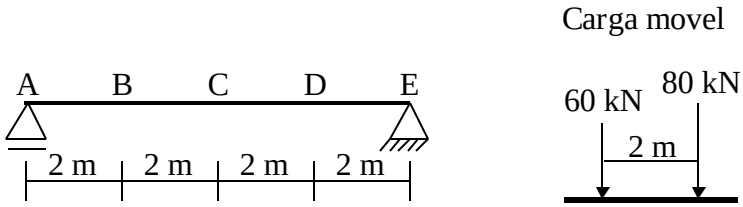
4ª QUESTÃO - PROVA DE RECUPERAÇÃO DE 1991

Para a seção B da viga da figura, determinar os máximos e mínimos valores da força cortante e do momento fletor.

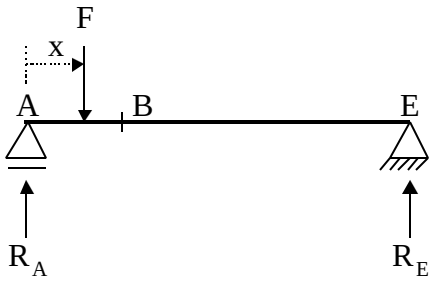
Obs.: Carga permanente: g = 20 kN/m

Carga acidental: q = 10 kN/m

A carga móvel, indicada na figura, poderá atuar nos dois sentidos.



Solução:



$R_A = F*(8 - x)/8$

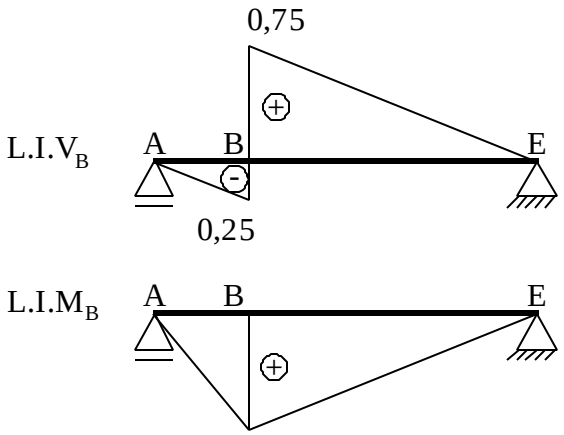
$R_E = F*x/8$

- *para x<2:* $V_B = R_A - F = - F*x/8$

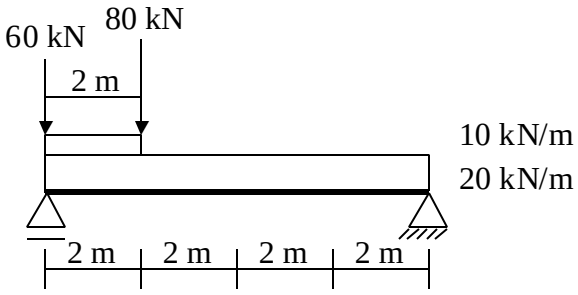
$M_B = R_A*2 - F*(2 - x) = 6*F*x/8$

- *para x>2:* $V_B = R_A = F*(8 - x)/8$

$M_B = R_A*2 = 2*F*(8 - x)/8$

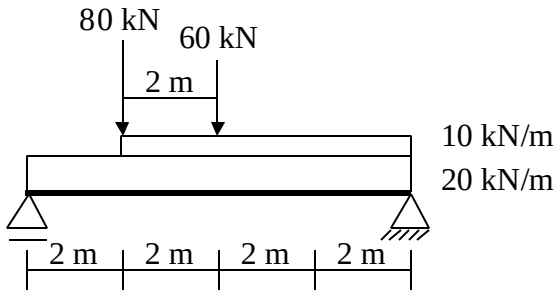


A mínima força cortante em B ocorre para o seguinte carregamento:



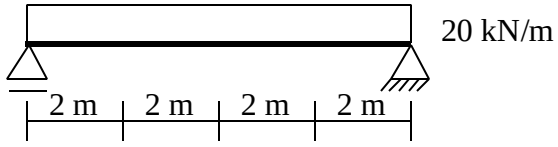
$V_{B\,min} = 17{,}5\ kN$

A máxima força cortante em B ocorre para o seguinte carregamento:



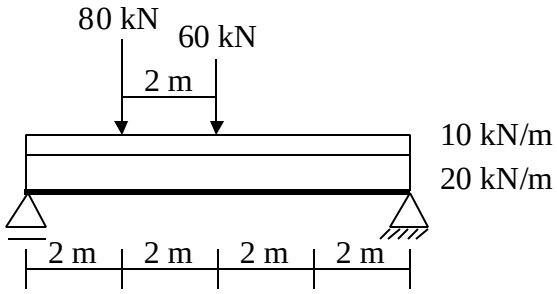
$V_{B\,max} = 152{,}5$

O mínimo momento fletor em B ocorre para o seguinte carregamento:



$M_{B\,min} = 120\ kNm$

O máximo momento fletor em B ocorre para o seguinte carregamento:



$M_{B\,max} = 360\ kNm$

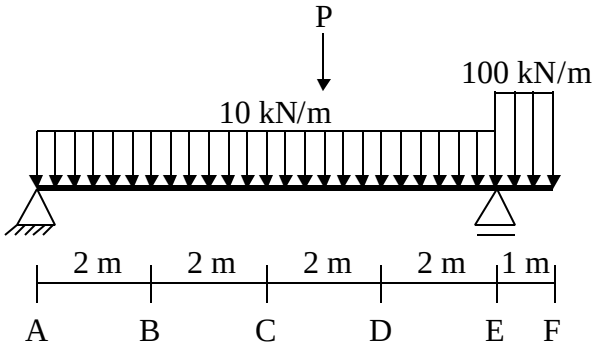
1ª QUESTÃO - PROVA SUBSTITUTIVA DE 1991 - (4,0)

Na viga da figura, as cargas uniformemente distribuídas (10 kN/m entre apoios e 100 kN/m no balanço) são permanentes. A carga P é móvel.

a) Determinar as reações de apoio e os momentos fletores solicitantes M_B , M_C , M_D e M_E através das respectivas linhas de influência. Essa condição é obrigatória.

b) Determinar a faixa de variação do momento fletor solicitante em B, para P = 20 kN, movendo-se por toda viga.

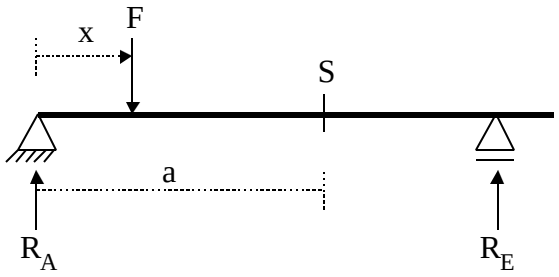
c) Calcular o valor de P para que o mínimo M_E (máximo em valor absoluto) seja igual, em módulo, ao máximo M_B.



Solução:

a)

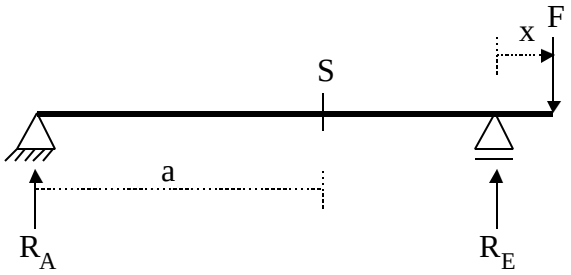
- *Força F unitária no trecho AE:*



$R_A = F*(8 - x)/8$
$R_E = F*x/8$

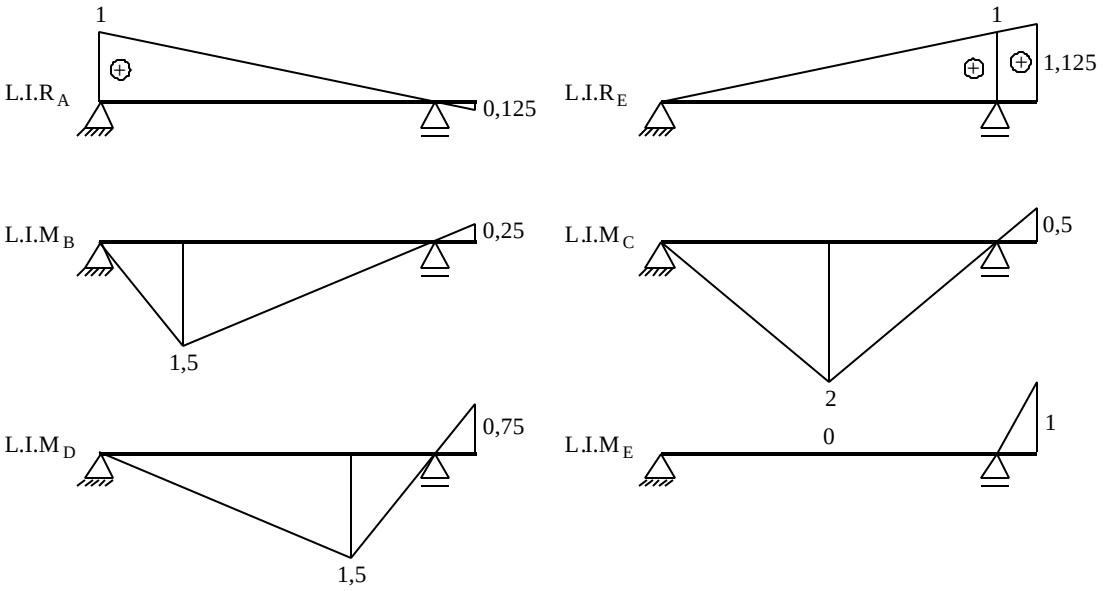
para $x<a$: $M_S = R_A*a - F*(a - x) = F*x*(1 - a/8)$
para $x>a$: $M_S = R_A*a = a*F*(8 - x)/8$

- *Força F unitária no trecho EF:*



$R_A = - F*x/8$
$R_E = F*(8 + x)/8$

$M_S = R_A*a = - a*F*x/8$



$R_{A\,max} = 40 - 6{,}25 + P = (33{,}75 + P)\ kN$
$R_{A\,min} = 40 - 6{,}25 - P/8 = (33{,}75 - P/8)\ kN$

$R_{E\,max} = 40 + 106{,}25 + 9*P/8 = (146{,}25 + 9*P/8)\ kN$
$R_{E\,min} = 40 + 106{,}25 = 146{,}25\ kN$

$M_{B\,max} = 60 - 12{,}5 + 12*P/8 = (47{,}5 + 12*P/8)\ kNm$
$M_{B\,min} = 60 - 12{,}5 - 2*P/8 = (47{,}5 - 2*P/8)\ kNm$

$M_{C\,max} = 80 - 25 + 2*P = (55 + 2*P)\ kNm$
$M_{C\,min} = 80 - 25 - P/2 = (55 - P/2)\ kNm$

$M_{D\,max} = 60 - 37{,}5 + 12*P/8 = (22{,}5 + 12*P/8)\ kNm$
$M_{D\,min} = 60 - 37{,}5 - 6*P/8 = (22{,}5 - 6*P/8)\ kNm$

$M_{E\,max} = -50\ kNm$
$M_{E\,min} = (-50 - P)\ kNm$

b) *para* $P = 20\ kNm$: $M_{B\,max} = 77{,}5\ kNm$
$M_{B\,min} = 42{,}5\ kNm$

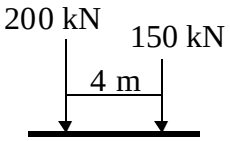
c) $|M_{B\,max}| = |M_{E\,min}| \Rightarrow 47{,}5 + 12*P/8 = 50 + P \Rightarrow P = 5\ kN$

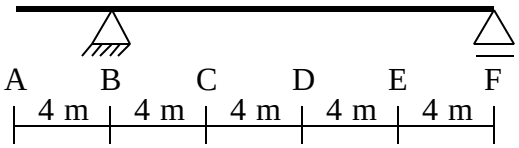
3ª QUESTÃO - 3ª PROVA DE 1991 - (2,5)

Traçar o diagrama de máximos e mínimos momentos fletores da viga da figura, calculando seus valores nos pontos A, B, C, D, E e F.

Carregamento:

- Carga permanente: g = 20 kN/m
- Carga distribuída móvel (carga de multidão) : p = 20 kN/m
- Trem-tipo:





Solução:

- *Força F unitária no trecho AB:*

$R_B = F*(20 - x)/16$
$R_F = - F*(4 - x)/16$

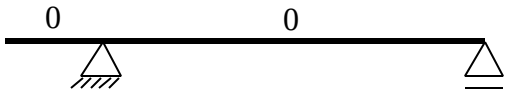
$M_A = 0$
$M_B = - F*(4 - x)$
$M_C = 12*R_F = - 3*F + 3*F*x/4$
$M_D = 8*R_F = - 2*F + F*x/2$
$M_E = 4*R_F = - F + F*x/4$
$M_F = - F*(20 - x) + 16*R_B = 0$

- *Força F unitária no trecho BF:*

$R_B = F*(16 - x)/16$
$R_F = F*x/16$

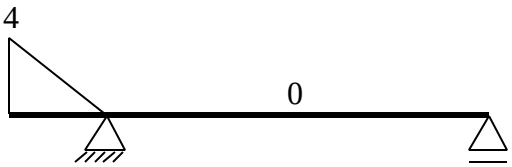
$M_A = 0$
$M_B = 0$
M_C: para $x<4 \Rightarrow M_C = 12*R_F = 3*F*x/4$
para $x>4 \Rightarrow M_C = 4*R_B = 4*F - F*x/4$
M_D: para $x<8 \Rightarrow M_D = 8*R_F = F*x/2$
para $x>8 \Rightarrow M_D = 8*R_B = 8*F - F*x/2$
M_E: para $x<12 \Rightarrow M_E = 4*R_F = F*x/4$
para $x>12 \Rightarrow M_E = 12*R_B = 12*F - 3*F*x/4$
$M_F = 0$

L.I.M_A



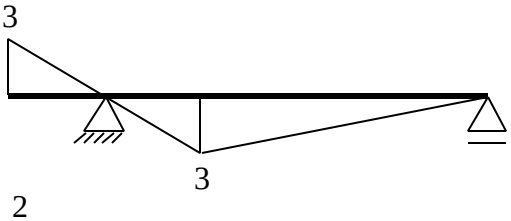
$M_{A\,max} = 0$
$M_{A\,min} = 0$

L.I.M_B



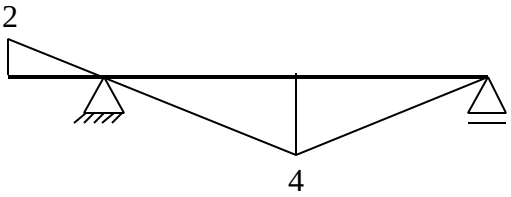
$M_{B\,max} = -160$ kNm
$M_{B\,min} = -1120$ kNm

L.I.M_C



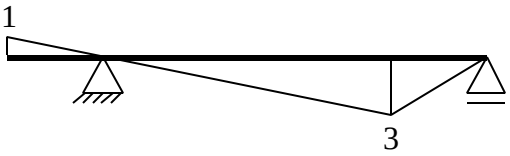
$M_{C\,max} = 1740$ kNm
$M_{C\,min} = -360$ kNm

L.I.M_D



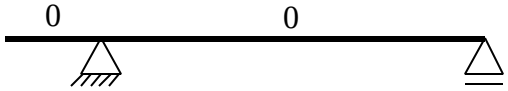
$M_{D\,max} = 2300$ kNm
$M_{D\,min} = 80$ kNm

L.I.M_E



$M_{E\,max} = 1820$ kNm
$M_{E\,min} = 200$ kNm

L.I.M_F



$M_{F\,max} = 0$
$M_{F\,min} = 0$