PSI 3211 - Circuitos Elétricos I
Profa. Elisabete Galeazzo

TÓPICOS DA AULA:

RELAÇÕES FASORIAIS NOS BIPOLOS ELEMENTARES

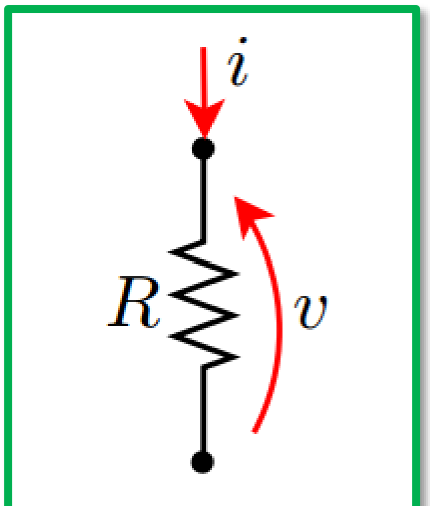
EXERCÍCIOS

Relações Fasoriais nos Bipolos

- Dado que: $v(t) = V_m \cos(\omega t+\theta)$

Tem-se o fasor $\hat{V} = \mathbf{V_m \angle \theta}$ ou $\hat{V} = V_m e^{j\theta}$

NO RESISTOR:



$i(t)=(V_m/R).\cos(\omega t+\theta)$

$\hat{F} = A_n .e^{j\theta} = An \angle\theta$

$\hat{I} = \frac{V_m}{R}\angle\theta$

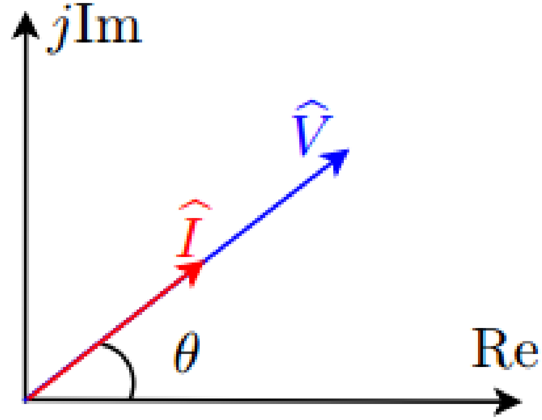
$$\hat{I} = \frac{\hat{V}}{R} \Rightarrow \hat{V} = R\hat{I}$$

Representação fasorial da Lei de Ohm

Relação Fasorial no Resistor

- Tensão e corrente estão em fase

$$\hat{V} = R\hat{I}$$

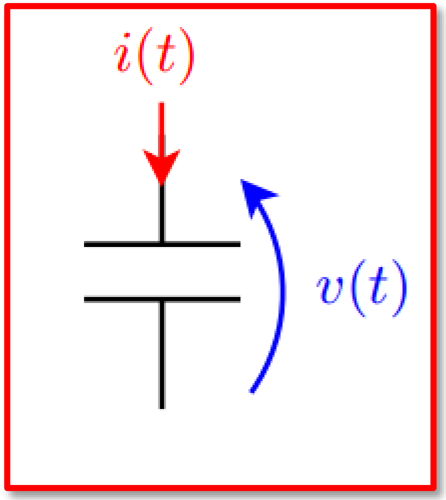


* Ambos oscilam com a mesma frequência, não representada neste diagrama fasorial.

Relação fasorial no Capacitor

Considere que a tensão no capacitor é igual a:

$v(t) = V_m \cos(\omega t+\theta)$; tem-se o fasor $\hat{V} = V_m\angle\theta$ ou $\hat{V} = V_m e^{j\theta}$



Na convenção de receptor, tem-se que:

$$i_C(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$i_C(t) = -\omega C V_m sen(\omega t + \theta) \rightarrow$$

$$i_C(t) = \omega C V_m cos(\omega t + \theta + 90^o)$$

O fasor relacionado à $i_C(t)$ é:

$$\hat{I} = \omega C V_m e^{j\theta} e^{j90^o} \Rightarrow \hat{I} = \omega C \hat{V} e^{j90^o} \Rightarrow \hat{I} = j\omega C\hat{V}$$

Relação fasorial no Capacitor, cont.

$$\hat{I} = \omega\, C\, Vm\, e^{j\theta}\, e^{j90^o} \Rightarrow \hat{I} = \omega\, C\, \hat{V} e^{j90^o} \Rightarrow \hat{I} = j\, \omega\, C\, \hat{V}$$

Ou seja, $i_C(t) = \omega\, C\, V_m \cos(\omega t + 90^o)$

⇒ A corrente no capacitor estará adiantada de 90° em relação à tensão.

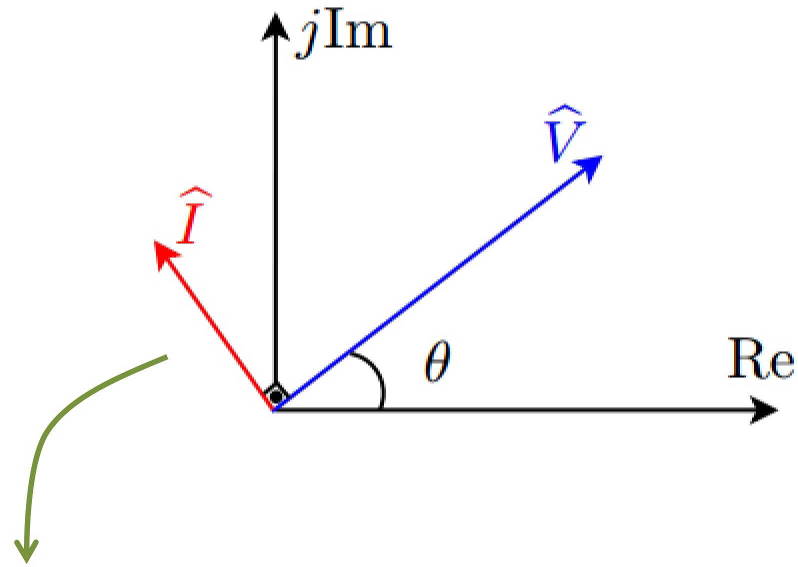
A relação entre o fasor tensão e o fasor corrente no capacitor será:

$$\hat{V} = \frac{1}{j\omega C} \hat{I}$$

Número complexo que faz o papel de uma "resistência"

Este termo é denominado **"Impedância Capacitiva"**

Representação Gráfica Fasorial no Capacitor

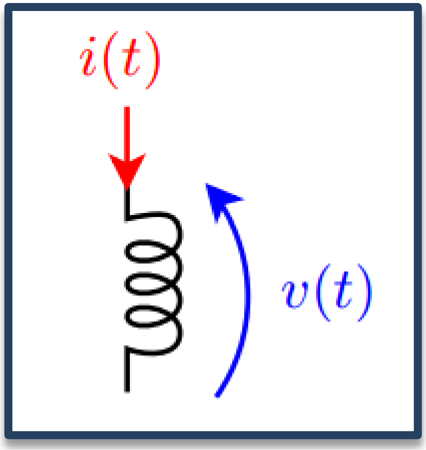


A corrente está adiantada de 90 graus em relação à tensão

Relação Fasorial no Indutor

Considere que a tensão no indutor é igual a:

$v(t) = V_m \cos(\omega t+\theta)$; tem-se o fasor $\hat{V} = V_m\angle\theta$ ou $\hat{V} = V_m e^{j\theta}$



$$i(t) = \frac{1}{L}\int v(\tau)d\tau = \frac{V_m}{\omega L}\mathrm{sen}(\omega t + \theta) = \frac{V_m}{\omega L}\cos(\omega t + \theta - 90^o)$$

$$\hat{I} = \frac{1}{\omega L}V_m e^{j\theta}e^{-j90^o} = \frac{1}{j\omega L}\hat{V} \quad \Rightarrow \quad \hat{V} = j\omega L\hat{I}$$

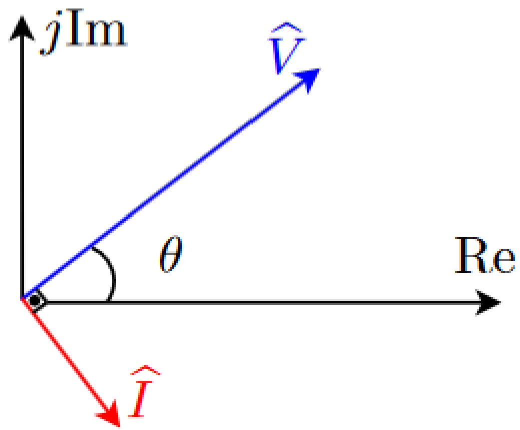
Relação fasorial no Indutor, cont.

$$\hat{I} = \frac{1}{j\omega L}\hat{V}$$

$$\hat{V} = j\omega L \hat{I}$$

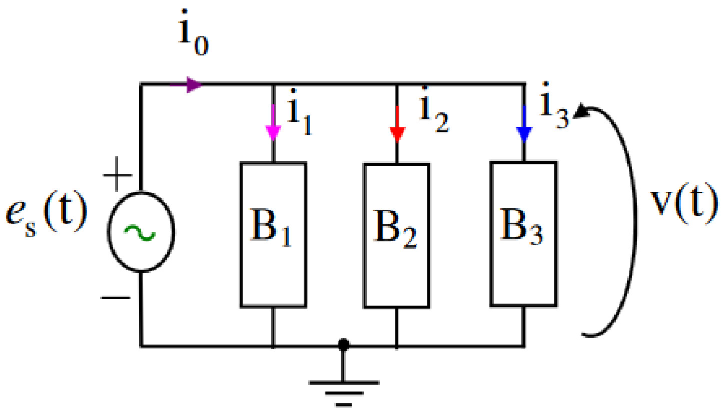
Número Complexo que tem característica de resistência...

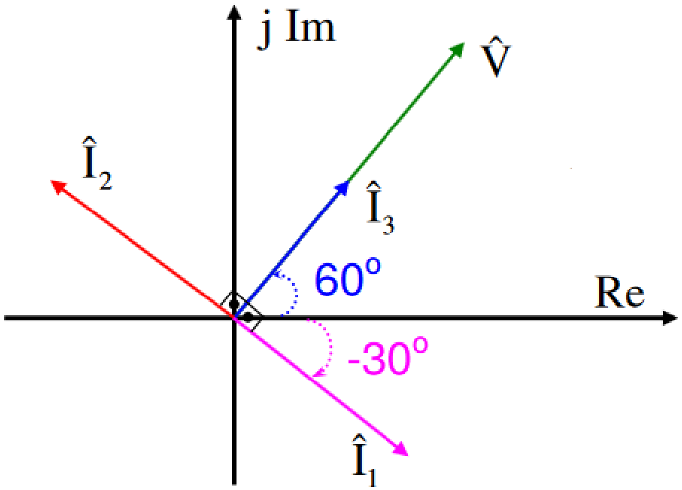
Impedância Indutiva



A **corrente** está 90° **atrasada** em relação à **tensão**.

Exercício 1





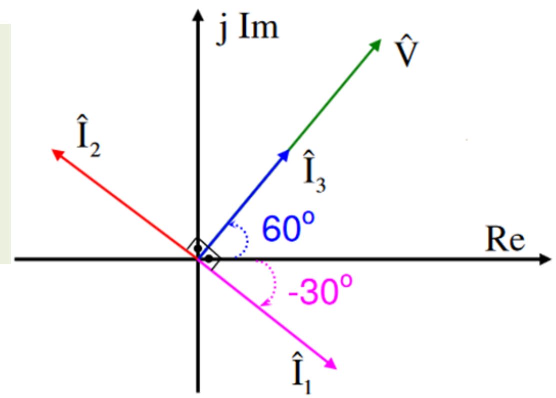
Dado adicional: ω = 10 rad/s

a) Identifique os bipolos B_1, B_2 e B_3

Resposta:

B_1 = indutor; B_2 = capacitor; B_3 = resistência

Exercício 01, continuação



b) Apresente a tensão instantânea v(t)

$$v(t) = Re\{10e^{j60^o}\} = 10\cos(10t + 60^o)$$

c) Calcule a indutância e apresente a corrente instantânea no indutor

$$\hat{I}_L = \frac{1}{j10L} 10\angle 60^o \Rightarrow j10L = \frac{10e^{j60}}{1e^{-j30}} \Rightarrow L = 1H$$

d) Calcule a capacitância e apresente a corrente instantânea no capacitor

$$\frac{1}{j10C} 0{,}001\angle 150^o = \underbrace{10\angle 60^o}_{\hat{V}_C} \Rightarrow C = 10^{-5}\angle(60^o - 60^o) = 10^{-5}F$$

Exercício 2

Dado o indutor e o fasor da corrente que o atravessa. Determine:

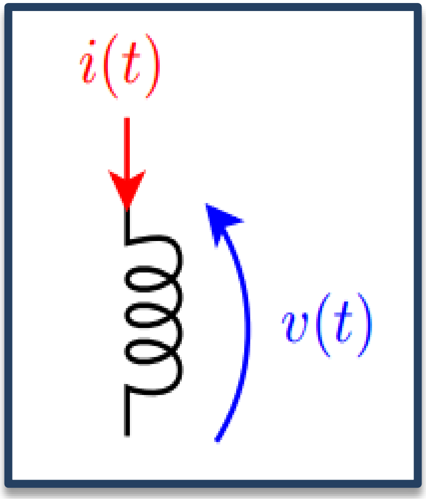
a) fasor de tensão

b) tensão instantânea

$\hat{I}$ = 8 + j6 (A)

f = 1 kHz

L = 2 mH



Resposta:

1) **Transformar o fasor corrente na forma polar:**

$|\hat{I}| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

θ = arctg2 (6/8) = 36,87º

$\hat{I}$= 10 ∠36,87º

Resolução do ex.2

a) i(t) = Re $\{\hat{I} e^{j\omega t}\}$ sendo que $\boldsymbol{\hat{I}}$**= 10 $\angle$36,87°**

logo: i(t) = 10 cos (2.π.1000t + 36,87°)

v(t) = L $\frac{di(t)}{dt}$ = - 2.10^{-3}. 10. 2. π.1000 sen(2.π.1000t + 36,87°) $\Rightarrow$

v(t) = 125,66.cos(2.π.1000t + 126,87°)

e $\boldsymbol{\hat{V}}$**= 125,66 $\angle$126,87°**

➔ Mas daria para fazer de outra forma?

Sabendo=se que $\boldsymbol{\hat{I}}$= 10 $\angle$36,87° **e** $\boldsymbol{\hat{V}} = j\omega L \boldsymbol{\hat{I}}$

Então: $\boldsymbol{\hat{V}}$ = j.2.π.1000.2.10^{-3}.10$\angle$36,87° = **125,66 $\angle$126,87°**

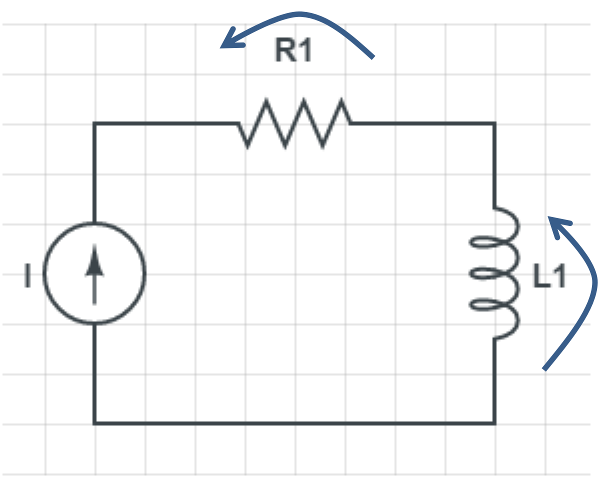
Exercício 3

Suponha que o circuito esteja operando em regime permanente senoidal.

A partir do circuito e dos dados fornecidos, pergunta-se:

a) Qual é a frequência angular (ω) do circuito?

b) Quais são os fasores $\hat{V}_R \; e \; \hat{V}_L$?



Dados fornecidos:

i) $\hat{I}$= 5 $\angle 60^{o}$

ii) O primeiro instante em que $v_R(t)$ se anula é 10 ms.

Considere: R_1= 10 Ω; L_1 = 0,1 H

Resolução do ex.3

a) $\widehat{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{R}}$ = **R**$\widehat{\boldsymbol{I}}$; como $\hat{I}$ = 5 $\angle 60^o$, então:

$\widehat{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{R}}$ = 50 $\angle 60^o$ $\leftarrow$fasor relacionado à tensão no resistor

$\Rightarrow v_R(t) = 50 \cos(\omega t + 60^o)$ (volts)

$\Rightarrow v_R(t = 10\text{x}10^{-3}\text{s}) = 0$, então: $\omega.10^{-2} + 60^o = 90^o$

$\Rightarrow \omega.10^{-2} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \omega = 52{,}3$ rad/s

b) $\widehat{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{L}} = j\omega L\widehat{\boldsymbol{I}} \Rightarrow \widehat{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{L}}$ = j 52,3 x 0,1 x 5 $\angle 60^o$ = 26,15 $\angle 150^o$