Aula 03

Bibliografia: BKM, cap. 05

Cláudio R. Lucinda

FEA-RP/USP

Objetivos da Aula

Objetivos da Aula

Objetivos da Aula

Risco e Retorno: Aspectos Estatísticos

- Quase todos os aspectos das aplicações de Econometria em Finanças evnvolvem os retornos das ações, ao invés dos preços das mesmas.
- Existem pelo menos duas razões para isto:
  - Para o investidor médio, o efeito das suas ordens de compra e venda possui efeito negligeciável sobre os preços das ações. Neste caso, o retorno pode ser considerado uma medida - livre de escala - da oportunidade de investimentos.
  - Por razões teóricas e empíricas, os retornos possuem propriedades estatísticas mais desejáveis do que os preços, tais como a estacionariedade.

Definições e Convenções

- Denominando P_t o preço de um ativo no instante t e assumamos, por enquanto, que este ativo não paga dividendos. O *Retorno Líquido Simples* do ativo, entre os instantes $t-1$ e t, pode ser definido como:

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$$

- O *Retorno Bruto Simples* é simplesmente $1 + R_t$.

Retornos (II):

- A partir desta definição, podemos calcular o retorno bruto ao longo de k períodos, desde o instante $t-k$ até o instante t, como sendo:

$$\begin{aligned} 1+R_t(k) &= (1+R_t)(1+R_{t-1})\cdots(1+R_{t-k}) \\ &= \frac{P_t}{P_{t-k}} \end{aligned}$$

- Para calcularmos a taxa equivalente anual, isto envolve produtos e exponenciações

Capitalização Contínua

- Em geral, a dificuldade na manipulação das médias geométricas para o cálculo de taxas de retorno como as vistas anteriormente, motivou outra abordagem para a composição dos retornos.
  - Esta é a noção de capitalização contínua
- O *Retorno Capitalizado Continuamente* ou Log-Retorno – denominado r_t – de um ativo é definido como o logaritmo natural do seu retorno bruto $(1 + R_t)$:

$$r_t \equiv \ln(1 + R_t) = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = p_t - p_{t-1}$$

- Sendo que $p_t \equiv \ln P_t$.

Capitalização Contínua – Continuação:

- A principal vantagem dos retornos capitalizados continuamente é que, para calcularmos os retornos por vários períodos podemos fazer o seguinte:

$$\begin{aligned} r_t(k) &= \ln(1+R_t(k)) = \ln((1+R_t)(1+R_{t-1})\cdots(1+R_{t-k})) \\ &= \ln(1+R_t) + \ln(1+R_{t-1}) + \cdots + \ln(1+R_{t-k}) \\ &= r_t + r_{t-1} + \cdots + r_{t-k} \end{aligned}$$

- Só tem um problema, para o cálculo dos retornos de portifólio, em que:

$$r_{pt} \neq \sum_{i=1}^{N} w_{ip} r_{it}$$

- Isso só vira igualdade no caso em que os retornos são medidos em intervalos bastante pequenos de tempo – e, portanto, próximos de zero.

Retornos Médios - Geométricos e Aritméticos

- A grande questão com estes dados é que temos que inferir características da distribuição a partir de uma série de tempo.
- Médias Aritméticas
- Média Geométrica (*Time Weighted*)
- Índice de Sharpe para carteiras

Características da Distribuição dos Retornos:

- Com relação às propriedades dos retornos dos ativos, em geral a evidência é que, para retornos calculados ao longo de intervalos pequenos de tempo indicam pouca assimetria e muita curtose.
- Assimetria: é o chamado Terceiro Momento Normalizado da distribuição. Pode ser calculado – para uma variável aleatória ϵ como sendo:

$$S[\epsilon] = E\left[\frac{(\epsilon-\mu)^3}{\sigma^3}\right]$$

Curtose

- Curtose: é o chamado Quarto Momento Normalizado de uma distribuição. Pode ser calculado para a mesma variável aleatória ϵ como sendo:

$$K[\epsilon] = \left[\frac{(\epsilon - \mu)^4}{\sigma^4}\right]$$

- No caso de uma distribuição normal, deveríamos observar $S = 0$ e $K = 3$. Os dados financeiros que nós temos indicam valores para K muito maiores do que 3.

Distribuição Lognormal

- Uma alternativa muito utilizada em finanças é que os retornos compostos continuamente r_t sejam IID normais, o que implica que os retornos brutos simples $(1 + R_t)$ sejam IID lognormais.
- Ou seja:

$$r_t \sim \mathbb{N}(\mu, \sigma^2)$$

- Se esta premissa é válida, temos que:

$$\begin{aligned} E[R_t] &= \exp[\mu + \frac{\sigma^2}{2}] - 1 \\ Var[R_t] &= (\exp[2\mu + \sigma^2]) \times (\exp[\sigma^2] - 1) \end{aligned}$$

- Para a derivação da fórmula Black-Scholes de precificação de opções, esta premissa é utilizada.

Medidas de Risco com Distribuições Não Nornaus

- O fato que as taxas de retorno em ativos financeiros não seguem distribuições normais e que o desvio-padrão não mede adequadamente o risco já preocupou os especialistas da área por algum tempo.
- Existem várias formas de se medir este risco neste contexto:
  - *Value at Risk*
  - *Conditional Tail Expectation*
  - *Lower Partial Standard Deviation*

Value at Risk

- Uma das medidas mais comumente utilizadas para a mensuração do risco é o chamado Valor em Risco (*Value at Risk*).
- Este é um outro nome para o quantil de uma distribuição
- Usualmente utiliza-se como medida do VaR o quantil 5% da distribuição.
  - Ou seja, com uma probabilidade de 5%, qual é a menor perda que você pode ter em um dia
  - Por exemplo, se o VaR de um dia a 5% é de 4%, isso quer dizer que existe 5% de chance de você ter uma perda igual ou maior do que 4%.

Conditional Tail Expectation

- Esta é outra medida de risco e tenta responder à seguinte pergunta: "Dado que o valor do portifólio caia nos 5% piores resultados, qual é a média?"
- Em outras palavras, o CTE é a média dos valores limitados (acima) pelo VaR.
- Tem uma vantagem que leva em consideração todos os dados abaixo do ponto marcado pelo VaR

Lower Partial Standard Deviation

- Outra medida de risco para distribuições não normais é o desvio-padrão apenas das observações abaixo do retorno esperado.
- Esta é uma medida de "downside risk", chamada de LPSD.
- Quando a distribuição empírica dos retornos é próxima da normal, aparentemente não há diferença grande entre as duas medidas