Universidade de São Paulo

Instituto de Física da USP

Física I para a Escola Politécnica 2016

Para que o caixote não escorregue

Você e o seu colega acabam de colocar um caixote de 200 kg, cheio de objetos de arte inestimáveis, sobre a carroceria de um caminhão de 2000 kg. Quando você pisa no acelerador uma força $\vec{F}_C$ acelera o conjunto para frente. Determine o valor máximo que o módulo de $\vec{F}_C$ pode assumir sem que o caixote escorregue. Dados: os coeficientes de atrito estático e cinético entre o caixote e a carroceria valem, respectivamente, $0,80$ e $0,30$. Considere desprezível a resistência do ar (dica geral: faça substituições numéricas apenas na etapa final da solução.)

Solução comentada

O esboço da Fig. 1 estabelece um sistema de coordenadas.

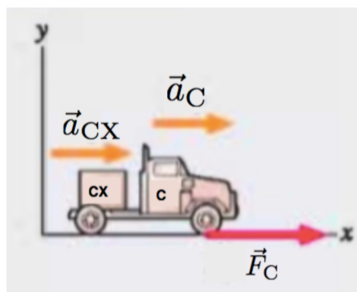

Figura 1:

A condição para que o caixote (CX) não escorregue é

$$a_{CX,x} = a_{C,x} \equiv a_x, \tag{1}$$

onde $a_{CX,x}$ é a aceleração do caixote, $a_{C,x}$ é a aceleração do caminhõ e a_x é a aceleração do conjunto caixote+caminhão.

Comentário: Note que o inicio da solução determina o sistema de coordenadas e deixa explícita a condição de vínculo para resolver o problema. Isso tem que estar na sua resolução.

As forças que agem no caixote são: (1) Força de atrito $\vec{f}_{\text{at}}$ (2) Força normal $\vec{N}$ (3) Força peso $\vec{P}$.

Método 1
Da segunda lei de Newton para o caixote temos

$$\vec{f}_{\text{at}} + \vec{N} + \vec{P} = m_{\text{CX}}\vec{a}_{CX} \tag{2}$$

Comentário: lembre-se: a segunda lei de Newton é uma lei VETORIAL.

No sistema de coordenadas da Fig. 1,

$$\vec{f}_{\text{at}} = f_{\text{at}}\hat{\imath}, \tag{3}$$

$$\vec{N} = N\hat{\jmath}, \tag{4}$$

$$\vec{P} = -P\hat{\jmath}, \tag{5}$$

$$\vec{a}_{CX} = a_{CX,x}\hat{\imath} = a_x\hat{\imath}, \tag{6}$$

onde na última igualdade usamos a relação de vínculo dada pela Eq. (1).

Assim, da Eq. (2) temos

$$f_{\text{at}} = m_{\text{CX}}a_x \text{ (componente x)} \tag{7}$$

$$N - m_{\text{CX}}g = 0 \text{ (componente y)} \tag{8}$$

Da segunda lei de Newton para o conjunto,

$$\vec{F}_C = m_{\text{total}}\vec{a}. \tag{9}$$

No sistema de coordenadas da Fig. 1,

$$\vec{F}_C = F_{\text{C}}\hat{\imath}, \tag{10}$$

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath}. \tag{11}$$

Assim, a Eq. (9) fica como

$$F_{\text{C}} = (m_{\text{CX}} + m_{\text{C}})a_x. \tag{12}$$

Da Eq. (7),

$$a_x = \frac{f_{\text{at}}}{m_{\text{CX}}}. \tag{13}$$

Substituindo a Eq. (13) na Eq. (12), obtemos

$$F_{\text{C}} = \left(1 + \frac{m_{\text{C}}}{m_{\text{CX}}}\right) f_{\text{at}}. \tag{14}$$

Comentário: Explique sempre os passos dados para chegar as suas expressões. A numeração das equações é uma sugestão que pode lhe ajudar.

O máximo valor de F_{C} ocorre quando f_{at} é máximo. Como f_{at} é a força de atrito estático entre o caminhão e o caixote, o valor máximo que pode atingir é $f_{\text{at,max}} = \mu_e N$. Da Eq. (8), $N = m_{\text{CX}}g$ e, por tanto, $f_{\text{at,max}} = \mu_e m_{\text{CX}}g$. Assim, da Eq. (14),

$$F_{\text{C, max}} = \mu_e g(m_{\text{CX}} + m_{\text{C}}) \tag{15}$$

Comentário: A explicação de quando F_{C} é máximo, a relação do valor máximo de f_{at} com a normal e como a normal é obtida são comentários que precisam estar explícitos na resolução do problema.

Substituindo os valores numéricos

$$F_{\text{C, max}} = (0,80)(2200\text{ kg})(9,8\text{ m/s}^2) = 17000\text{ N}. \tag{16}$$

Método 2

Na Fig. 2 mostramos os diagramas de corpo livre para o caixote e o caminhão. As forças $-\vec{f}_{\text{at}}$ e $-\vec{N}$ são os pares da terceira lei de Newton das forças $\vec{f}_{\text{at}}$ e $\vec{N}$, respetivamente, e agem no caminhão. As forças $\vec{N}'$ e $\vec{P}'$ são as forças normal e peso para o caminhão.

Comentário: perceba a importância da terceira Lei de Newton para obter todas as forças que agem no caminhão. Essa explicação junto com a definição para o símbolo usado para cada força do diagrama é essencial.

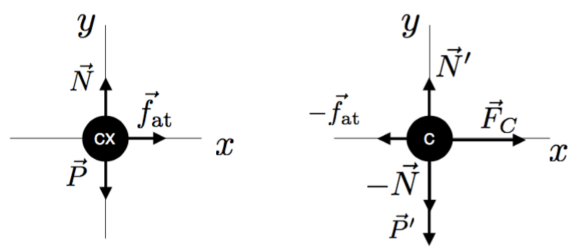

Figura 2:

Como o movimento ocorre ao longo do eixo x, a componente y das respetivas forças resultantes em cada corpo tem que ser nula. Assim, pela segunda lei de Newton, para a componente x, temos

$$f_{\text{at}} = m_{\text{CX}} a_{CX,x}\,, \quad \text{(caixote)} \tag{17}$$

$$F_{\text{C}} - f_{\text{at}} = m_{\text{C}} a_{C,x} \quad \text{(caminhão)}. \tag{18}$$

Comentário: lembre-se: neste ponto estão escritas as equações que descrevem o movimento de cada corpo. As acelerações que aparecem nessas equações são as acelerações de cada corpo e não a_x. Deixe isso claro antes de usar o vínculo dado pela Eq. (1).

Usando a Eq. (1), podemos reescrever estas equações como

$$f_{\text{at}} = m_{\text{CX}} a_x, \tag{19}$$

$$F_{\text{C}} - f_{\text{at}} = m_{\text{C}} a_x. \tag{20}$$

Da primeira das equações temos $a_x = f_{\text{at}}/m_{\text{CX}}$ e substituindo essa expressão na segunda das equações obtemos

$$F_{\text{C}} = f_{\text{at}} +_{\text{C}} a_x = \left(1 + \frac{m_{\text{C}}}{m_{\text{CX}}}\right) f_{\text{at}}. \tag{21}$$

Esta expressão para F_{C} é a mesma que a obtida na Eq. (14) do método 1. A partir deste ponto, seguiríamos o mesmo raciocínio do método 1 para relacionar $F_{C,\text{max}}$ com $f_{\text{at,max}}$.