IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova I** Nome:____________________

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A tentativa de violação de qualquer uma das regras abaixo anulará o exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o telefone.

♠

1. Assinale a(s) alternativa(s) correta(s). Uma errada anula uma certa. $\boxed{5}$

   A. A hipótese do contínuo se justifica pois distância entre as moléculas é pequena em comparação ao tamanho delas.

   B. Na difusão de Fick[1] o fluxo de massa vai na direção contrária do divergente da concentração.

   C. O argumento de que o comprimento típico associado ao deslocamento das partículas é muito maior que o espaço percorrido entre duas interações consecutivas justifica a hipótese do contínuo.

   D. Considere um copo d'água com um canudinho de plástico dentro. A diferença de pressão atmosférica dentro e fora do canudinho é equilibrada pela integral de linha da tensão superficial na interface ar–água–plástico.

   E. Considere um dado volume de 1 m^3 de água no oceano como um sistema termodinâmico. Para identificá–lo pintamos a água com corante vermelho. À medida que este volume se desloca notamos que ele se mantém com 1 m^3, mas troca matéria com as águas em volta dele que estão na mesma temperatura. Este sistema pode ser considerado adiabático.

2. Assinale a(s) alternativa(s) correta(s). Uma errada anula uma certa (M=massa, L=distância, T=tempo e Θ=temperatura). $\boxed{5}$

   A. A dimensão de energia é [ML^2T^{-2}].

   B. A dimensão de torque é [ML^2T^{-2}].

   C. A dimensão de tensão de cisalhamento é [MLT^{-2}].

   D. A dimensão de viscosidade dinâmica é [$ML^{-1}T^{-2}$].

   E. A dimensão de calor específico é [$ML^2T^{-2}\Theta^{-1}$].

3. Uma medida Lagrangeana da posição é expressa em termos de quais variáveis independentes? $\boxed{5}$

   Resposta:

   Posição inicial $\vec{x_0}$ e tempo t.

4. Vórtices de mesoescala são corpos d'água com forma aproximada de disco que giram em torno do eixo vertical e se mantém coesos por períodos de semanas a anos. Eles podem ser descritos como sistemas termodinâmicos aproximadamente adiabáticos e fechados. Eles capturam e carregam água para oeste, portanto adicionam energia cinética de rotação e de translação ao referido sistema termodinâmico. Considerando a primeira lei da termodinâmica[2] , o valor de Δe muda? Justifique sua resposta. $\boxed{5}$

[1] Lembre, $\vec{q} = -k\vec{\nabla}C$

[2] $Q + W = \Delta e$ ou $dQ = de + pd\nu$

Resposta:

Não. Δe não inclui energia cinética de rotação e translação do sistema como um todo.

5. Considere uma superfície A que envolve um volume V. Para que a salinidade se conserve, a taxa de aumento de sal dentro de V tem de ser igual ao fluxo de sal para dentro da área A, ou seja: $$\int_V \frac{\partial S}{\partial t} dV = -\int_A S\vec{u}\cdot d\vec{A}.$$ 10

A partir da equação acima obtenha a equação ao lado e responda: qual a interpretação física de $\vec{u}\cdot d\vec{A}$?

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(S\vec{u}) = 0$$

Resposta:

Usando Gauss $\int_A (S\vec{u})\cdot d\vec{A} = \int_V \vec{\nabla}\cdot(S\vec{u})dV$, obtemos $\int_V \frac{\partial S}{\partial t}dV + \int_V \vec{\nabla}\cdot(S\vec{u})d\vec{V} = 0.$

Agrupando, temos $\int_V \left(\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(S\vec{u})\right) d\vec{V} = 0$ Para que o integrando da última expressão se anule para qualquer V é necessário que:

$\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(S\vec{u}) = 0$. $\vec{u}\cdot d\vec{A}$ é o fluxo de volume (e.g. em m^3/s) perpendicular à superfície A.

6. A aranha pescadora (*Dolomedes tenebrosus*) anda sobre a água e se alimenta de insetos aquáticos e até de pequenos peixes. Suponha que cada perna da aranha causa uma pequena deformação na superfície da água, que era inicialmente plana e com o peso da aracnídea se curva com raio de curvatura de 6 mm e abrange uma área circular do mesmo raio. Sabendo que a tensão superficial σ da água pura é de 71×10^{-3}Nm^{-1}, qual a massa da aranha em gramas? 10

Resposta:

A diferença de pressão por causa da tensão superficial é $\Delta p = \frac{2\sigma}{r}$ e a força total em uma perna é $F_t = \Delta p A$. Essa força tem de equilibrar um oitavo do peso da aranha, portanto $F_t = \frac{mg}{8}$, a massa é $m = \frac{32\sigma\pi r^2}{gr}$ e substituindo os valores dados resulta em $m = 4$ gramas.

7. Considere um processo reversível que ocorre em um dado sistema termodinâmico. Neste caso a variação da entropia é dada por $dS = \frac{dQ}{T}$. Mostre que, se este processo é isobárico, a variação da entalpia[3] é dada por $dh = TdS$. 10

Resposta:

Do enunciado $TdS = dQ$. Usando a primeira lei, $dQ = de + pd\nu$, temos $TdS = de + pd\nu$. Usando a definição de entropia (e a derivada do produto) temos $TdS = dh - \nu dp$. Num sistema isobárico $dp = 0$ portanto $dh = TdS$.

8. Considere uma seção zonal-vertical de temperatura (i.e. $T(x,z)$) no Atlântico tropical. Nessa região passam vórtices que duram ~25 dias e movem a termoclina para baixo ~50 m, causando um fluxo vertical de calor. A 150 m de profundidade a temperatura varia de 5 $°C$ por causa da passagem dos vórtices.

[3] Lembre, $h = e + p\nu$

(a) Estime, em $W\,m^{-2}$, esse fluxo de calor turbulento (Q_t) multiplicando a velocidade vertical por causa do vórtice (w) pela capacidade térmica[4] específica (ρC_p) e pela variação de temperatura induzida pela passagem do vórtice (ΔT). $\boxed{10}$

Resposta:

$$Q_t = w\rho C_p \Delta T \quad = \frac{50}{25 \times 86400}\left(\frac{m}{s}\right) 1000 \left(\frac{kg}{m^3}\right) 4187 \left(\frac{J}{kg.K}\right) 5(K) \quad = 484.61(\frac{W}{m^2})$$

(b) Estime, também em $W\,m^{-2}$, o fluxo difusivo de calor (Q_m) aplicando a lei de Fourier[5]. Use–a nessa mesma região de 50 m de espessura junto à termoclina, portanto a 150 m de profundidade, onde a temperatura varia de 5 $°C$. Assuma um coeficiente de difusão térmica constante $k_m = 0.58\,W\,m^{-1}K^{-1}$. $\boxed{10}$

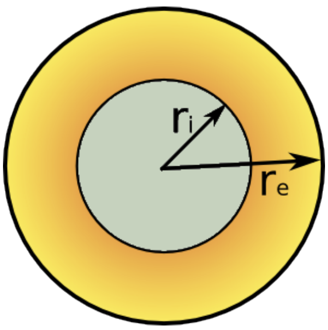
Resposta:

$$Q_m = -k_m \nabla T \quad = 0.58 \left(\frac{W}{m\,K}\right) \frac{5}{50} \left(\frac{K}{m}\right) \quad = 0.058(\frac{W}{m^2})$$

(c) O que você conclui sobre o efeito da difusão molecular em relação ao da difusão turbulenta nesse caso específico? $\boxed{5}$

Resposta:
O efeito da difusão molecular é desprezível pois $\frac{Q_m}{Q_t} \sim 10^{-4}$.

9. Considere dois cilindros longos vistos de cima na figura abaixo. O externo, de raio r_e está parado e o interno, de raio r_i se move com velocidade constante Φ. Considere o fluxo laminar e o coeficiente de viscosidade dinâmica μ constante. Assuma a condição de contorno de não–escorregamento junto às paredes do cilindro. Esta é a versão mais simples desse problema que já foi tratado por:



- Newton,
- Taylor,
- Stokes,
- Couette,
- Chandrasekar e outros notáveis. Agora é a sua vez.

(a) Obtenha o perfil de velocidades em função das variáveis conhecidas. $\boxed{10}$

Resposta:

$$\frac{\tau}{\mu} = \frac{du_z}{dr} \quad \text{integrando dos 2 lados} \quad \frac{\tau}{\mu} r = u_z + C' \quad \text{ou} \quad u_z = \frac{\tau}{\mu} r + C$$

Usando a condição de contorno externa:

$$u_z = 0 \text{ em } r = r_e \quad \Rightarrow \quad 0 = \frac{\tau}{\mu} r + C \quad \Rightarrow \quad C = -\frac{\tau}{\mu} r_e$$

Usando a condição de contorno interna e substituindo C:

$$u_z = \Phi \text{ em } r = r_i \quad \Rightarrow \quad \Phi = \frac{\tau}{\mu}(r_i - r_e) \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{\Phi\mu}{r_i - r_e}.$$

[4] $\rho = 1000\frac{kg}{m^3}$, $C_p = 4187\frac{J}{kg.K}$
[5] Dica: Parece com a de Fick.

Portanto $u_z = \frac{\tau}{\mu} r - \frac{\tau}{\mu} r_e = \frac{\tau}{\mu}(r - r_e) = \Phi \frac{r - r_e}{r_i - r_e}$.

Resposta:

(b) Obtenha a tensão de cisalhamento em qualquer ponto do fluido em função das variáveis conhecidas. $\boxed{10}$

Resposta:
Deve ser um passo intermediário da solução acima,

$$\tau = \frac{\Phi\mu}{r_i - r_e}$$

.

(c) Obtenha uma expressão para a força por unidade de comprimento aplicada pelo fluido na parte interior do cilindro externo. $\boxed{5}$

Resposta:
$F = \int_0^{2\pi} \tau L r d\theta$ substituindo τ fazendo L=1 e integrando obtém-se $F = \dfrac{\Phi\mu}{r_i - r_e} 2\pi r_e$.

♠

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Pontos	5	5	5	5	10	10	10	25	25	100
Nota										