge pela porta 3 (porta isolada)
- ✓ O acoplador é simétrico e recíproco

Distribuição de campo eletromagnético

- ✓ Linhas de campo eletromagnético não estão totalmente contidas na região do substrato
 - O modo de propagação não é um modo puro TEM mas sim um modo quase-TEM
 - há componente de campo na direção de propagação



Distribuição de campo eletromagnético

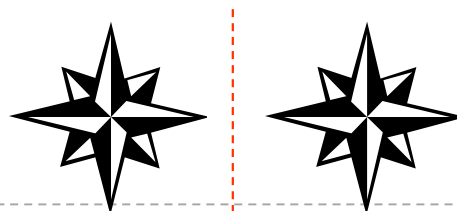


Excitação simétrica (par)

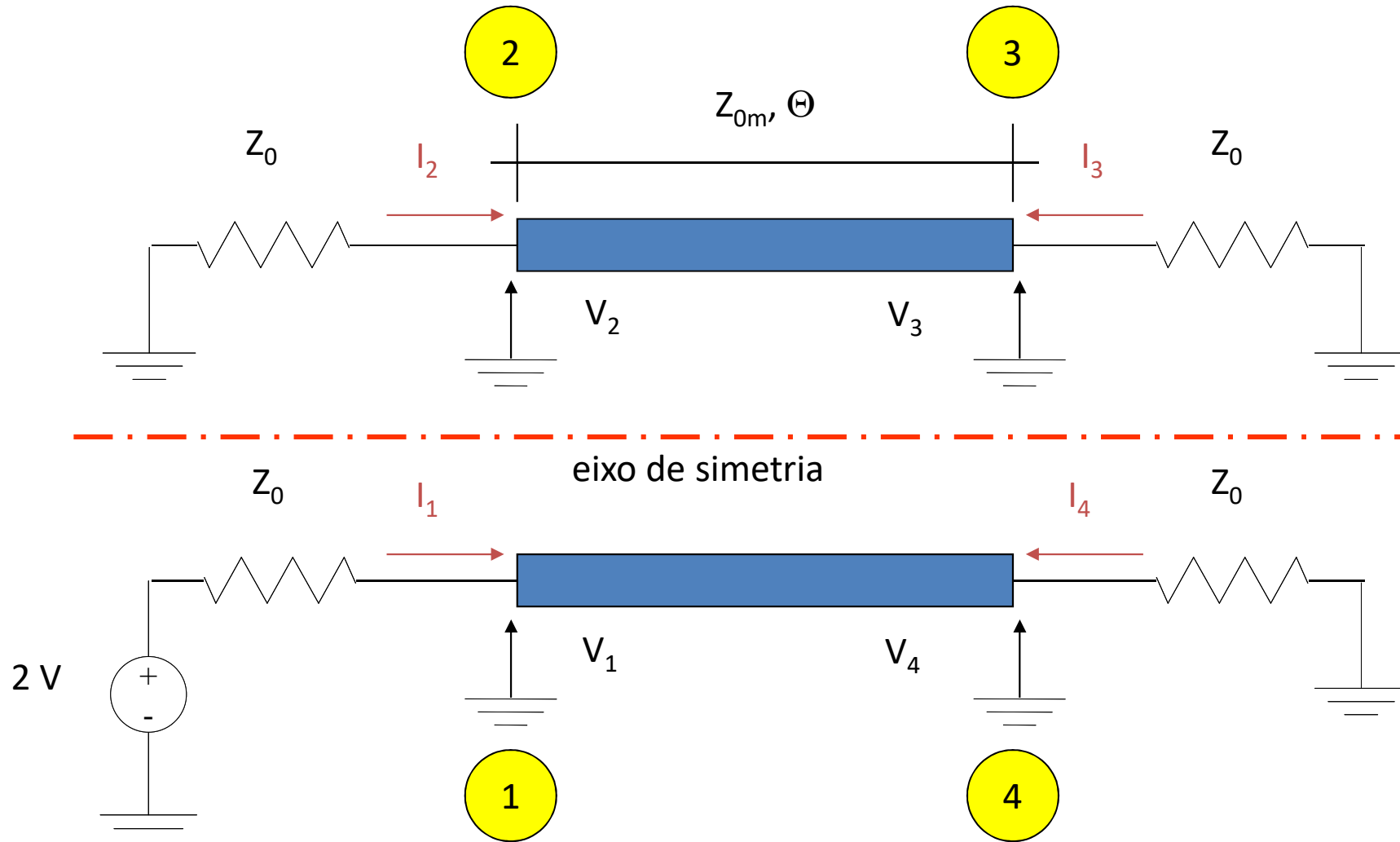
Excitação antissimétrica (ímpar)

Análise do acoplador direcional

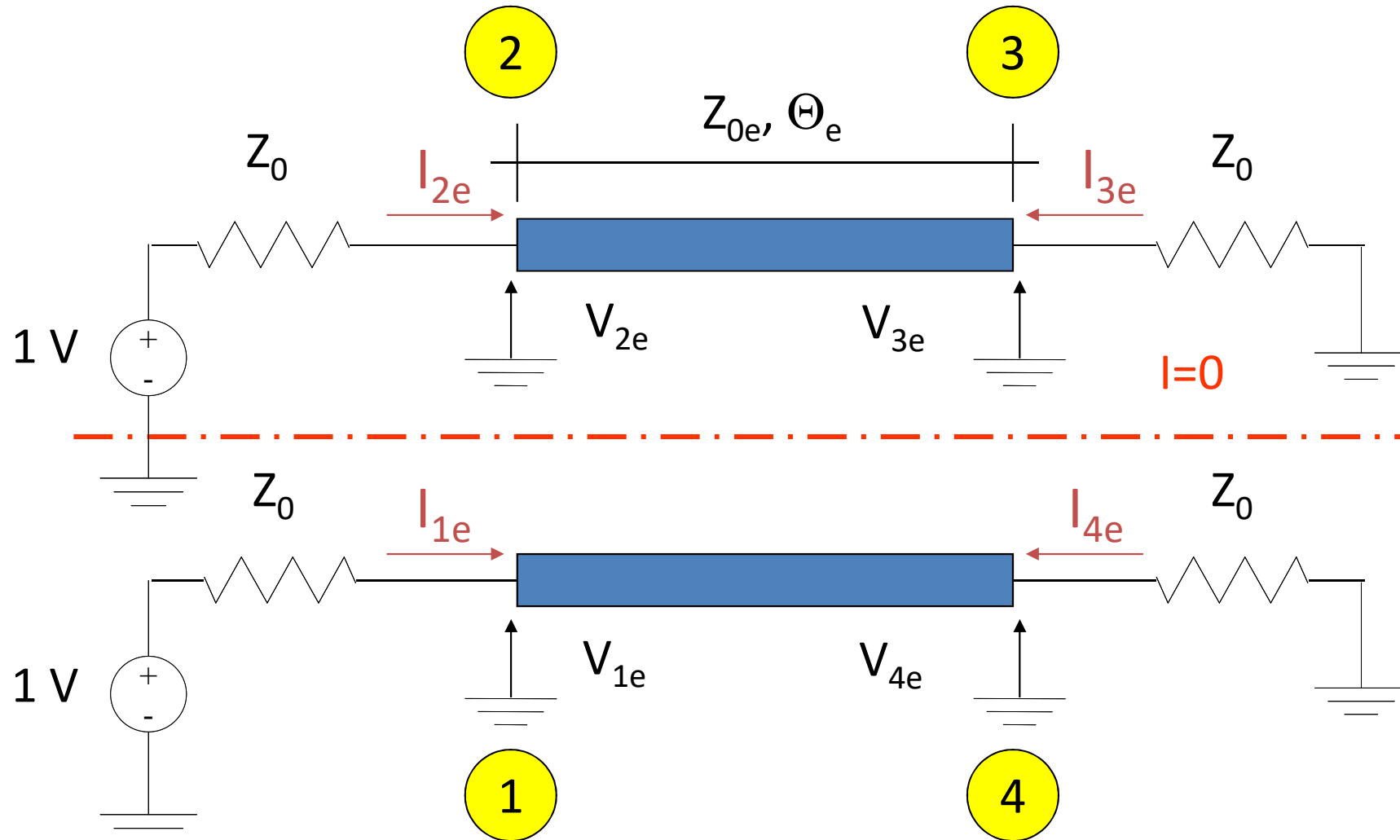
- ✓ O acoplador possui um eixo de simetria
- ✓ As tensões e correntes nas portas são superposições de 2 tipos distintos de excitação
 - Modo simétrico (par)
 - No eixo de simetria a corrente é nula (parede magnética)
 - Modo antissimétrico (ímpar)
 - No eixo de simetria a tensão é nula (parede elétrica)



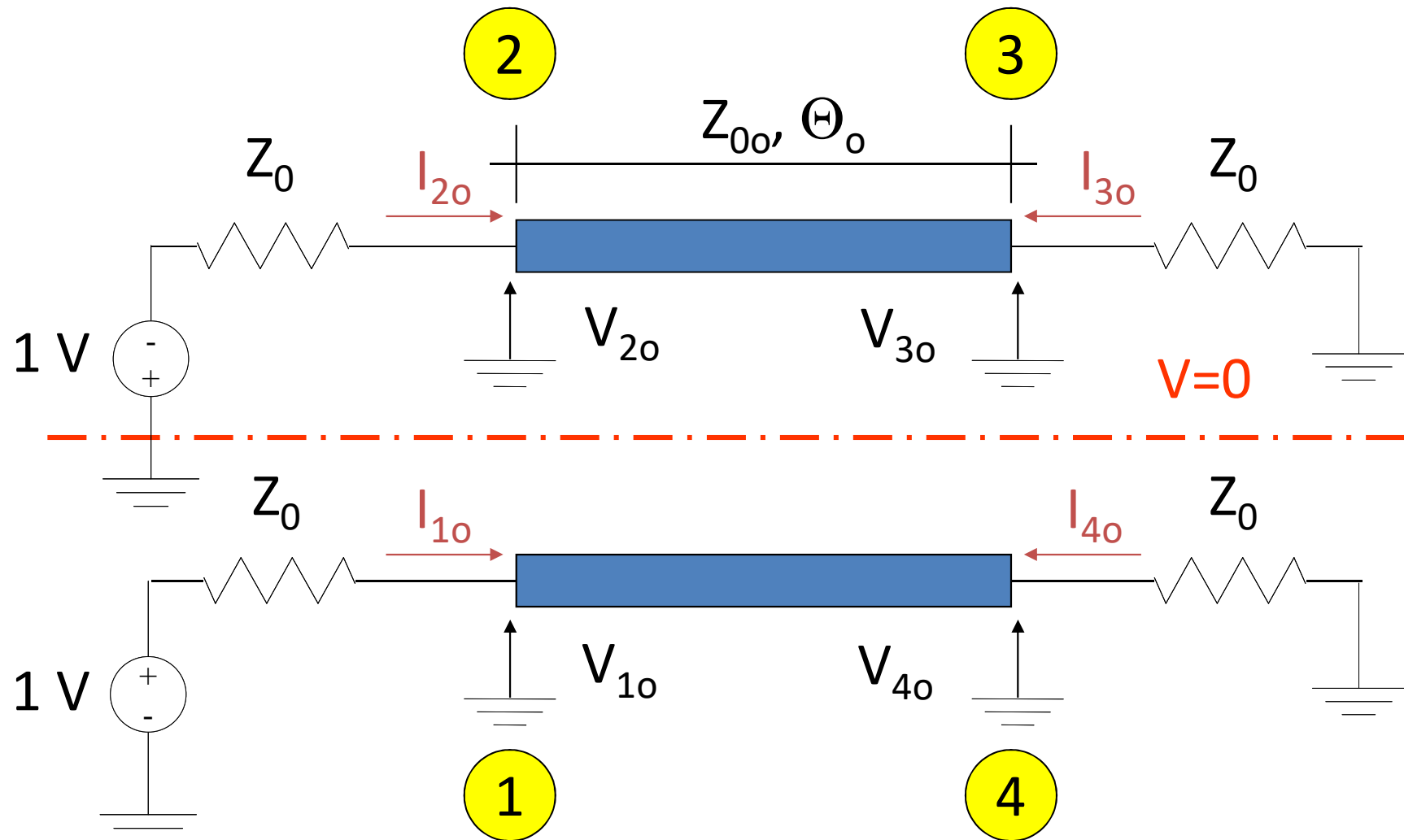
Eixo de simetria



Modo simétrico (par)



Modo antissimétrico (ímpar)



Análise do acoplador-1

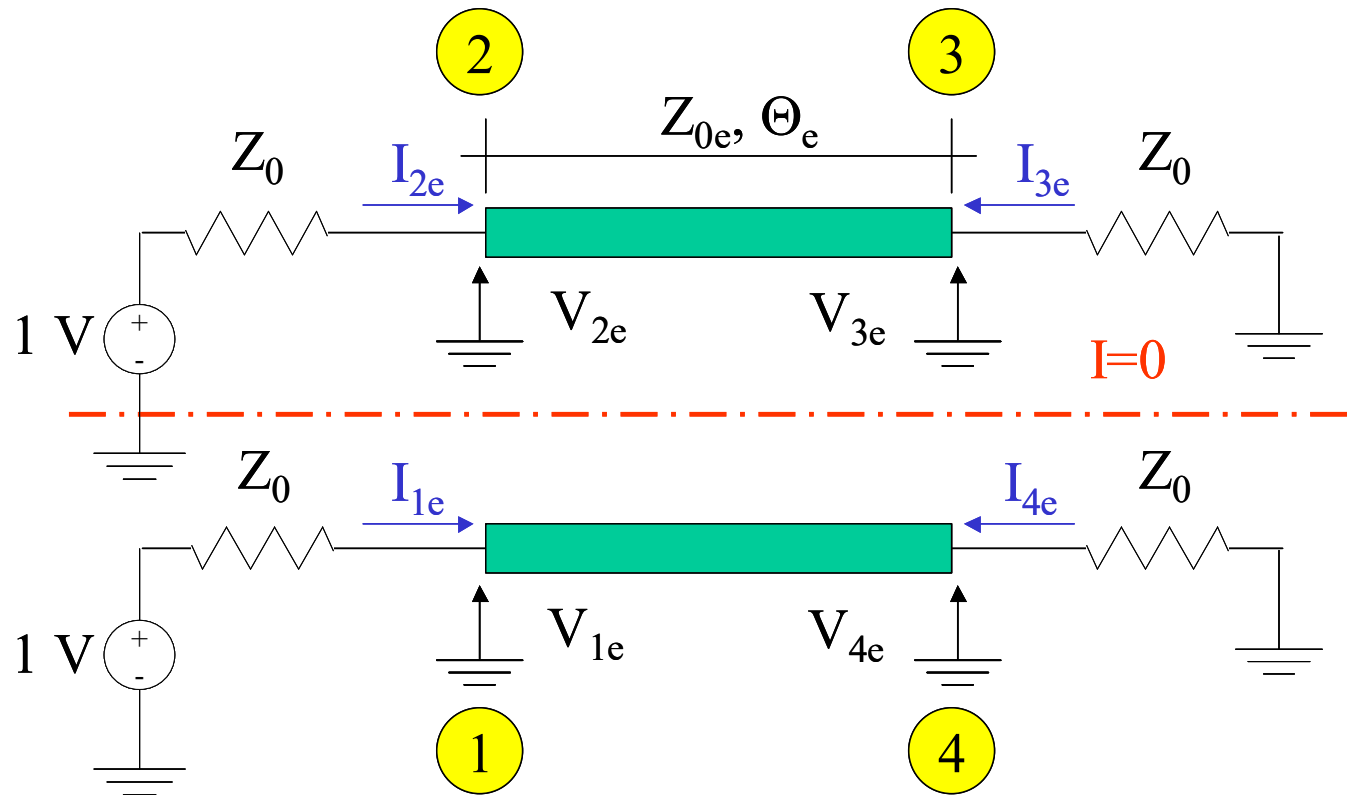
O circuito original do acoplador é a superposição dos circuitos equivalentes par e ímpar.

Assim, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = V_{1e} + V_{1o} \\ V_2 = V_{2e} + V_{2o} \\ V_3 = V_{3e} + V_{3o} \\ V_4 = V_{4e} + V_{4o} \end{array} \right. \quad (1) \qquad \left\{ \begin{array}{l} I_1 = I_{1e} + I_{1o} \\ I_2 = I_{2e} + I_{2o} \\ I_3 = I_{3e} + I_{3o} \\ I_4 = I_{4e} + I_{4o} \end{array} \right. \quad (2)$$

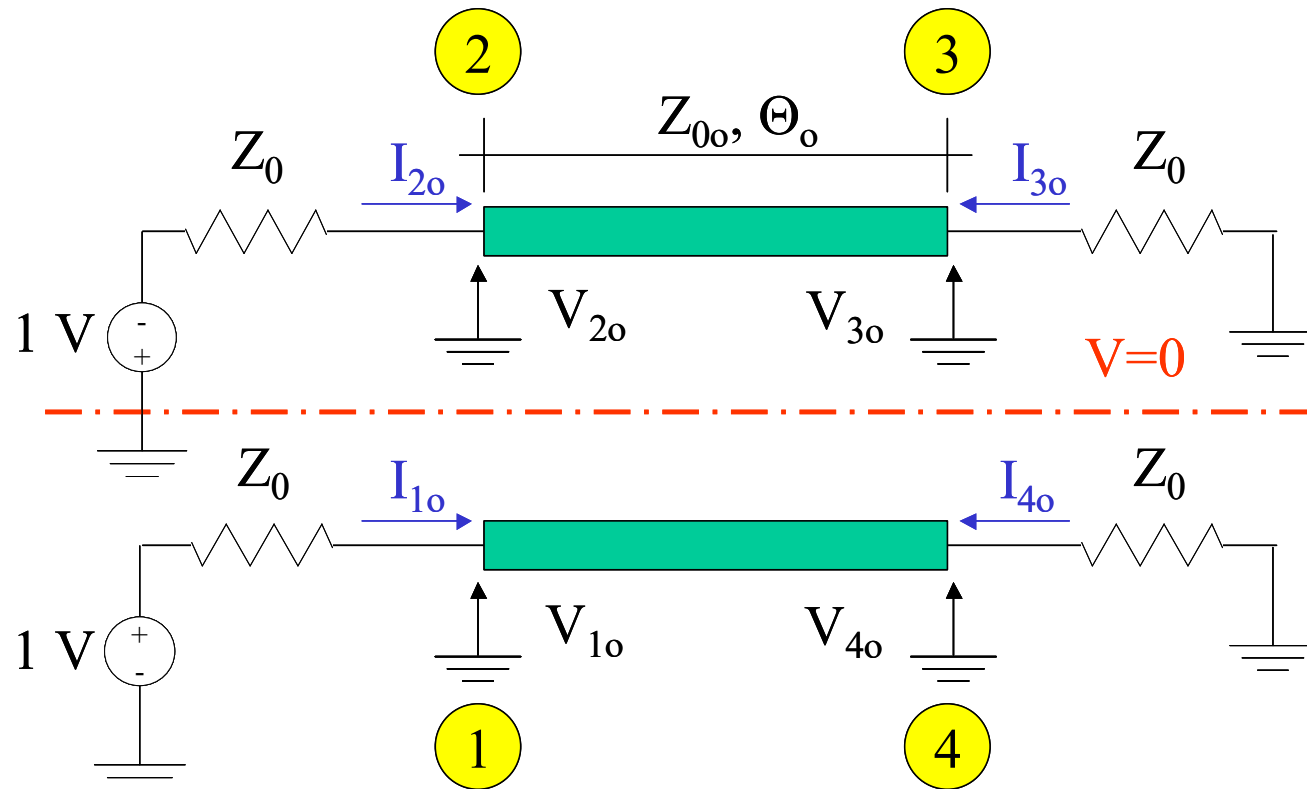
Análise do acoplador-2

$$\begin{cases} V_{2e} = V_{1e} \\ V_{3e} = V_{4e} \end{cases} \begin{cases} V_{3e} = -Z_0 I_{3e} \\ V_{4e} = -Z_0 I_{4e} \end{cases} \begin{cases} V_{1e} + Z_0 I_{1e} = 1 \\ V_{2e} + Z_0 I_{2e} = 1 \end{cases}$$



Análise do acoplador-3

$$\begin{cases} V_{3o} = -Z_0 I_{3o} \\ V_{4o} = -Z_0 I_{4o} \end{cases} \quad \begin{cases} V_{1o} + Z_0 I_{1o} = 1 \\ V_{2o} + Z_0 I_{2o} = -1 \end{cases}$$



Análise do acoplador-4

Resumindo, temos:

$$\begin{cases} V_1 = V_{1e} + V_{1o} \\ V_2 = V_{2e} + V_{2o} \\ V_3 = V_{3e} + V_{3o} \\ V_4 = V_{4e} + V_{4o} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} I_1 = I_{1e} + I_{1o} \\ I_2 = I_{2e} + I_{2o} \\ I_3 = I_{3e} + I_{3o} \\ I_4 = I_{4e} + I_{4o} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} V_{2e} = V_{1e} \\ V_{3e} = V_{4e} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} V_{4e} = -Z_0 I_{4e} \\ V_{4o} = -Z_0 I_{4o} \\ V_{3e} = -Z_0 I_{3e} \\ V_{3o} = -Z_0 I_{3o} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} V_{1e} + Z_0 I_{1e} = 1 \\ V_{1o} + Z_0 I_{1o} = 1 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} V_{2e} + Z_0 I_{2o} = 1 \\ V_{2o} + Z_0 I_{2o} = -1 \end{cases} \quad (6)$$

Análise do acoplador-5

Em termos de matriz ABCD:

$$\begin{pmatrix} V_{1e} \\ I_{1e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_e & jZ_{0e} \operatorname{sen} \theta_e \\ j \frac{1}{Z_{0e}} \operatorname{sen} \theta_e & \cos \theta_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{4e} \\ -I_{4e} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Substituindo (4) em (7):

$$\begin{cases} V_{1e} = -\left(Z_0 \cos \theta_e + jZ_{0e} \operatorname{sen} \theta_e \right) I_{4e} \\ Z_0 I_{1e} = -\left(j \frac{Z_0^2}{Z_{0e}} \operatorname{sen} \theta_e + Z_0 \cos \theta_e \right) I_{4e} \end{cases} \quad (8)$$

Análise do acoplador-6

Substituindo (5) em (8):

$$\begin{cases} V_{1e} = -\left(Z_0 \cos \theta_e + jZ_{0e} \operatorname{sen} \theta_e\right) I_{4e} \\ 1 - V_{1e} = -\left(j \frac{Z_0^2}{Z_{0e}} \operatorname{sen} \theta_e + Z_0 \cos \theta_e\right) I_{4e} \end{cases} \quad (9)$$

Resolvendo (9):

$$I_{4e} = - \frac{Z_{0e}}{\left[2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j\left(Z_{0e}^2 + Z_0^2\right) \operatorname{sen} \theta_e\right]} \quad (10)$$

$$V_{1e} = \frac{Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + jZ_{0e}^2 \operatorname{sen} \theta_e}{2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j\left(Z_{0e}^2 + Z_0^2\right) \operatorname{sen} \theta_e} \quad (11)$$

Análise do acoplador-7

Analogamente temos:

$$\begin{pmatrix} V_{1o} \\ I_{1o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_o & jZ_{0o} \operatorname{sen} \theta_o \\ j \frac{1}{Z_{0o}} \operatorname{sen} \theta_o & \cos \theta_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{4o} \\ -I_{4o} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$I_{4o} = - \frac{Z_{0o}}{\left[2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j \left(Z_{0o}^2 + Z_0^2 \right) \operatorname{sen} \theta_o \right]} \quad (13)$$

$$V_{1o} = \frac{Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j Z_{0o}^2 \operatorname{sen} \theta_o}{2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j \left(Z_{0o}^2 + Z_0^2 \right) \operatorname{sen} \theta_o} \quad (14)$$

Análise do acoplador-8

$$V_{1o} = \frac{Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j Z_{0o}^2 \operatorname{sen} \theta_o}{2 Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j (Z_{0o}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_o}$$

$$V_{1e} = \frac{Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j Z_{0e}^2 \operatorname{sen} \theta_e}{2 Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j (Z_{0e}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_e}$$

para $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$

$$V_{1o} = \frac{Z_{0o}^2}{Z_{0o}^2 + Z_0^2}$$

$$V_{1e} = \frac{Z_{0e}^2}{Z_{0e}^2 + Z_0^2}$$

Análise do acoplador-9

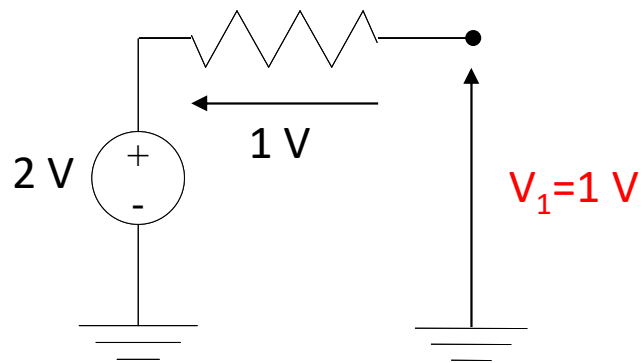
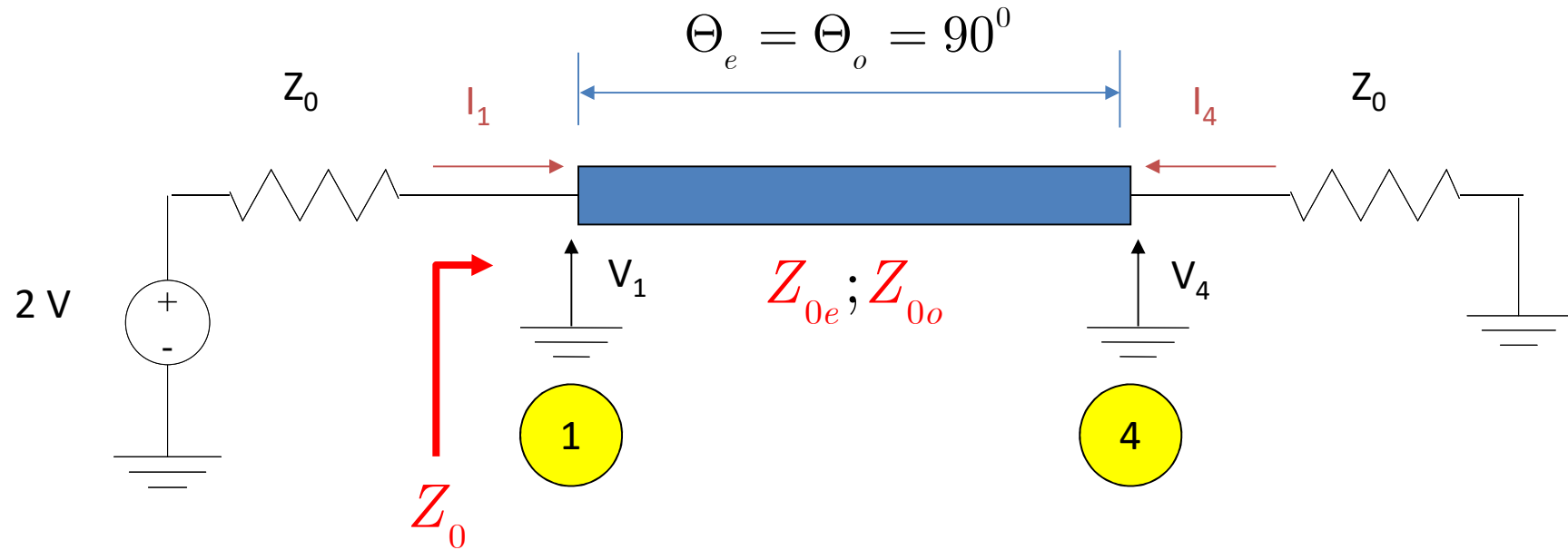
$$V_{1o} = \frac{Z_{0o}^2}{Z_{0o}^2 + Z_0^2} \quad \text{e} \quad V_{1e} = \frac{Z_{0e}^2}{Z_{0e}^2 + Z_0^2}$$

mas,

$$V_1 = V_{1e} + V_{1o}$$

$$V_1 = \frac{Z_{0o}^2}{Z_{0o}^2 + Z_0^2} + \frac{Z_{0e}^2}{Z_{0e}^2 + Z_0^2}$$

Análise do acoplador-10



Análise do acoplador-11

$$V_1 = \frac{Z_{0o}^2}{Z_{0o}^2 + Z_0^2} + \frac{Z_{0e}^2}{Z_{0e}^2 + Z_0^2} = 1$$
$$\frac{\left(Z_{0o}^2 + Z_0^2\right) Z_{0e}^2 + \left(Z_{0e}^2 + Z_0^2\right) Z_{0o}^2}{\left(Z_{0e}^2 + Z_0^2\right)\left(Z_{0o}^2 + Z_0^2\right)} = 1$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}} \Omega$$

Análise do acoplador-12

Se $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$ e $Z_0^2 = Z_{0e} Z_{0o}$

$$V_{1e} = \frac{Z_{0e}^2}{(Z_{0e}^2 + Z_0^2)} \quad \text{e} \quad V_{1o} = \frac{Z_{0o}^2}{(Z_{0o}^2 + Z_0^2)}$$

Como $V_1 = V_{1e} + V_{1o}$

então
$$V_1 = \frac{Z_{0e}}{Z_{0e} + Z_{0o}} + \frac{Z_{0o}}{Z_{0o} + Z_{0e}} = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}$$

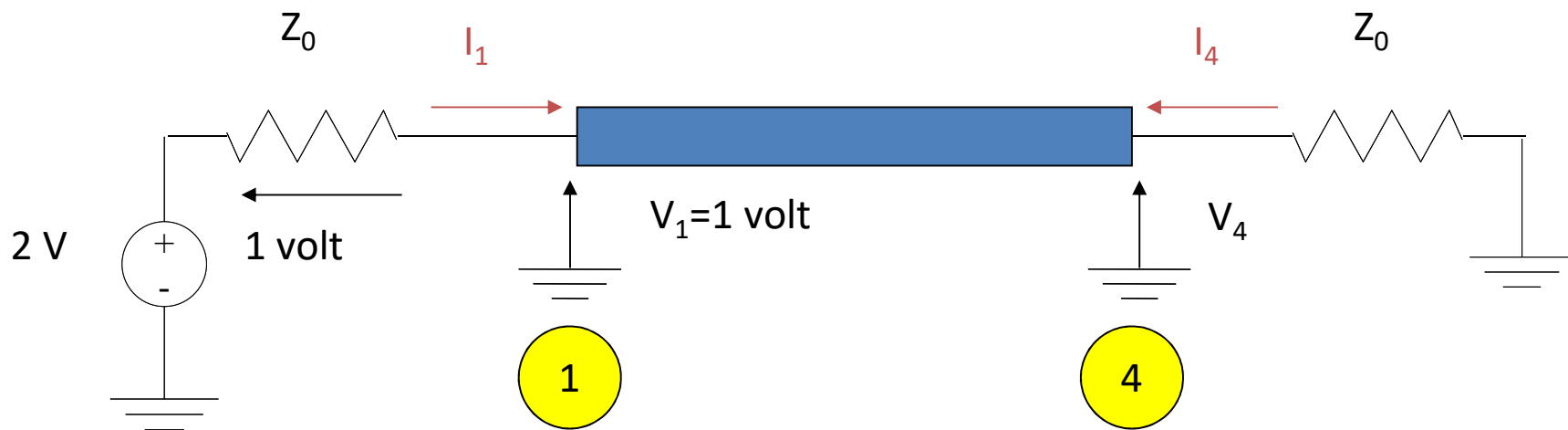
e
$$V_1 = 1 \text{ volt} \quad (15)$$

Análise do acoplador-13

A tensão da fonte original é de **2 volts**.

A tensão na porta 1, sob condição de casamento de impedância, é **1 volt**. Então, a tensão sobre Z_0 é **1 volt**.

$$Z_0 = \sqrt{Z_{oe} Z_{oo}} \quad (16)$$



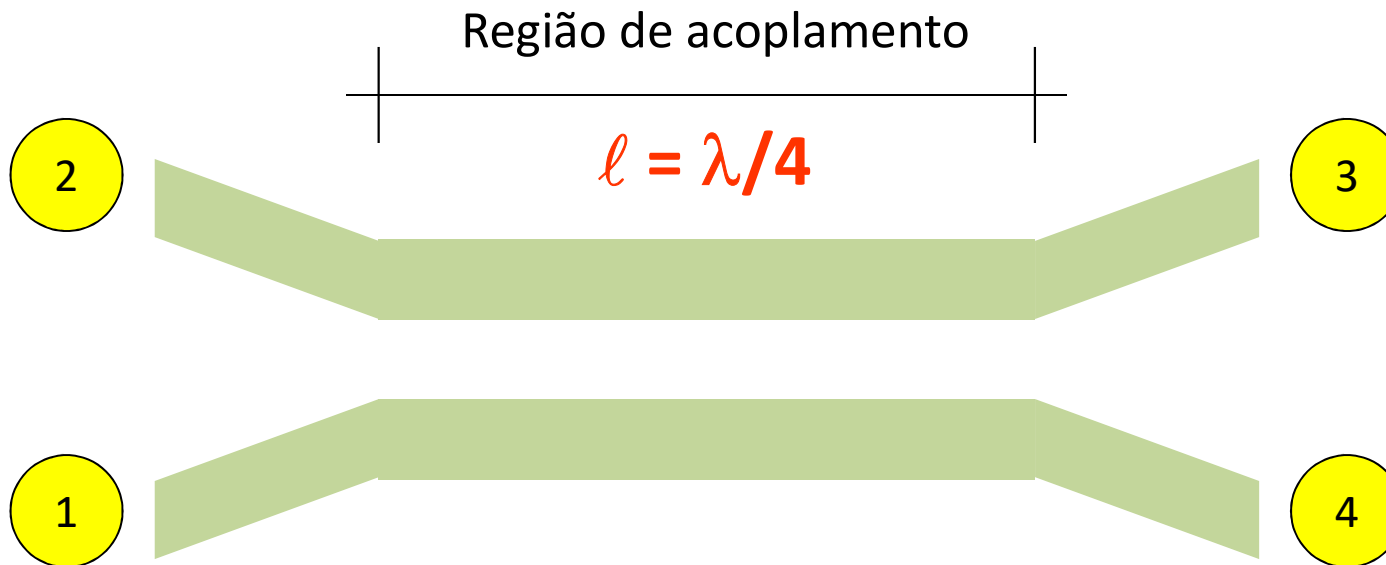
Análise do acoplador-14

Sob as condições:

1. casamento de impedâncias
2. $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$ ($\beta l = \pi/2$ e $l = \lambda/4$)

$$Z_0 = \sqrt{Z_{oe} Z_{oo}}$$

$l = \lambda/4$: largura da região de acoplamento



Análise do acoplador-15

Sob as condições de casamento de impedâncias e $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$, I_{4e} e I_{4o} passam a ser:

$$I_{4e} = \frac{-Z_{0e}}{j(Z_{0e}^2 + Z_0^2)} \quad \text{e} \quad I_{4o} = \frac{-Z_{0o}}{j(Z_{0o}^2 + Z_0^2)}$$

e

$$I_4 = I_{4e} + I_{4o} = j \frac{2}{Z_{0e} + Z_{0o}} = j \frac{2/Z_0}{Z_{0e}/Z_0 + Z_{0o}/Z_0}$$

(17)

Análise do acoplador-16

Definindo o fator de acoplamento:

$$k = \frac{(Z_{0e} - Z_{0o})}{(Z_{0e} + Z_{0o})} \quad (18)$$

então $\frac{Z_{0o}}{Z_{0e}} = \frac{1 - k}{1 + k}$ (19)

Substituindo (16) e (19) na expressão de I_4 , resulta em:

$$I_4 = j \frac{\sqrt{1 - k^2}}{Z_0} \quad (19)$$

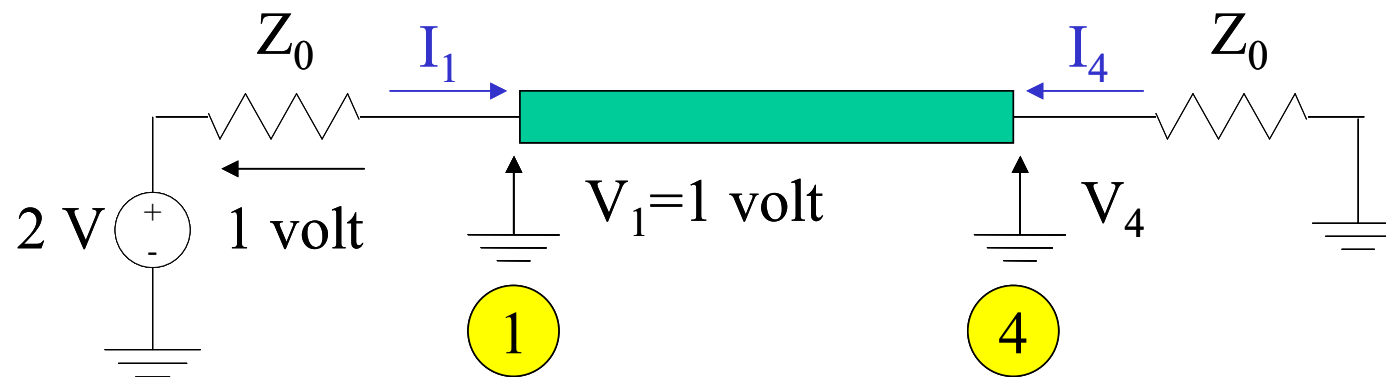
Análise do acoplador-17

Substituindo $Z_0 = \sqrt{Z_{oe} Z_{oo}}$ e $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$

na expressão de V_4 resulta em

$$V_4 = V_{4e} + V_{4o} = -j \frac{2Z_0}{Z_{oe} + Z_{oo}} = -j \frac{2}{Z_{oe}/Z_0 + Z_{oo}/Z_0}$$

e $V_4 = -j\sqrt{1 - k^2}$ (20)



Análise do acoplador-18

De maneira análoga,

$$\begin{pmatrix} V_{2e} \\ I_{2e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_e & jZ_{0e} \operatorname{sen} \theta_e \\ j \frac{1}{Z_{0e}} \operatorname{sen} \theta_e & \cos \theta_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{3e} \\ -I_{3e} \end{pmatrix}$$

e

$$I_{3e} = \frac{-Z_{0e}}{2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j(Z_{0e}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_e} \quad (21)$$

$$V_{2e} = \frac{Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + jZ_{0e}^2 \operatorname{sen} \theta_e}{2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j(Z_{0e}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_e} \quad (22)$$

Análise do acoplador-19

Também,

$$\begin{pmatrix} V_{2o} \\ I_{2o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_o & jZ_{0o} \operatorname{sen} \theta_o \\ j \frac{1}{Z_{0o}} \operatorname{sen} \theta_o & \cos \theta_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{3o} \\ -I_{3o} \end{pmatrix}$$

e

$$V_{2o} = - \frac{Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j Z_{0o}^2 \operatorname{sen} \theta_o}{2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j (Z_{0o}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_o} \quad (23)$$

$$I_{3o} = \frac{Z_{0o}}{2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j (Z_{0o}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_o} \quad (24)$$

Análise do acoplador-20

Substituindo $Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}}$ e $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$

em (21)-(24) resulta em

$$V_2 = V_{2e} + V_{2o} = \frac{Z_{0e}^2}{(Z_{0e}^2 + Z_0^2)} - \frac{Z_{0o}^2}{(Z_{0o}^2 + Z_0^2)} = \frac{(Z_{0e} - Z_{0o})}{(Z_{0e} + Z_{0o})}$$

$$I_3 = I_{3e} + I_{3o} = j \left[\frac{1}{(Z_{0e} + Z_{0o})} - \frac{1}{(Z_{0e} + Z_{0o})} \right]$$

e $V_2 = k$ $I_3 = 0$ (25)

Análise do acoplador-21

como $V_{3e} = -Z_0 I_{3e}$ e $V_{3o} = -Z_0 I_{3o}$

temos que

$$V_{3e} = \frac{Z_0 Z_{0e}}{2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j(Z_{0e}^2 + Z_0^2) \sin \theta_e}$$

$$V_{3o} = \frac{-Z_0 Z_{0o}}{2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j(Z_{0o}^2 + Z_0^2) \sin \theta_o}$$

$$V_3 = V_{3e} + V_{3o} = -j \frac{Z_0}{(Z_{0e} + Z_{0o})} + j \frac{z_0}{(Z_{0e} + Z_{0o})}$$

e $V_3 = 0$ (26)

Análise do acoplador-22

Usando $Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}}$ e $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$

$$I_1 = I_{1e} + I_{1o} = \frac{Z_0}{Z_{0e} (Z_{0e} + Z_{0o})} + \frac{Z_0}{Z_{0o} (Z_{0e} + Z_{0o})}$$

$$I_1 = \frac{Z_0}{Z_{0e} + Z_{0o}} \left[\frac{1}{Z_{0e}} + \frac{1}{Z_{0o}} \right] = \frac{Z_0}{Z_{0e} Z_{0o}} = \frac{Z_0}{Z_0^2}$$

e $I_1 = \frac{1}{Z_0}$ (27)

Análise do acoplador-23

A corrente I_2 é

$$I_{2e} = \frac{Z_{0e} \cos \theta_e + jZ_0 \operatorname{sen} \theta_e}{2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j(Z_{0e}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_e}$$

$$I_{2o} = -\frac{Z_{0o} \cos \theta_o + jZ_0 \operatorname{sen} \theta_o}{2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j(Z_{0o}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_o}$$

$$I_2 = I_{2e} + I_{2o} = -\frac{Z_0}{Z_{0e} Z_{0o}} \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} = -\frac{Z_0}{Z_0^2} k$$

e

$$I_2 = -\frac{k}{Z_0} \quad (28)$$

Análise do acoplador: Resumo

Tensões (volt)

$$V_1 = 1$$

$$V_2 = k$$

$$V_3 = 0$$

$$V_4 = -j\sqrt{1 - k^2}$$



Corrente (ampere)

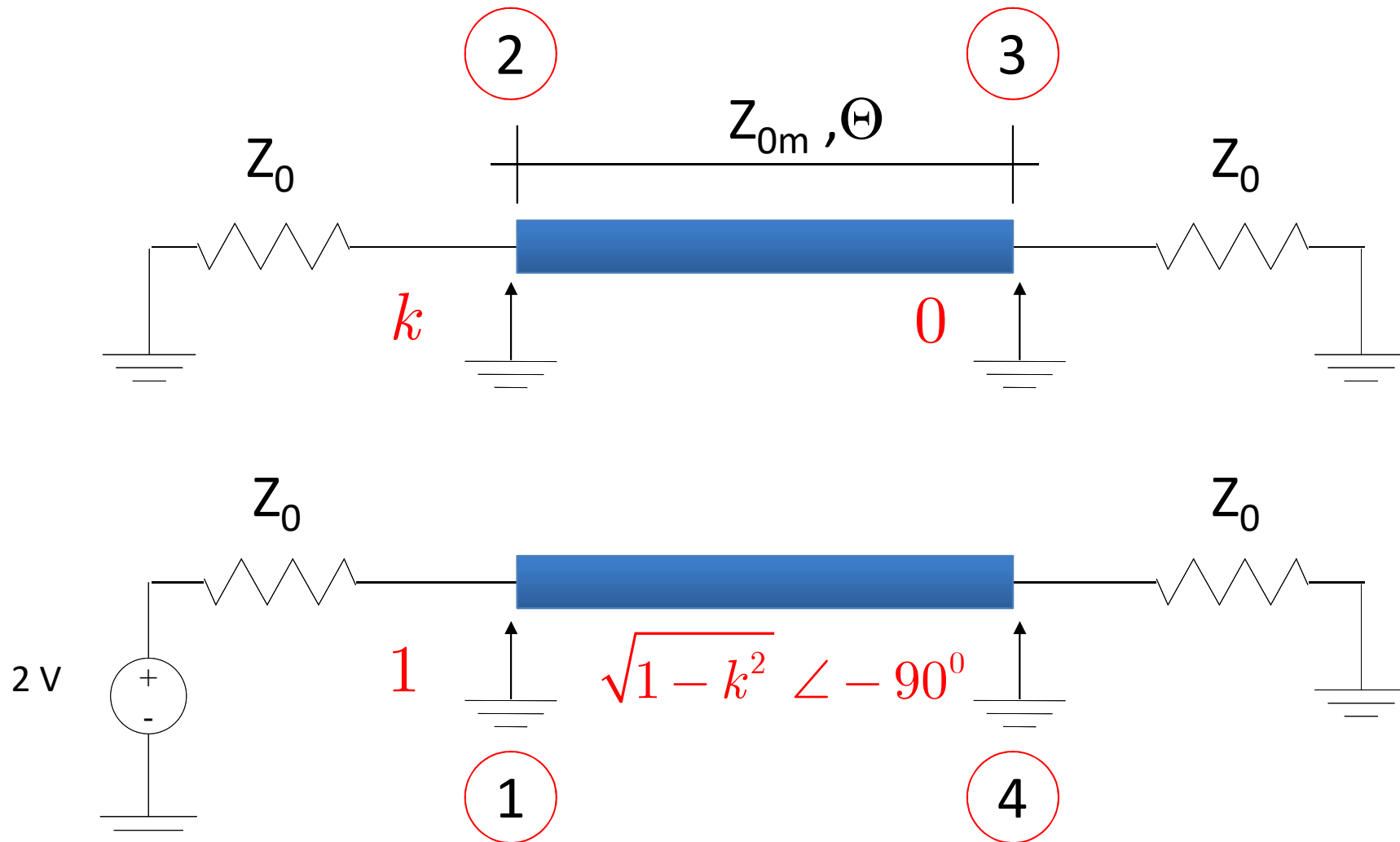
$$I_1 = \frac{1}{Z_0}$$

$$I_2 = -\frac{k}{Z_0}$$

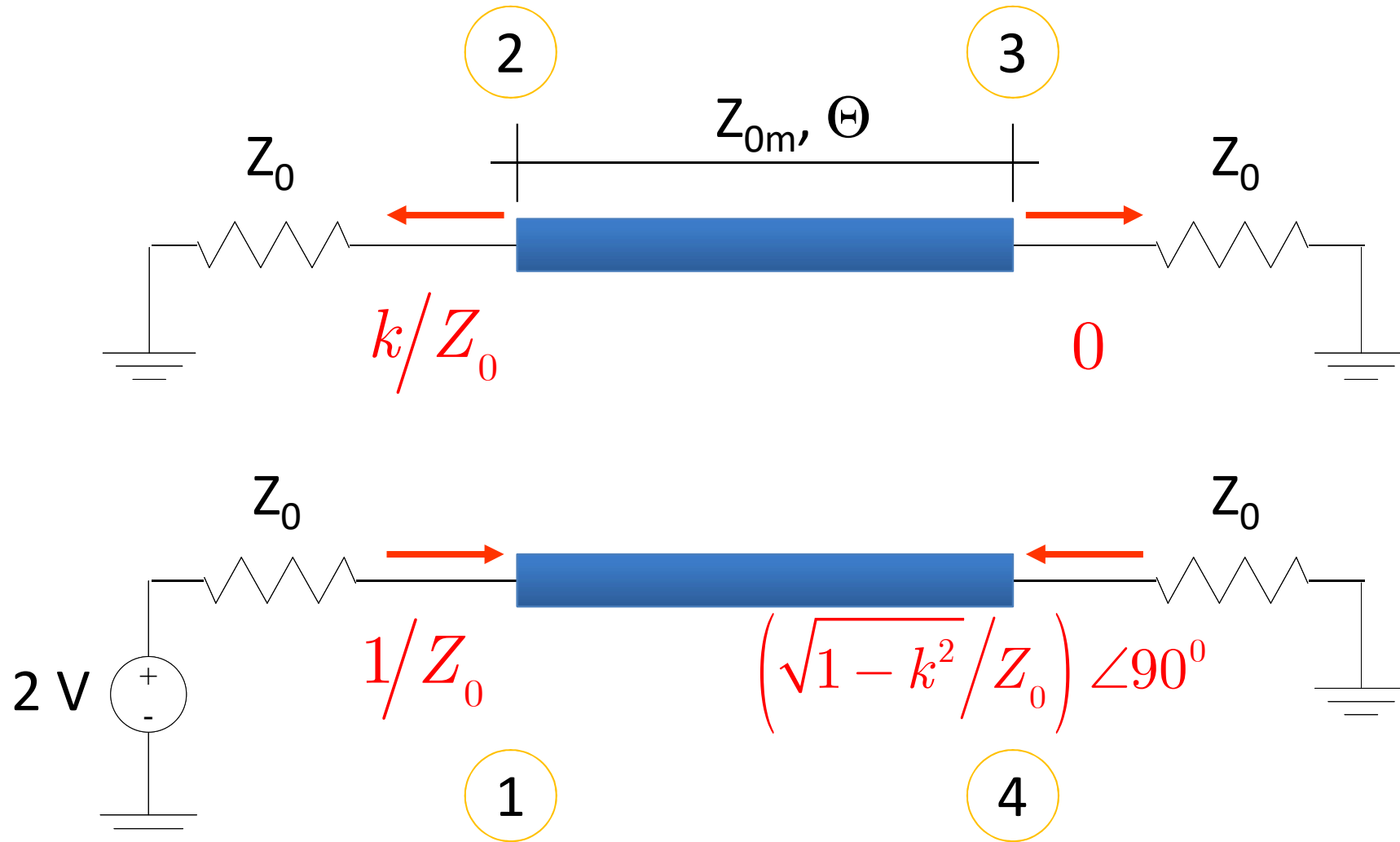
$$I_3 = 0$$

$$I_4 = j\frac{\sqrt{1 - k^2}}{Z_0}$$

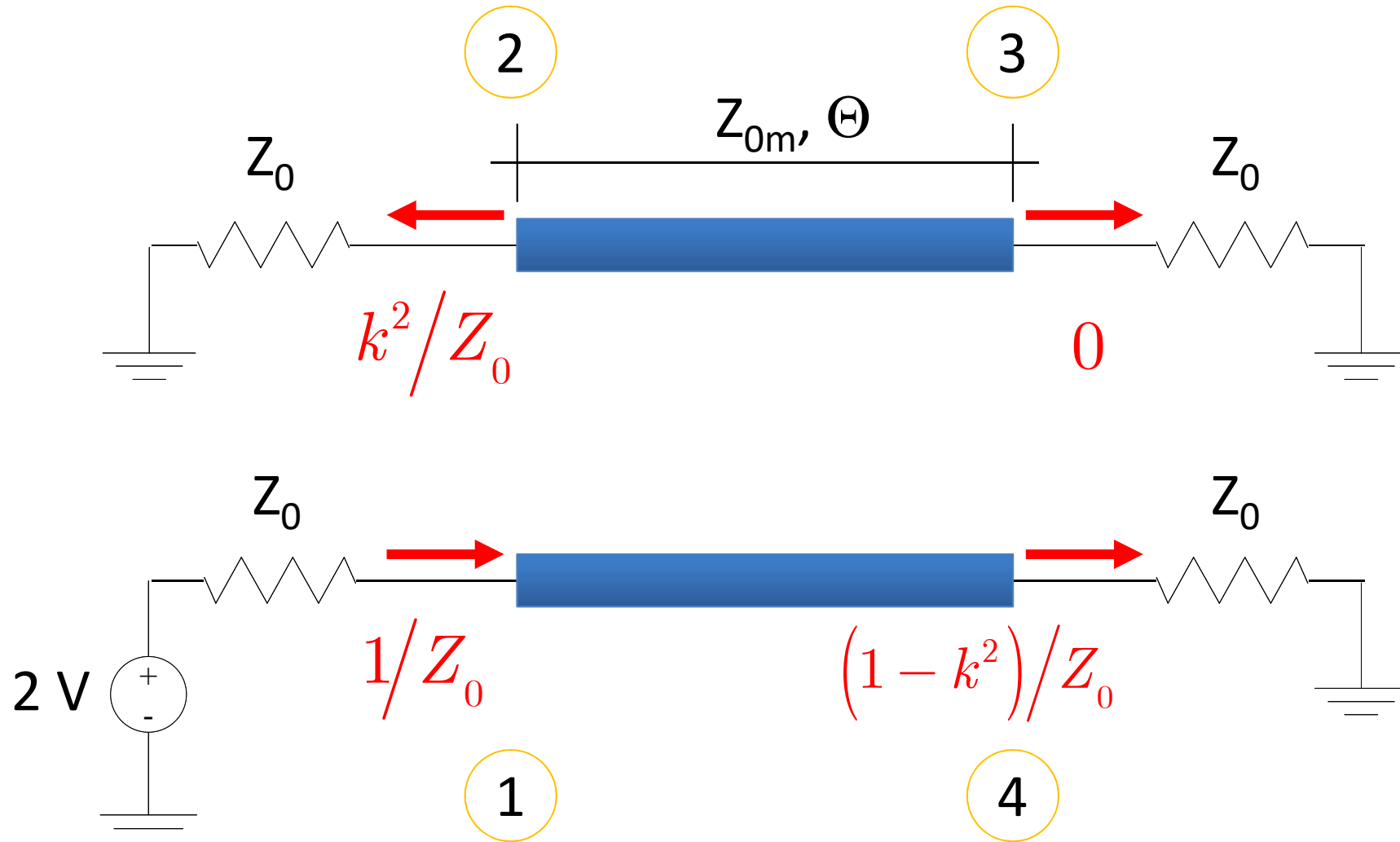
Tensões nas portas (volt)



Correntes nas portas (ampere)



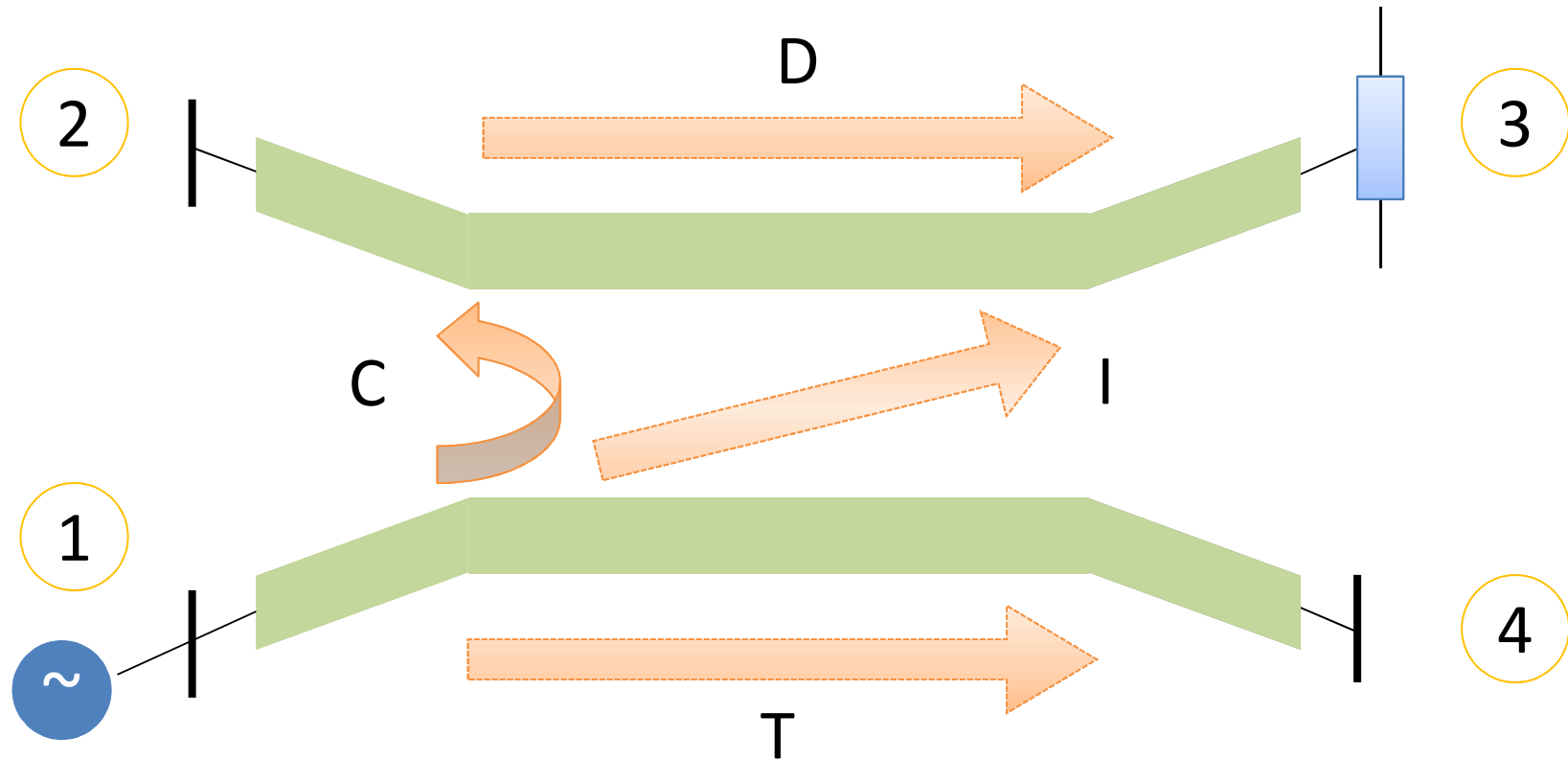
Potências nas portas (watt)



Especificações

- ✓ Fator de acoplamento na frequência central
 - Geralmente em dB
- ✓ Constante dielétrica e espessura do substrato
- ✓ Impedância das terminações
 - Geralmente 50 ohms
- ✓ Largura de faixa e frequência central
- ✓ Tolerância do fator de acoplamento sobre a faixa de frequências
- ✓ Menor valor aceitável da diretividade
 - Geralmente em dB

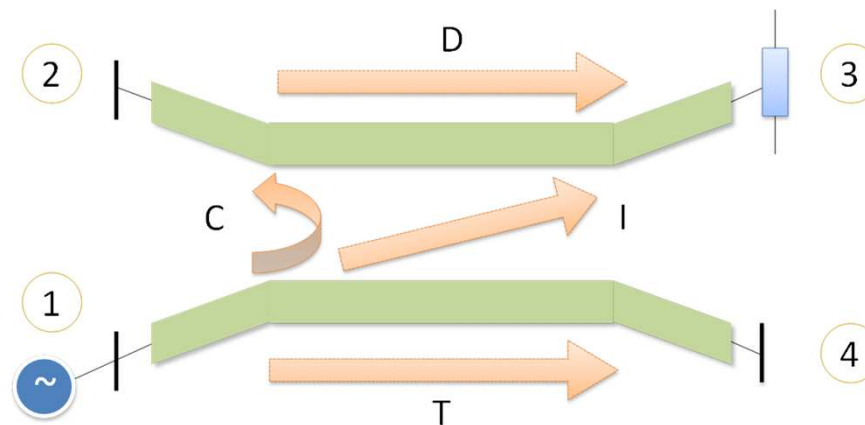
Parâmetros dos acopladores-1



C: fator de acoplamento; **T**: fator de transmissão
D: diretividade ; **I**: isolamento

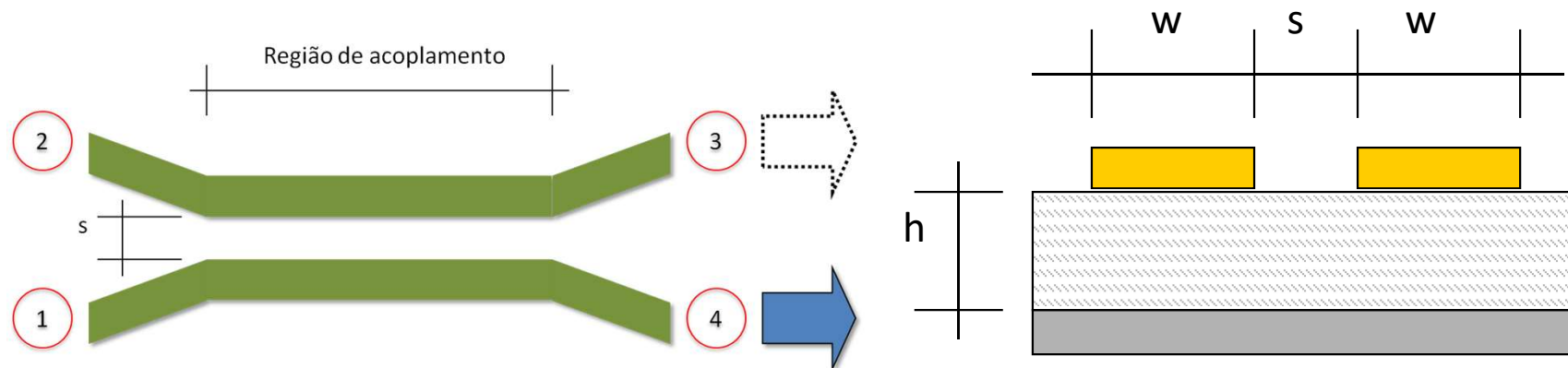
Parâmetros dos acopladores-2

- ✓ $C=V_2/V_1$: fração da tensão transferida da porta 1 para a porta 2
- ✓ $T=V_4/V_1$: transmissão direta da porta 1 para a porta 4
- ✓ $D=V_3/V_2$: medida do acoplamento indesejado entre as portas 3 e 4
- ✓ $I=V_3/V_1$: grau de isolamento entre as portas 1 e 3



Informações a partir do projeto

- ✓ Largura das microfita
- ✓ Separação entre as linhas acopladas
- ✓ Comprimento da região de acoplamento



Coeficiente de acoplamento e impedância

$$k' = 20 \log \left| \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \right| \quad \text{dB} \quad \text{Coeficiente de acoplamento}$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}} \quad \text{ohms} \quad \text{Relação entre as impedâncias}$$

$$Z_{0e} \approx Z_0 \sqrt{\frac{1 + 10^{k'/20}}{1 - 10^{k'/20}}} \quad \text{ohms} \quad \text{Impedância característica modo par}$$

$$Z_{0o} \approx Z_0 \sqrt{\frac{1 - 10^{k'/20}}{1 + 10^{k'/20}}} \quad \text{ohms} \quad \text{Impedância característica modo ímpar}$$

Região de acoplamento

$$\lambda_{go} = \frac{v_{po}}{f} \quad \lambda_{ge} = \frac{v_{pe}}{f} \quad \text{Comprimentos de onda para os modos par e ímpar}$$

$$\lambda_{ge} \approx \frac{300}{F} \frac{Z_{0e}}{Z_{01e}} \quad \text{mm} \quad \lambda_{go} \approx \frac{300}{F} \frac{Z_{0o}}{Z_{01o}} \quad \text{mm}$$

Z_{0e} e Z_{0o} : impedâncias características modos par e ímpar

Z_{01e} e Z_{01o} : impedâncias características modos par e ímpar para $\epsilon_r=1$
(obtidos das curvas de Bryant e Weiss)

F : frequência em GHz

$$\ell = (2n - 1) \frac{\lambda_{gm}}{4} \quad \begin{array}{l} n: \text{inteiro ímpar;} \\ \lambda_{gm}: \text{valor médio entre } \lambda_{ge} \text{ e } \lambda_{go} \end{array}$$

Simulação

<https://www.youtube.com/watch?v=bVHB034Tmlc>