

**Problema 3**

Continuando com o Problema 1. Retirando as observações suspeitas 212,50% e 367,10%, pede-se obter a reta de regressão linear das rentabilidades das ações PN em função das ações ON.

R:  $PN = 25,0771 + 0,1162 \times ON$

**Problema 4**

Continuando com o Problema 3. Considerando um nível de significância igual a 0,05, pede-se verificar se a regressão deve ser aceita aplicando a distribuição F.  
R: Rejeitar regressão linear.

**Problema 5**

O gerente de vendas está sempre insistindo com os vendedores que *a venda dos seus produtos tem forte relação com as visitas realizadas pelos vendedores aos seus clientes*. A empresa tem 11 vendedores e, como regra, eles visitam seus clientes uma vez por mês. Para tentar confirmar a *crença* do gerente de vendas foi realizado o levantamento das visitas realizadas e as vendas de cada vendedor durante o mês passado. Esses dados estão registrados na tabela seguinte. Pede-se encontrar a reta de regressão das vendas em função das visitas.

	Contatos Mensais	Produtos Vendidos
Samuel	42	140
Ricardo	105	330
Suely	66	190
Manoel	87	350
Ivany	50	110
Rafaela	55	135
Carlos	51	140
João	60	235
Susana	40	70
Marcos	87	320
Andrea	78	220

R:  $a = -72,2062$  e  $b = 4,2084$

**Problema 6**

Continuando com o Problema 5, pede-se calcular o coeficiente de determinação e o erro padrão da estimativa.

R:  $r^2 = 0,8555$  e  $S_e = 38,3871$

**Problema 7**

Continuando com o Problema 5. Considerando um nível de significância igual a 0,05, pede-se verificar se a regressão deve ser aceita aplicando a distribuição F.

R: Aceitar regressão linear.

**Problema 8**

Refazer os Problemas anteriores usando a ferramenta de análise Regressão.

## CAPÍTULO 17

# LINHA DE TENDÊNCIA

*Linha de tendência* é um comando disponível no Excel. Esse comando é muito útil para construir regressões lineares e outros tipos de curvas de ajustes. É possível adicionar linhas de tendência em *gráficos de barras, de colunas, linhas e de dispersão*. Para compreender este comando é necessário analisar modelos que se convertem em *regressões lineares* mediante transformação com logaritmos.

### TRANSFORMAÇÕES DE VARIÁVEIS

No Capítulo 16 foi apresentada a regressão linear simples que ajusta a reta  $\hat{y} = a + bx$  a partir de um grupo de observações de duas séries  $x$  e  $y$ . Como muitos processos econômicos são mais bem explicados com funções matemáticas não lineares, foram desenvolvidos modelos que se tornam lineares após a transformação de suas variáveis com logaritmos<sup>1</sup>, como pode-se ver na tabela da Figura 17.1.

Tipo	Equação	Transformação	Variável x	Variável y
Linear	$\hat{y} = a + bx$	$\hat{y} = a + bx$	$x$	$y$
Exponencial	$\hat{y} = a \cdot e^{bx}$	$\ln \hat{y} = \ln a + bx$	$x$	$\ln y$
Logarítmica	$\hat{y} = a + b \cdot \ln x$	$\hat{y} = a + b \cdot \ln x$	$\ln x$	$y$
Potência	$\hat{y} = a \cdot x^b$	$\ln \hat{y} = \ln a + b \cdot \ln x$	$\ln x$	$\ln y$

Figura 17.1 • Transformações que geram retas

<sup>1</sup> Nas fórmulas foi aplicado o logaritmo natural; contudo, o logaritmo pode ser em qualquer base. O importante é aplicar corretamente as propriedades dos logaritmos.

A tabela da Figura 17.1 registra as funções matemáticas e as transformações das observações  $x$  e  $y$ . Perceba o leitor que as duas últimas colunas da tabela da Figura 17.1 mostram as 4 possíveis transformações das observações  $x$  e  $y$  com logaritmos; isto é, são esgotadas as possíveis combinações de logaritmos com duas variáveis. A partir dessas transformações, vamos apresentar o procedimento que deve ser seguido em cada ajuste de curva.

### Função Exponencial

Para transformar a função exponencial  $\hat{y} = a \cdot e^{bx}$  na função linear  $\ln \hat{y} = \ln a + bx$  e obter os resultados desejados, devemos:

1. Transformar as observações  $y_i$  em  $\ln y_i$ .
2. Calcular os coeficientes da reta de regressão denominados como: *intercepto*  $h$  e *declividade*  $k$ , e o coeficiente de determinação  $r^2$ .
3. Calcular os coeficientes  $a$  e  $b$ , fazendo:
  - Como o intercepto da reta da transformação exponencial é  $\ln a$ , para calcular o coeficiente  $a$  devemos fazer  $a = e^h$
  - $b = k$

### Função Logarítmica

Para transformar a função logarítmica  $\hat{y} = a + b \cdot \ln x$  na função linear  $\hat{y} = a + b \cdot \ln x$  e obter os resultados desejados, devemos:

1. Transformar as observações  $x_i$  em  $\ln x_i$ .
2. Calcular os coeficientes da reta de regressão denominados como: *intercepto*  $h$  e *declividade*  $k$ , e o coeficiente de determinação  $r^2$ .
3. Calcular os coeficientes  $a$  e  $b$ , fazendo:
  - $a = h$
  - $b = k$

### Função Potência

Para transformar a função potência  $\hat{y} = a \cdot x^b$  na função linear  $\ln \hat{y} = \ln a + b \cdot \ln x$  e obter os resultados desejados, devemos:

1. Transformar as observações  $x_i$  em  $\ln x_i$ , e as observações  $y_i$  em  $\ln y_i$ .
2. Calcular os coeficientes da reta de regressão denominados como: *intercepto*  $h$  e *declividade*  $k$ , e o coeficiente de determinação  $r^2$ .
3. Calcular os coeficientes  $a$  e  $b$ , fazendo:
  - Como o intercepto da reta da transformação exponencial é  $\ln a$ , para calcular o coeficiente  $a$  devemos fazer  $a = e^h$
  - $b = k$ .

Para mostrar como aplicar as transformações apresentadas, vamos resolver o Exemplo 16.1 do Capítulo 16, cujo enunciado repetimos como Exemplo 17.1.

### Exemplo 17.1

O departamento de vendas da rede de varejo relacionou as vendas anuais em milhões, denominada como *variável dependente*  $y$ , com o investimento anual em propaganda em milhões denominada como *variável independente*  $x$ , cujos valores estão registrados na tabela seguinte. Pede-se obter as expressões dos quatro modelos de ajuste usando transformações com logaritmos.

x	30	21	35	42	37	20	8	17	35	25
y	430	335	520	490	470	210	195	270	400	480

**Solução.** Primeiro preparamos as tabelas com as observações  $x_i$  e  $y_i$  de cada função transformada, conforme apresentado na tabela seguinte, e registrado na planilha Exemplo 17.1 incluída na pasta CAP\_17.

Linear		Exponencial		Logarítmica		Potência	
x	y	x	ln y	ln x	y	ln x	ln y
30	430	30	6,06	3,40	430	3,40	6,06
21	335	21	5,81	3,04	335	3,04	5,81
35	520	35	6,25	3,56	520	3,56	6,25
42	490	42	6,19	3,74	490	3,74	6,19
37	470	37	6,15	3,61	470	3,61	6,15
20	210	20	5,35	3,00	210	3,00	5,35
8	195	8	5,27	2,08	195	2,08	5,27
17	270	17	5,60	2,83	270	2,83	5,60
35	400	35	5,99	3,56	400	3,56	5,99
25	480	25	6,17	3,22	480	3,22	6,17

Depois, aplicando as funções estatísticas da regressão linear INTERCEPÇÃO, INCLINAÇÃO e RQUAD, obtemos o *intercepto*  $h$ , a *declividade*  $k$ , e o coeficiente de determinação  $r^2$  da reta de regressão, a partir dos quais obtemos os valores dos coeficientes de regressão  $a$  e  $b$  de cada função matemática. Os resultados estão registrados na tabela seguinte

	Linear	Exponencial	Logarítmica	Potência
Intercepto $h$	117,0702	5,0922	-279,2801	3,8569
Declividade $k$	9,7381	0,0294	205,8175	0,6336
Coefficiente $a$	117,0702	162,7431	-279,2801	47,3165
Coefficiente $b$	9,7381	0,0294	205,8175	0,6336
$r^2$	0,7385	0,7411	0,7195	0,7501

Substituindo os coeficientes de regressão nas respectivas funções matemáticas obtemos as equações das curvas ajustadas.

- Função Linear:  $\hat{y} = a + bx = 117,0702 + 9,7381 \times x$
- Função Exponencial:  $\hat{y} = a \times e^{bx} = 162,7431 \times e^{0,0294x}$
- Função Logarítmica:  $\hat{y} = a + b \times \ln x = -279,2801 + 205,8175 \times \ln x$
- Função Potência:  $\hat{y} = a \times x^b = 47,3165 \times x^{0,6336}$

Qual dessas curvas deve ser escolhida? Se as premissas da regressão linear forem atendidas pelas quatro transformações, deve-se escolher a curva que apresentar maior coeficiente de determinação. No exemplo que estamos desenvolvendo, a regressão que melhor explica é a *potência*, que tem o maior coeficiente de determinação das quatro regressões estudadas.

## USANDO O EXCEL

O Exemplo 17.1 foi resolvido usando os recursos naturais do Excel, funções estatísticas e fórmulas. O Excel dispõe do comando *linha de tendência*<sup>2</sup> dentro do ambiente de gráficos. Em qualquer gráfico de barras horizontais, colunas, de linhas ou de dispersão *xy* pode ser ajustada uma curva de forma automática usando o comando *linha de tendência*. A *linha de tendência* não está habilitado para ser aplicado nos restantes gráficos não mencionados.

Continuando com o Exemplo 17.1, o primeiro passo para usar o comando *linha de tendência* é desenhar um gráfico da série de dados *xy*. Escolhemos o gráfico tipo *dispersão* construído na planilha *Linha de Tendência* incluída na pasta *CAP\_17* e apresentada na Figura 17.2. Perceba o leitor que no gráfico da Figura 17.2 não incluímos nenhum título nem legenda, ajustando o gráfico para ocupar todo o espaço disponível e facilitar a construção da *linha de tendência*.

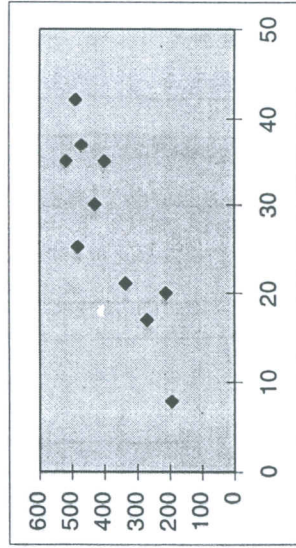


Figura 17.2 • Gráfico de dispersão do Exemplo 17.1

O procedimento para construir a linha de tendência é o seguinte:

<sup>2</sup> Em inglês, o comando Linha de Tendência é *Trendline*.

- Clicando duas vezes dentro do gráfico construído ativamos os comandos do ambiente gráfico.
- Depois selecionamos a trajetória dos pontos do gráfico, clicando uma vez num dos pontos do gráfico. Os pontos do gráfico mudarão de cor.
- Abrimos o menu **Inserir** e escolhemos **Linha de Tendência** recebendo a caixa de diálogo da Figura 17.3.

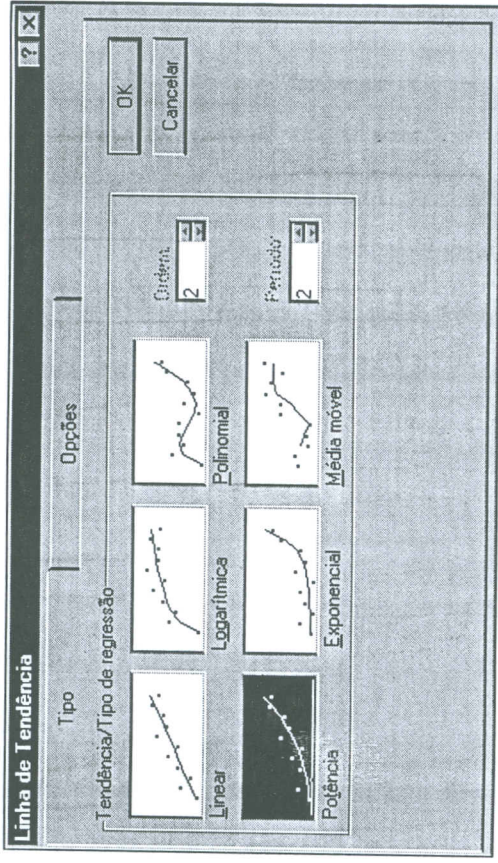


Figura 17.3 • Caixa de diálogo do comando Linha de Tendência, Tipo

A caixa de diálogo do comando *linha de tendência* tem duas partes: **Tipo** e **Opções**. No quadro **Tendência/Tipo de regressão** de **Tipo**, selecionamos, ou mudamos, o tipo de curva de ajuste escolhendo diretamente no desenho da curva desejada. Existem 6 tipos, cinco de curvas de ajuste e uma curva de média móvel. Os significados das alternativas são os seguintes:

- **Linear**: é a reta de regressão linear simples.
- **Logarítmica**: é a função logarítmica apresentada.
- **Exponencial**: é a função exponencial apresentada.
- **Potência**: é a função potência apresentada.
- **Polinomial**: é um polinômio de grau variável, de a 6, escolhido pelo usuário.
- **Média móvel**: é uma curva de média móvel, onde o usuário define o número de elementos da série para calcular a média móvel.

Para dar continuidade com o Exemplo 17.1, escolhemos o tipo **Potência**. A seguir, abrimos a folha **Opções** da caixa de diálogo e completamos as informações necessárias para completar a construção da *linha de tendência*, Figura 17.4. Os significados das alternativas são os seguintes:

- **Linha de Tendência**: escolhemos um nome para ser incluído no gráfico.
- Escolhendo **Automática**, o Excel dá um nome à curva de ajuste baseado no tipo de curva selecionada e a série associada com ela.

- **Personalizar:** podemos registrar um nome com até 256 caracteres. Neste caso registramos Exemplo 17.1.
- **Previsão:** além de construir a *linha de tendência* no intervalo dos pontos desenhados no gráfico, esta alternativa permite construir mais pontos antes e depois desse intervalo. Esta alternativa está disponível somente para as curvas de ajustes de regressão; não se aplica para o ajuste da média móvel.
- **Prospectiva:** informamos o número de períodos, ou unidades para o gráfico de dispersão  $xy$ , que o comando *linha de tendência* projetará para o futuro<sup>3</sup>.
- **Retrospectiva:** equivalente a **Prospectiva**, porém para o passado.

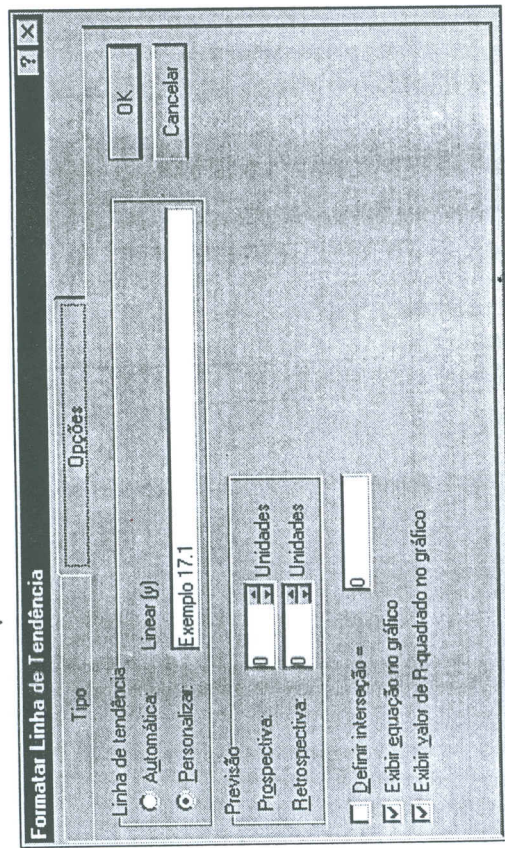


Figura 17.4 • Caixa de diálogo do comando Linha de Tendência, Opções

- **Definir interseção:** podemos definir o ponto onde a curva ajustada deve cortar o eixo  $y$ . Está disponível, apenas, para alguns tipos de regressão.
- **Exibir equação no gráfico:** exibe a equação da reta ajustada no gráfico.
- **Exibir valor de R-quadrado no gráfico:** exibe o valor do coeficiente de determinação no gráfico.

Finalmente, a Figura 17.4 apresenta as escolhas realizadas na folha Opções da caixa de diálogo do comando *linha de tendência*. Após pressionar o botão OK, o Excel constrói a curva ajustada e registra no mesmo quadro sua equação e coeficiente de determinação. Esses valores estão registrados em um bloco que pode ser mudado de posição, como foi feito na Figura 17.5. Sugerimos que o leitor verifique os valores das outras curvas ajuste obtidas na primeira parte deste capítulo com *linha de tendência*. Finalizando, no lugar de incluir o gráfico numa planilha de cálculo, poderia ser incluído numa *folha de gráfico*, incorporando essa folha na pasta.

<sup>3</sup> No caso de regressão linear, recomenda-se que a projeção de valores da variável dependente seja limitada dentro da faixa dos valores observados  $x$  e  $y$ .

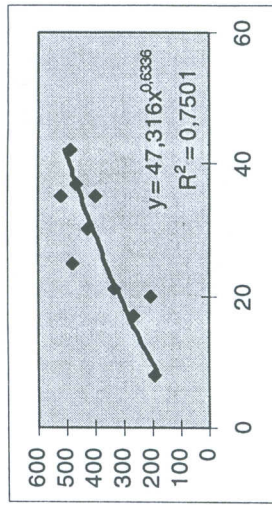


Figura 17.5 • Construção da curva ajustada potência, Exemplo 17.1

- Após ter construído uma linha de tendência, é possível modificar suas definições:
- Os **Padrões** da linha: o estilo, a espessura ou a cor da linha de tendência.
  - O **Tipo e Opções** de regressão, exponencial, potência, etc.
- Para modificar as definições da linha de tendência, devemos proceder como segue:
- Se o gráfico estiver na planilha, clicando duas vezes dentro do gráfico construído ativamos os comandos do ambiente gráfico. Se o gráfico estiver numa planilha separada, devemos clicar sobre a guia da planilha do gráfico.
  - Depois, selecionamos a linha de tendência e clicamos duas vezes sobre a linha. O Excel apresentará a caixa de diálogo **Formatar Linha de Tendência**, Figura 17.6. Esta caixa de diálogo é igual à caixa de diálogo da *linha de tendência* das Figuras 17.3 e 17.4 mais **Padrões** onde é possível alterar o estilo, a espessura e a cor da linha de tendência, bem como mudar o **Tipo** de regressão e/ou aumentar os pontos de **Previsão**, informando o número de pontos para o futuro, **Prospectiva**, ou para o passado, **Retrospectiva**. Como exemplo, na Figura 17.6 mostramos modificações no estilo e na espessura da linha, Figura 17.7, mudando também o tipo de regressão, de potência para linear.

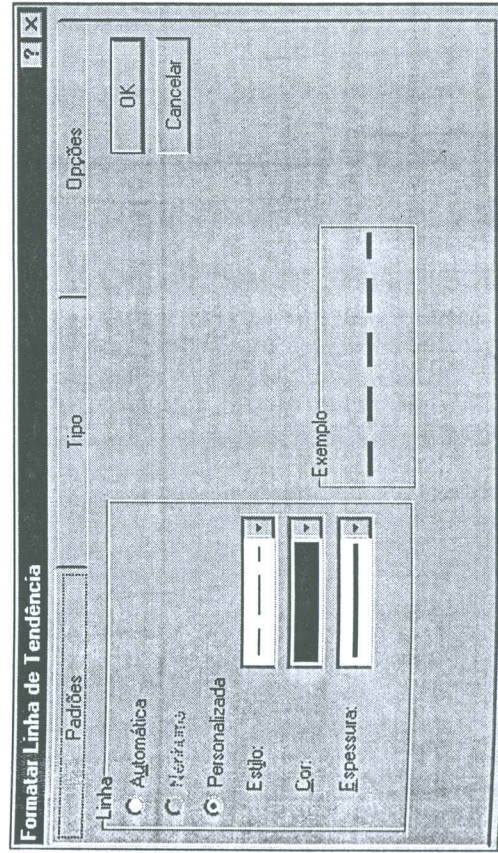


Figura 17.6 • Caixa de diálogo de Formatação da Linha de Tendência

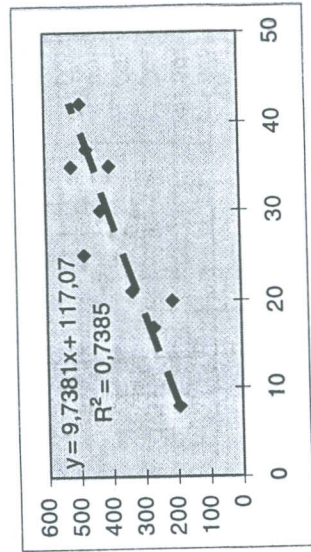


Figura 17.7 • Linha de Tendência do Exemplo 17.1, regressão linear

A Figura 17.8, mostra os gráficos das linhas de tendências da regressão exponencial e da regressão logarítmica, com o estilo e a espessura inicial da linha.

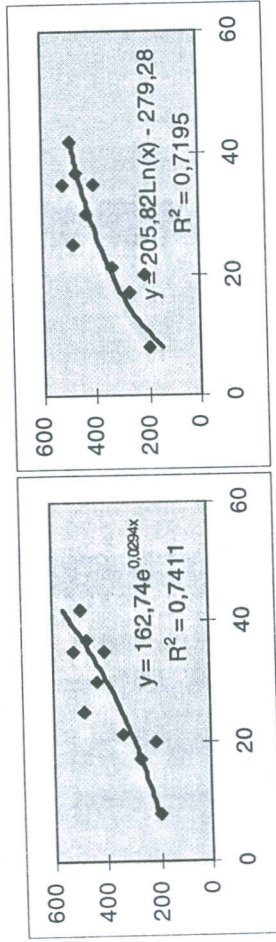


Figura 17.8 • Linha de Tendência, completando as regressões do Exemplo 17.1

Finalizando, o comando *linha de tendência* tem a alternativa **Polinomial** para ajuste com polinômios de 2 até 6 graus, assunto que não será tratado neste livro.

## ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS

Os dados ou observações de uma *série temporal*, variável dependente  $y$ , são medidos sequencialmente no tempo, denominando como  $y_t$  ao valor da observação no tempo  $t$ , variável independente. O objetivo é projetar o valor  $\hat{y}_{t+1}$  a partir do conhecimento dos valores observados  $y$  até o tempo  $t$ . Existem muitos modelos de projeção, dos quais apresentaremos os que tem solução no Excel.

O *modelo simples*<sup>4</sup> considera que o valor do próximo período  $t+1$  é igual ao do período anterior  $t$ ; isto é,  $\hat{y}_{t+1} = y_t$ . Embora seja fácil de calcular, o modelo simples não leva em consideração nenhuma possível relação entre os valores da variável  $y$ , por

exemplo, alguma *tendência*. Por este motivo, pode-se melhorar esse modelo considerando que projeção do próximo período  $t+1$  é igual a  $\hat{y}_{t+1} = y_t + (y_t - y_{t-1})$ . A planilha **Modelo Simples** incluída na pasta CAP\_17 registra os dois tipos de projeções com os dados do Exemplo 17.2, apresentado mais adiante.

A técnica seguinte seria projetar  $\hat{y}_{t+1}$  a partir da média de todas as observações até o tempo  $t$ , como apresentado na planilha **Projeção pela Média**. Quando temos muitos dados, e necessitamos de atualizações frequentes, ou quando apenas os últimos dados são relevantes, este modelo pode não ser prático. Os modelos mais apropriados são os pertencentes às técnicas de *alisamento*, dos quais trataremos apenas de dois deles: *média móvel* e *alisamento exponencial*.

## MODELO DA MÉDIA MÓVEL

Neste modelo, a projeção  $y_{t+1}$  é obtida com a fórmula  $\hat{y}_{t+1} = \frac{1}{k} \times \sum_{i=t-k+1}^t y_i$ . Isto é, o resultado da média das  $k$  últimas observações  $t, t-1, t-2, \dots, t-k+1$ . Em todas as projeções o valor de  $k$  é constante; por exemplo, 3 meses, 4 meses, etc.

### Exemplo 17.2

A tabela seguinte apresenta as vendas da empresa, em milhares, dos últimos 12 meses. Pedese projetar as vendas da empresa pelo modelo da média móvel com  $k=3$  e 6 meses.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vendas	295	305	316	298	305	310	316	306	301	295	312	308

**Solução.** A partir dos valores observados, a primeira projeção de vendas com média móvel  $k=3$  será em  $t=4$ . Para obter esse valor, registramos a fórmula =MÉDIA(C4:C6) na célula D7 da planilha **Média Móvel** incluída na pasta CAP\_17. Depois copiamos esta fórmula até a célula D15. Na coluna E, projetamos a média móvel com  $k=6$ , registrando a fórmula =MÉDIA(C4:C9) na célula E10, e depois copiada até a célula E15. Os resultados estão na Figura 17.9.

No Exemplo 17.2, projetamos as vendas da empresa pelo modelo da média móvel com  $k=3$  e 6 meses. Qual das duas projeções é melhor? Devemos escolher a projeção cujo valor de  $k$  apresentar menor erro de projeção.

Para realizar projeções aplicando o *modelo da média móvel*, o Excel dispõe:

- Dos recursos naturais da planilha, como foi apresentado acima.
- Da ferramenta de análise *Média Móvel*.
- Do comando *Linha de Tendência* apresentado no início deste capítulo.

<sup>4</sup> Em inglês, denominado como *Naive model*.

## FERRAMENTA DE ANÁLISE MÉDIA MÓVEL

A ferramenta *Média Móvel*<sup>5</sup> realiza a projeções pelo *modelo de média móvel*. Para compreender seu uso, vamos resolver o Exemplo 17.2 com essa ferramenta, conforme registrado na planilha *Média Móvel* a partir da célula G5. Começamos por abrir o menu **Ferramentas** na versão 7 do Excel, ou **Utilitários** na versão 5 em português, onde escolhemos **Analisar Dados**. Recebemos a caixa de diálogo com todas as ferramentas de análise disponíveis; escolhemos *Média Móvel*, recebendo em seqüência a caixa de diálogo desta ferramenta, Figura 17.9. As informações necessárias são as seguintes:

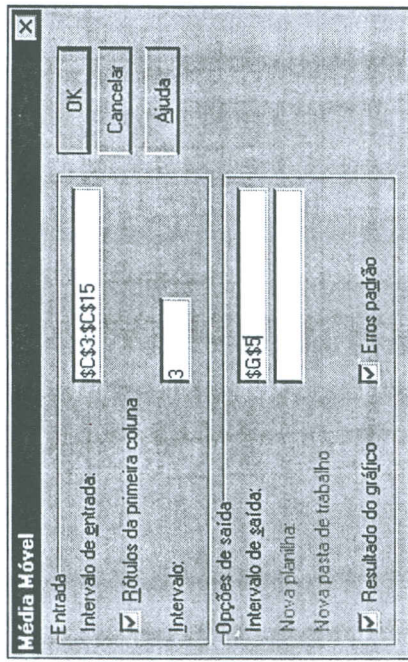


Figura 17.9 • Caixa de diálogo da ferramenta Média Móvel

- **Intervalo de entrada:** Informamos o intervalo da série de observações  $y$ , incluindo seu título.
- **Rótulos da primeira coluna:** Selecionamos este item, pois o intervalo da série inclui o nome da série.
- **Intervalo:** Informamos o valor de  $k$ ; no nosso caso o valor 3.
- **Intervalo de saída:** Informamos o endereço da célula inicial onde a ferramenta de análise apresentará os resultados; célula G5 neste caso.
- **Resultado do gráfico:** Selecionamos este item quando queremos que a ferramenta construa o gráfico dos valores observados e das projeções.
- **Erros padrão:** Escolhendo esta alternativa, o Excel calcula o desvio da projeção baseado na média dos  $k$  desvios ao quadrado, aplicando a fórmula:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=t-k+1}^t (y_i - \hat{y}_i)^2}{k}}$$

<sup>5</sup> Em inglês, a ferramenta de análise Média Móvel é *Moving Average*.

Finalmente, pressionando o botão **OK**, recebemos os resultados registrados na planilha *Média Móvel* e o gráfico, Figuras 17.10 e 17.11. Para calcular a soma dos quadrados das diferenças, a ferramenta aplica a função matemática *SOMAXMY2*<sup>6</sup>.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	MÉDIA MÓVEL							
2								
3	Projeção				Ferramenta de Análise			
4	t	Vendas	k=3	k=6				
5	1	295						
6	2	305						
7	3	316						
8	4	298	305,33		305,33333			
9	5	305	306,33		306,33333			
10	6	310	306,33		306,33333 7,8528127			
11	7	316	304,83	304,83	304,83			
12	8	306	310,33	308,33	308,33 5,868939			
13	9	301	310,67	308,50	310,33333 4,6904158			
14	10	295	307,67	306,00	310,66667 5,3541261			
15	11	312	300,67	305,50	307,66667 5,725188			
16	12	308	302,67	306,67	300,66667 5,725188			
17					302,66667 7,3861733			
					305 6,5376403			

Figura 17.10 • Resultados do Exemplo 17.2 com a ferramenta Média Móvel

Perceba o leitor que a ferramenta *Média Móvel* registrou fórmulas nas células da planilha, de forma que se forem mudados os valores da série de dados, os valores das projeções e do erro serão automaticamente recalculados sem necessidade de ativar novamente a ferramenta *Média Móvel*. Analisando as fórmulas usadas para calcular o *erro padrão* pode-se ver que não estão corretas. Os resultados corretos foram adicionados na coluna I, entre as células I9 e I16.

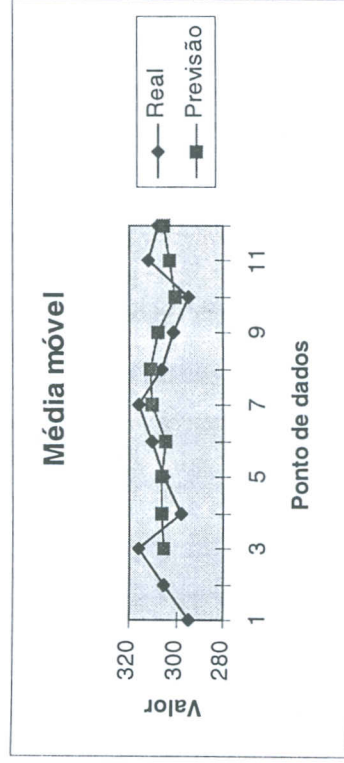


Figura 17.11 • Gráfico do Exemplo 17.2 com a ferramenta Média Móvel

A Figura 17.11 apresenta o gráfico construído pela ferramenta *Média Móvel*. O leitor perceberá que o gráfico de projeção começa no tempo 3, quando deveria ser no

<sup>6</sup> Em inglês, a função *SOMAXMY2* é *SUMXMY2*.

tempo 4. A construção das projeções com o comando *Linha de Tendência* deixamos por conta do leitor; como ajuda, na planilha *Média Móvel* foi construído o gráfico. O modelo de *média móvel*, embora seja fácil de aplicar, requer que seja armazenada uma quantidade considerável de dados. Ao mesmo tempo, todas as observações têm o mesmo peso no cálculo da média móvel. Muitas vezes, as últimas observações são mais relevantes que as anteriores. O modelo de *alisamento exponencial* tenta resolver essas duas desvantagens apontadas no modelo da média móvel.

## MODELO DE ALISAMENTO EXPONENCIAL

No modelo de *alisamento exponencial*, a projeção de  $y_{t+1}$  é obtida com a expressão  $\hat{y}_{t+1} = \alpha y_t + (1 - \alpha)\hat{y}_t$ . Essa expressão, é a média ponderada da observação  $y_t$  e da projeção  $\hat{y}_t$ , sendo  $\alpha$  a *constante de alisamento* com valores entre 0 e 1. Para compreender melhor a forma de operar o alisamento exponencial, vejamos algumas características da expressão matemática:

- O primeiro valor projetado repete o valor anterior observado.
- A expressão da projeção pode-se reordenar como  $\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t + \alpha(y_t - \hat{y}_t)$ . Ou seja, a projeção na data  $t+1$  é igual à projeção na data  $t$  mais uma parte ( $0 < \alpha < 1$ ) do erro da projeção na data  $t$ , diferença entre o valor observado e o valor projetado.
- A projeção  $y_{t+2}$  é obtida pela expressão,  $\hat{y}_{t+2} = \alpha y_{t+1} + (1 - \alpha)\hat{y}_{t+1}$ . Substituindo a projeção  $y_{t+1}$  nessa expressão,  $\hat{y}_{t+2} = \alpha y_{t+1} + (1 - \alpha) \times (\alpha y_t + (1 - \alpha)\hat{y}_t)$ , de onde surge o nome exponencial.

### Exemplo 17.3

Continuando com o Exemplo 17.2, pede-se projetar as vendas da empresa pelo modelo de alisamento exponencial, considerando  $\alpha=0,10$ .

**Solução.** A partir dos valores observados:

Em  $t=1$  não é possível realizar nenhuma projeção. Em  $t=2$ , repetimos o valor observado em  $t=1$ . A primeira projeção de vendas com alisamento exponencial  $\alpha=0,1$  será em  $t=3$ . Para obter esse valor, registramos a fórmula  $=\$D\$3*C6+(1-\$D\$3)*D6$ , na célula D7 da planilha *Alisamento Exponencial* incluída na pasta CAP\_17. No endereço  $\$D\$3$  registramos o valor do coeficiente de alisamento exponencial  $\alpha=0,10$ . Depois copiamos esta fórmula até a célula G16, conforme apresentado na Figura 17.11.

## FERRAMENTA DE ANÁLISE AJUSTE EXPONENCIAL

A ferramenta de análise *Ajuste Exponencial*<sup>7</sup> realiza a projeções pelo *modelo de alisamento exponencial*. Para compreender seu uso, vamos resolver o Exemplo 17.3 com

essa ferramenta, conforme registrado na planilha *Alisamento Exponencial* a partir da célula G5. Começamos por abrir o menu *Ferramentas* na versão 7 do Excel, ou Utilitários na versão 5 em português, onde escolhemos *Analisar Dados*. Recebemos a caixa de diálogo com todas as ferramentas de análise disponíveis; escolhemos *Ajuste Exponencial*, recebendo em sequência a caixa de diálogo desta ferramenta, Figura 17.12. As informações necessárias são as seguintes:

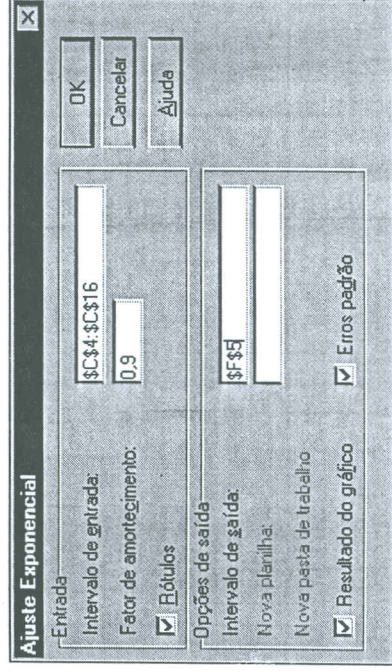


Figura 17.12 • Caixa de diálogo da ferramenta Ajuste Exponencial

- **Intervalo de entrada:** Informamos o intervalo da série de observações  $y$ , incluindo seu título.
- **Fator de amortecimento:** O valor do *fator de amortecimento* é igual a 1 menos o *fator de alisamento*  $\alpha$ ; neste exemplo, informamos o valor 0,9.
- **Rótulos:** Selecionamos este item pois o intervalo da série inclui o nome da série.
- **Intervalo de saída:** Informamos o endereço da célula inicial onde a ferramenta de análise apresentará os resultados; célula G5 neste caso.
- **Resultado do gráfico:** Selecionamos este item quando queremos que a ferramenta construa o gráfico dos valores observados e das projeções.
- **Erros padrão:** Escolhendo esta alternativa, o Excel calcula o desvio da projeção baseado na média de 3 desvios ao quadrado, aplicando a fórmula:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=f-3+1}^t (y_i - \hat{y}_i)^2}{3}}$$

Finalmente, pressionando o botão **OK**, recebemos os resultados registrados na planilha *Alisamento Exponencial* e o gráfico, Figuras 17.13 e 17.14. Para calcular a soma dos quadrados das diferenças, a ferramenta aplica a função matemática SOMAXMY2. Perceba o leitor que a ferramenta *Ajuste Exponencial* registrou fórmulas nas células da planilha, de forma que se forem mudados os valores da série

<sup>7</sup> Em inglês, a ferramenta de análise Exponencial é *Exponential Smoothing*.