IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova REC** Nome:______________________

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A tentativa de violação de qualquer uma das regras abaixo anulará o exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o telefone.

---

1. As afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas? Justifique as falsas. Um item errado desta questão anula um certo.

   (a) Massa gravitacional é igual à massa inercial, fato que decorre da teoria da gravitação universal de Newton. A. Certo **B. Errado** [5]

   Resposta:
   A equivalência não decorre da teoria, mas dos experimentos de Galileo.

   (b) A unidade de torque é Nm, a mesma que a de trabalho. **A. Certo** B. Errado [5]

   Resposta:

   (c) Dois corpos com a mesma massa e a mesma densidade, mesmo que tenham formatos diferentes, tem momentos de inércia iguais. A. Certo **B. Errado** [5]

   Resposta:
   Momento de inércia depende do produto entre a massa e a distância até o eixo de rotação. Portanto quando muda a forma, o momento de inércia muda.

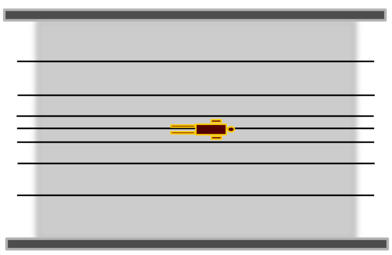
   (d) A velocidade angular é um vetor paralelo ao plano de rotação e tem unidade de s^{-1}. A. Certo **B. Errado** [5]

   Resposta:
   Não é paralelo, é perpendicular.

   (e) A equação de Navier–Stokes foi deduzida partindo–se da conservação de massa e da equação constitutiva dos fluidos Newtonianos. A. Certo **B. Errado** [5]

   Resposta:
   Conservação de momentum (eq. de Cauchy) em vez de massa seria correto.

2. Num canal muito longo, o fluxo é independente do tempo e indicado pelas linhas de corrente desenhadas na figura a abaixo. A diferença no valor da função de corrente entre linhas consecutivas é constante. O Homem de Ferro voa 10 m acima da água com velocidade idêntica à do fluxo diretamente abaixo dele.



   (a) Esse fluxo é invíscido? Justifique sua resposta, baseando-se nas linhas de corrente. [5]

   (b) Num outro gráfico desenhe as linhas de corrente no referencial do observador voador. [5]

   (c) Desenhe os vetores velocidade em relação às margens numa seção perpendicular ao curso do rio. [5]

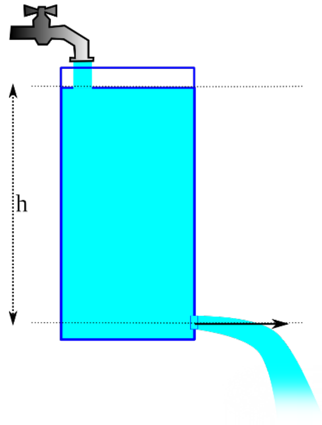
Resposta:

(a) Não, as linhas de corrente estão mais separadas perto da margem, logo a velocidade é menor e indica viscosidade.
(b) O gráfico deve ficar em branco sob o observador pois o fluxo é estacionário em relação ao Homem de Ferro. As linhas devem ficar mais próximas junto às margens pois a velocidade é maior, no referencial de Tony Stark.
(c) Os vetores devem crescer em direção ao centro, são paralelos às margens e apontam para a direita.

3. Uma caixa d'água possui um orifício em sua parte inferior como mostra a figura ao lado. $\boxed{10}$
Uma torneira na parte superior lança água nesta caixa com o mesmo fluxo que a água sai pelo orifício, mantendo o nível h da caixa constante. Usando a equação de Bernoulli:

$$\frac{\rho u^2}{2} + \rho g z + p = B.$$

calcule a velocidade com que a água sai pelo orifício inferior.



Resposta:

A pressão é a mesma (atmosférica) no topo e no furo e a velocidade é zero no topo, portanto

$$\frac{\rho u^2}{2} = \rho g h \quad \Rightarrow \quad u = \sqrt{2gh}$$

4. Supondo a mesma notação adotada no curso, na equação 1 considere um fluxo de água no planeta Terra com: $\boxed{15}$

- escala de velocidade horizontal de 1 m.s^{-1} e vertical de 0.1 m.dia^{-1};
- escala de tempo para que a velocidade horizontal mude significativamente de 2.5 dias e para a vertical, 2 semanas;
- escala de distância para que a velocidade horizontal mude significativamente de 200 km e para a vertical, 50 km;
- gravidade aparente constante e vertical de 10 m.s^{-2};
- coeficiente de viscosidade cinemática turbulenta de 10^{-3} m^2.s^{-1};

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\vec{\nabla}^2\vec{u} + (g_n + \Omega^2\vec{R}) - 2\vec{\Omega}\times\vec{u}. \tag{1}$$

Use os valores dados, retenha os termos dominantes e responda: Qual o valor (ordem de grandeza e unidades) aproximado do gradiente horizontal de pressão?

Resposta:

Vamos trabalhar no SI. As acelerações verticais não importam. Das horizontais, vejamos qual é o termo dominante:

$\frac{D\vec{u}}{Dt}$ é da forma $\dfrac{\partial u}{\partial t} + u\dfrac{\partial u}{\partial x}$. $\quad \dfrac{\partial u}{\partial t} \rightsquigarrow \dfrac{1}{2.5 \times 86400} = 5 \times 10^{-6} \quad u\dfrac{\partial u}{\partial x} \rightsquigarrow \dfrac{1^2}{200000} = 5 \times 10^{-6}$
$\nu \nabla^2 \vec{u} \rightsquigarrow 10^{-3} \dfrac{1}{200000^2} = 2.5 \times 10^{-14} \quad 2\vec{\Omega} \times \vec{u} \rightsquigarrow 2 \times \dfrac{2\pi}{86400} \times 1 = 1.5 \times 10^{-4}$ portanto o termo de Coriolis domina por 1 a 2 ordens de grandeza. Desta forma, para que haja um balanço entre a força de Coriolis e do gradiente de pressão, $\frac{1}{\rho}\vec{\nabla} p \simeq 1.5 \times 10^{-4}$

Para água $\rho = 1000$ portanto $\vec{\nabla} p \simeq \rho 1.5 \times 10^{-4} = 1000 \times 1.5 \times 10^{-4} = 0.15$, a unidade é $N.m^{-2}.m^{-1} = N.m^{-3} = Pa.m^{-1}$

5. O vórtice de Rankine tem duas regiões distintas. Demonstre matematicamente que em uma delas há dissipação viscosa e na outra não. 15
O Laplaciano vetorial em coordenadas cilíndricas pode ser útil:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{V} = \left(\nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right)_{\vec{i_r}} + \left(\nabla^2 u_\theta + \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r^2} \right)_{\vec{i_\theta}} + \left(\nabla^2 u_z \right)_{\vec{i_z}}$$

onde, em coordenadas cilíndricas, $\vec{V} = u_r(r,\theta,z)_{\vec{i_r}} + u_\theta(r,\theta,z)_{\vec{i_\theta}} + u_z(r,\theta,z)_{\vec{i_z}}$ e

$$\nabla^2 E = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial E}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \text{ onde } E = u_r \text{ ou } E = u_\theta \text{ ou } E = u_z.$$

Resposta:

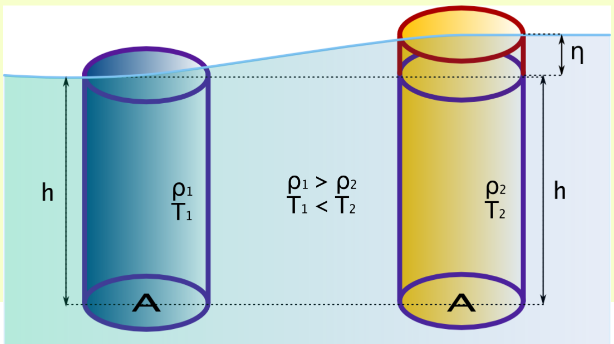
O termo viscoso da equação 1 é da forma $\nu \vec{\nabla}^2 \vec{u}$, onde não há dissipação ele é zero. O vórtice de Rankine é 2D e só u_θ não é zero. por isso todos os termos em u_r e u_z se anulam. Por simetria circular, u_θ só depende de r. Portanto todas as derivadas em θ e z se anulam. Sobra isto:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{V} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) - \frac{u_\theta}{r^2}$$

A região central gira como um corpo sólido, portanto $u_\theta = C_1 r$; a parte externa é irrotacional, portanto $u_\theta = \dfrac{C_2}{r}$. Substituindo-se u_θ na equação acima para os dois casos, vemos que o primeiro, corpo sólido, se anula e o segundo, irrotacional, não.

6. Suponha que o oceano global se aqueceu em média 0.1 °C num dado período. Aquecimento implica em expansão portanto haverá uma diferença na altura da superfície em relação ao passado. É possível medir essa diferença com um satélite altímetrico cuja precisão na medida da anomalia da altura da superfície do mar é 2 cm? Responda sim ou não e justifique a sua resposta. 20
Isto pode ser útil: a profundidade média do oceano é 5 km, o coeficiente de expansão térmica é 69×10^{-6} K^{-1} e a densidade média é 1028 kg.m^{-3}.

Resposta:



Por conservação de massa:

$$Ah\rho_1 = A(h+\eta)\rho_2$$

$$\rho_1 h = \rho_2 h + \rho_2 \eta$$

$$\eta = \frac{h(\rho_1 - \rho_2)}{\rho_2} \simeq -h\frac{\Delta\rho}{\rho}$$

onde $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$ e $\rho = (\rho_2 + \rho_1)/2$.

$\alpha = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial \rho}{\partial T}$ aproximando as diferenciais para diferenças finitas, $\Delta\rho = -\rho\alpha\Delta T$ portanto

$$\eta = -h\frac{-\rho\alpha\Delta T}{\rho} = 5000 \times 69 \times 10^{-6} \times 0.1 = 0.0345\text{m} = 3.45\text{cm}$$

Portanto, podemos monitorar esse aumento na temperatura média do oceano medindo η com satélites. Nota: o valor médio global é 3mm/década.

Questão	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos	25	15	10	15	15	20	100
Nota							