# Universidade de São Paulo

## Instituto de Física da USP

Física I para a Escola Politécnica (2016/1)

## Plano inclinado

Um bloco de massa $m = 2,00$ kg desliza sobre um plano inclinado que faz um ângulo $\theta = \pi/4$ com a horizontal. O plano tem uma superfície rugosa, cujo coeficiente de atrito cinético, $\mu_C$, é igual a 0,2. O bloco localiza-se inicialmente no topo do plano, a uma altura $h = 0,50$ m com a horizontal, e inicia seu movimento a partir do repouso. O plano está montado sobre uma mesa de altura $H = 2,00$ m. Ao final do deslizamento ao longo do plano, o bloco cai sob ação da força peso e de uma força de resistência do ar. Veja a figura abaixo para um esquema da situação (use $\sin(\pi/4) = \cos(\pi/4) = 0.7$ e $g = 10$ m/s$^2$ ).

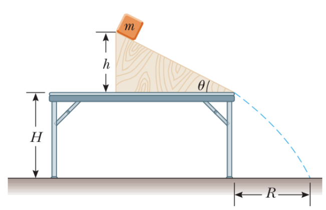
(a) Determine o diagrama de corpo livre (diagrama de forças) para o bloco quando o mesmo inicia seu movimento no topo do plano e outro diagrama para o bloco após o mesmo perder contato com o plano.

(b) Para cada força indicada nestes diagramas, aponte o devido par ação reação (terceira Lei de Newton) da mesma e discuta seu efeito (escreva no máximo até duas linhas para cada força).

(c) Determine o vetor velocidade $\vec{v}$ do bloco quando o mesmo atinge o final do plano inclinado. Escreva sua resposta na forma $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$.

(d) Ignore a resistência do ar e determine o alcance $R$ do bloco.

Dica geral: faça substituições numéricas apenas na etapa final da soluções dos itens ($c$) e ($d$).

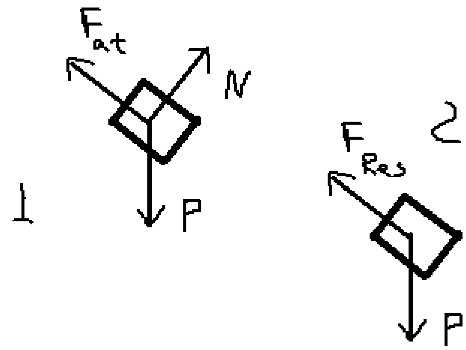



## Solução comentada

(a) Determine o diagrama de corpo livre (diagrama de forças) para o bloco quando o mesmo inicia seu movimento no topo do plano e outro diagrama para o bloco após o mesmo perder contato com o plano.

A solução é dada pela figura abaixo (1 para o bloco no início do movimento e 2 para o bloco após o mesmo perder contato com o plano).

> *Comentário*: a solução é dada por dois diagramas, um para cada momento solicitado no encunciado. Considere neste caso deixar claro qual caso representa que instante e apresente uma ou duas frases para justificar as forças assinaladas no diagrama




Para o caso 1, a força de atrito está na direção contrária ao movimento do bloco e é tangente à superficie do mesmo. A normal é perpendicular à superficie de contato entre o bloco e plano. Já o peso, está ao longo da vertical.

Para o caso 2, note que, neste instante, a velocidade do bloco é paralela ao plano. Lembrando que $\vec{F} \propto -\vec{v}$, fica justificada a direção escolhida. A direção da força peso não muda em relação a situação 1.

(b) Para cada força indicada nestes diagramas, aponte o devido par ação reação (terceira Lei de Newton) da mesma e discuta seu efeito (escreva no máximo até duas linhas para cada força).

*Comentário*: não se arrisque nesta questão. Simplesmente, escreva a força a qual você se refere e escreva frases objetivas

Situação (1):

Força normal: a mesma tem origem pela interação com a superficie do plano, logo o par ação reação da mesma é uma força sobre a superficie do plano na direção $-\vec{N}$. Esta força comprime o plano.

Força de atrito: $\vec{F}_{at}$ tem origem na interação entre as superfícies do bloco e do plano, portanto seu par ação reação é uma força tangencial à superfície do plano na direção $-\vec{F_{at}}$ e atua sobre o plano.

Força peso: esta força tem origem na interação com o planeta Terra, portanto seu par ação reação é atração gravitacional do planeta Terra pelo bloco, atuando no centro do planeta.

Situação (2):

Força peso: mesma que anterior.

Força de resistência do ar: a resistência do ar tem origem na interação do bloco com o "fluído" (ar, no caso), portanto seu par ação reação atua na massa de ar em torno do bloco e acelera esta massa enquanto o bloco se desloca.

*Comentário*: neste tipo de problema é sempre importante você esclarecer a origem da força sobre o objeto estudado. A partir desta consideração, a natureza física do par ação reação é bastante nítida.

(c) Determine o vetor velocidade $\vec{v}$ do bloco quando o mesmo atinge o final do plano inclinado. Escreva sua resposta na forma $\vec{v} = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$.

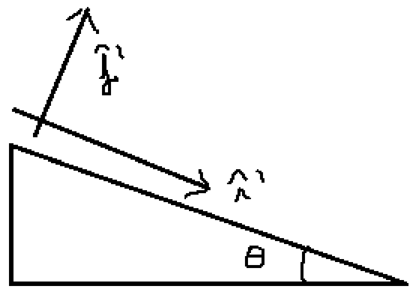
*Comentário*: note a importância de seguir os passos lógicos conforme descritos abaixo

Pelo diagrama apresentado no item ($a$), temos:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{at} + \vec{P} + \vec{N}$$

Vamos escrever estas forças no sistema de coordenadas definido na figura abaixo.

*Comentário*: esquemas são muito importantes pois ajudam você a economizar palavras!!!



Neste sistema temos:

*Comentário*: este é um ponto essencial: você deve sempre mostrar o sistema de coordenadas que você adotou

$$\begin{cases} \vec{N} & = N\hat{j}' \\ \vec{F}_{at} & = -\mu N \hat{i}' \\ \vec{P} & = -P\cos\theta\,\hat{j}' + P\sin\theta\,\hat{i}' \end{cases}$$

*Comentário*: note que não escrevemos (1) $\vec{F}_{at} = \mu\vec{N}$, que é totalmente errado e (2) que $N = mg\cos\theta$. De fato, apenas no próximo passo é que este fato será descoberto.

No sistema que escolhemos, temos $\vec{a} = a'_x\hat{i}' + a'_y\hat{j}'$. Comparando com as forças acima, temos:

$$\begin{cases} -\mu N + P\sin\theta & = ma'_x \\ N - P\cos\theta & = ma'_y \end{cases}$$

Sabemos que $a'_y = 0$, portanto $N = P\cos\theta$. Ficamos apenas com um problema para resolver:

*Comentário*: este é um ponto essencial: você deve sempre mostrar como "descobriu" expressões para as forças do problema

$$-mg\mu_C\cos\theta + mg\sin\theta = ma'_x = m\ddot{x}'$$

Desta maneira, temos:

$$\ddot{x}' = a = -\mu_C g\cos\theta + g\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}(8) = 4\sqrt{2}\ \mathrm{m/s^2}$$

*Comentário*: porque estou usando $a'_x$, $x'$, etc, porque estou colocando “linha” nas variáveis? Pelo seguinte: estou usando o sistema de coordenadas $\hat{i}'$ $\hat{j}'$, portanto preciso identificar as coordenadas neste sistema.

Que é um movimento a aceleração constante (!) e conhecemos a equação de movimento para $x'(t)$:

*Comentário*: você não precisa deduzir o problema do MUV!! Mas você precisa comentar que você reconhece o problema como um MUV

$$x'(t) = x'_0 + v_{0x'}t + \frac{1}{2}at^2$$

O deslocamento total em $x'$ se escreve:

$$x(t_f) - x_0 = H/\sin\theta$$

Onde $t_f$ é o tempo no qual o bloco está no fim do plano inclinado. Dái, escrevemos (lembrando que $v_{0x} = 0$).

*Comentário*: você deve sempre fazer menção à condições iniciais do problema.

$$\frac{H}{\sin\theta} = \frac{1}{2}at_f^2$$

$$t_f = (\frac{2H}{a\sin\theta})^{1/2}$$

Mas o que queremos é a velocidade, que se escreve:

$$v_{x'}(t_f) = v_{0x'} + at_f = at_f$$

Desta maneira:

$$v_{x'}(t_f) = (\frac{2Ha}{\sin\theta})^{1/2}$$

Colocando os números:

$$v_{x'}(t_f) = (\frac{2\times 0.5\times 4\sqrt{2}}{(\sqrt{2}/2)})^{1/2} = (16\times 0.5)^{1/2} = 2\sqrt{2}\ \text{m/s}$$

Mas este é apenas o módulo da velocidade. No sistema usado, é fácil encontrar o vetor. Mas queremos a solução no sistema $\hat{i}$, $\hat{j}$ usual. De acordo com a geometria do problema:

$$\begin{cases} v_x & = 2\sqrt{2}\cos\theta = 2\ \text{m/s} \\ v_y & = -2\sqrt{2}\sin\theta = -2\ \text{m/s} \end{cases}$$

desta maneira:

$$\vec{v} = 2\hat{i} - 2\hat{j}\ \text{m/s}$$

*Comentário*: o que é absolutamente essencial neste problema? (1) Você deve sempre mostrar o sistema de coordenadas que você adotou. (2) Sempre comente a origem de expressões que você está usando (3) Você deve sempre fazer referência às condições iniciais

(d) Ignore a resistência do ar e determine o alcance $R$ do bloco.

Sem resistência do ar, temos apenas um movimento a aceleração constante. Adotaremos o sistema de coordenadas $\hat{\imath}$ , $\hat{\jmath}$ usual

*Comentário*: lembre-se: sempre comente sobre o sistema de coordenadas

De fato, escolhendo uma nova origem no "pé da mesa", podemos escrever para o bloco (segunda lei de Newton):

$$-mg\hat{\jmath} = m\vec{a}$$

ou seja, $\vec{a} = -g\hat{\jmath}$ e temos $a_x = 0$ e $a_y = a = -g$. Portanto, temos um MU e MUV. O vetor posição se escreve:

$$\vec{r}(t) = (x_0 + v_{0x}t)\hat{\imath} + (y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2)\hat{\jmath}$$

Usando as condições do problema (item $c$ acima) e nossa escolha de origem, temos:

$$\vec{r}(t) = (2t)\hat{\imath} + (H - 2t - \frac{1}{2}gt^2)\hat{\jmath}$$

Para determinar o alcance $R$, primeiro calculamos o tempo $t_q$ de queda. Este é tempo $t_q$ no qual $y(t_q) = 0$, assim:

$$H - 2t_q - \frac{1}{2}gt_q^2 = 0$$

Resolvendo a equação, temos (tomando apenas a raiz positiva):

$$t_q = 0.5 \text{ s}$$

O alcance é dado pela equação:

$$R = v_{0x}t_q = 2 \times 0.5 = 1 \text{ m}$$

*Comentário*: reforçamos o seguinte conselho: para cada semana, resolva 2 problemas da lista e discuta com colegas, professores e monitores. Não deixe para fazer isso na semana da prova!