



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos  
PSI – EPUSP

PSI 3031 - LABORATÓRIO DE INSTRUMENTAÇÃO ELÉTRICA (2018)  
**EXPERIÊNCIA 9 – Análise de Fourier de Sinais Periódicos**

L.Q.O. ; D.C.;V.H.N.  
Leopoldo Yoshioka; Elisabete Galeazzo

No. USP	Nome	Nota	Bancada

<b>Data:</b>	<b>Turmas:</b>	<b>Profs:</b>
--------------	----------------	---------------

## GUIA E ROTEIRO EXPERIMENTAL

### OBJETIVOS GERAIS:

- Realizar análise de Fourier de sinais periódicos pela *Transformada Discreta de Fourier* (TDF) e interpretação dos resultados.
- Determinar o *espectro* de um sinal periódico, ou seja, o conjunto dos coeficientes de Fourier de sua série.
- Usar um osciloscópio digital para a aquisição do sinal periódico, e um computador para capturar e processar os dados mostrados na tela do osciloscópio.
- Calcular os coeficientes da série de Fourier através da transformada discreta de Fourier (ver [1] para mais detalhes).

### LISTA DE MATERIAL


- 1 computador com o programa LabVIEW instalado e placa GPIB.
- 1 osciloscópio digital DSO-X2002A.
- 1 gerador de funções **HP33120A**, com interface GPIB.
- 1 resistor de 1,2 k $\Omega$  e 1 capacitor de 220 nF



Esboce o sinal sintetizado e indique no gráfico o período e a tensão pico a pico do sinal.



b) Faça uma análise do sinal sintetizado, discutindo-se aspectos como o efeito da quantidade de harmônicos utilizados e a escolha das fases, entre outros.



## 2 FAMILIARIZAÇÃO COM O SISTEMA DE ANÁLISE ESPECTRAL

---

*Objetivos específicos: aprender a utilizar um sistema de análise espectral virtual e obter o espectro de sinais periódicos pela transformada discreta de Fourier.*

---

### 2.1 INFORMAÇÕES SOBRE O SISTEMA DE ANÁLISE ESPECTRAL UTILIZADO NO LABORATÓRIO

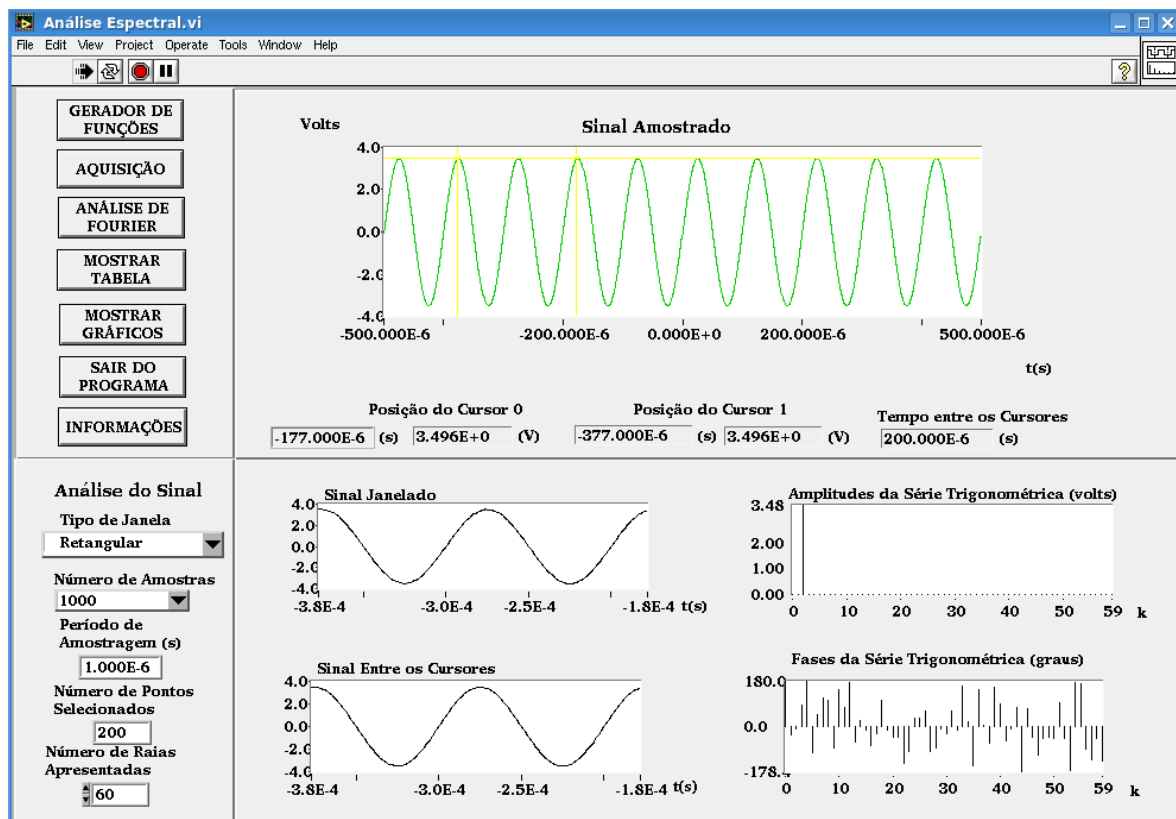
O sistema de análise espectral utilizado nesta experiência efetua aquisição e processamento dos sinais. Ele utiliza os seguintes instrumentos reais e software:

- Osciloscópio digital, com capacidade de condicionar os sinais, amostrá-los e enviar as amostras a um computador;

- Computador PC, com *interface* para comunicação com os demais instrumentos;
- Gerador de funções com interface para comunicação com o computador;
- Software desenvolvido em LabVIEW [4] denominado “*Análise Espectral I DSO-X2002A.llb*”, que desempenhará a função de um *Analizador de Espectros* virtual. Este software está situado na pasta **PSI3214**. A Figura 1 ilustra o painel frontal deste VI.

O “*Analizador de Espectros Virtual*”<sup>1</sup> efetua:

- O **controle** do gerador de funções real, por meio do comando “**GERADOR DE FUNÇÕES**” (via GPIB);
- A **aquisição** de amostras do sinal visualizado na tela do osciloscópio (pela porta USB);
- A **seleção** de subconjuntos das amostras adquiridas, por meio de cursores situados na janela “**Sinal Amostrado**”;
- O **cálculo** do espectro de Fourier destas amostras selecionadas, através do comando “**ANÁLISE DE FOURIER**”.



**Figura 1** - Painel frontal do Analizador de Espectros Virtual.

<sup>1</sup> Desenvolvido pelos estagiários Filipe Medeiros Braga, Harm D.P. Jorge, Luiz Henrique S. Rosa e Rogério T. Fujimoto, sob orientação da Prof<sup>a</sup>. Denise Consonni.

Os comandos do programa e suas funções são descritos com mais detalhes a seguir:

- **GERADOR DE FUNÇÕES**: permite configurar e comandar o gerador de funções (**HP33120A**) remotamente.
- **AQUISIÇÃO**: permite que amostras (ou pontos) do sinal do osciloscópio sejam capturadas.

**Note que:**

- i) **Número de Amostras**: indica o número de amostras do sinal a serem capturadas do osciloscópio, e este valor deve ser informado pelo usuário antes da aquisição;
- ii) **Período de Amostragem [s]**: informa ao usuário um valor calculado (não é possível alterá-lo). É a relação entre o intervalo de tempo total visualizado na tela do osciloscópio pelo número de amostras capturadas.
- iii) O sinal capturado do osciloscópio será visualizado na janela “**Sinal Amostrado**” no painel superior do software.

- **ANÁLISE DE FOURIER**: esta função processa os dados situados **entre os cursores da janela** definida pelo usuário, calculando o espectro do sinal através da Transformada Discreta de Fourier (TDF).

Observe que:

- i) **Tipo de Janela**  
Retangular ▼: o usuário deve escolher o tipo de janela **antes** da análise. Nesta experiência só utilizaremos a janela **Retangular**;

- iii) **Número de Pontos Selecionados**: o software indica o número de pontos (ou amostras) contidos ou selecionados entre os cursores e utilizados para calcular a TDF.

- iv) Na apresentação dos resultados, os elementos da TDF são convertidos para os fasores da série trigonométrica polar de Fourier (amplitudes e fases), por meio das relações (15) e (19) de [2].

- **Número de Raias Apresentadas**: esta função indica o número de raias espectrais da TDF apresentadas nos gráficos e tabelas. O usuário deve escolher este valor antes de efetuar a análise espectral.

- **MOSTRAR TABELA**: permite obter os valores numéricos que resultaram da aplicação da TDF.

- **MOSTRAR GRÁFICOS**: permite visualizar os gráficos gerados com maior resolução.

## 2.2 ANÁLISE ESPECTRAL DE SINAIS PERIÓDICOS

Vamos efetuar a análise espectral de alguns sinais com o sistema apresentado, seguindo-se as instruções a seguir.

### 2.2.1 ANÁLISE DE SINAIS SENOIDAIS:

a) Ajuste manualmente o gerador de funções\* (gerador real) para fornecer um sinal senoidal de **10 kHz**, amplitude **7 V<sub>pp</sub>**, no modo High Z.

**Nota:** Se o gerador estiver no modo “**rmt**”, tecle “**local**” no painel frontal do equipamento para ele voltar à condição padrão.

**\*Importante:** Neste experimento utilizaremos apenas o gerador modelo **HP33120A**.

b) No osciloscópio, visualize 10 períodos do sinal senoidal fazendo as conexões necessárias e meça os seguintes parâmetros: frequência do sinal, a amplitude (pico a pico) e o valor eficaz. Indique as grandezas na Tabela 2.

**Tabela 2:**

Frequência (Hz)	V <sub>pp</sub> (V)	V <sub>ef</sub> (V)	Taxa de varredura do osciloscópio

c) Com o software *Analisador de Espectros*, capture este sinal com **200** amostras.

**Nota:** Como a leitura dos sinais é feita através da conexão USB, não é necessário efetuar nenhuma ligação a mais entre o osciloscópio e o computador.

d) Em seguida, confira no software se os parâmetros **Tipo de Janela** e **Número de Raias Espectrais Apresentadas** estão selecionados como *Retangular* e *60*, respectivamente.

e) Efetue a análise de Fourier do sinal, selecionando-se exatamente **1** período do sinal. Para isso siga as etapas descritas a seguir:

- . Posicione com cuidado os dois cursores<sup>2</sup> contidos na janela *Sinal Amostrado* para delimitar um período do sinal com a maior exatidão possível. Use a indicação “*Tempo entre os Cursores*” situada abaixo do gráfico para certificar-se sobre os intervalos delimitados.

---

<sup>2</sup> Nesse programa, os cursores são amarelos.

**Dica:** Para conseguir delimitar períodos inteiros do sinal com exatidão, coloque o cursor do mouse no gráfico e clique o seu botão da direita. Selecione *visible itens* → *graphic palette*. Uma janela surgirá no painel frontal para efetuar zoom no gráfico.

**\*Nota Adicional:**

**ATENÇÃO:** Caso não selecione um número inteiro de períodos do seu sinal, ocorrerá um efeito denominado “VAZAMENTO ESPECTRAL”. Como consequência, componentes espúrios de frequência alta serão observados no espectro, e que não corresponderão ao sinal original. Informações adicionais sobre este efeito estão descritas no arquivo em anexo “**Erros da TDF**”. Vale a pena ler sobre este tipo de erro.

. Realize a **Análise de Fourier**, ativando o comando adequado.

Note que a *frequência fundamental da análise espectral*,  $f_d$  (ou *resolução espectral*) é calculada por (veja a equação 30 da Introdução Teórica):

$$(1) \quad f_d = 1/T_d,$$

em que  $T_d$  é a **duração da janela**, indicada sob o título “*Tempo entre os Cursores*”, no painel *Sinal Amostrado*.

A frequência da  **$k$ -ésima raia espectral** ( $f_k$ ) é calculada por:

$$(2) \quad f_k = k f_d.$$

Os índices  $k$  das raias espectrais estão representados no eixo x dos gráficos “*Amplitude da série trigonométrica (volts)*” e “*Fases da série trigonométrica (graus)*”.

**f)** Esboce o espectro obtido e faça uma análise do resultado, com atenção às seguintes perguntas:

- . Qual raia espectral da TDF apresentou amplitude significativa?
- . Qual é a amplitude e a frequência associada a essa raia?
- . Qual é a relação desse resultado com o sinal original?





i) Compare os dois espectros obtidos e descreva quais foram as principais diferenças ao aumentar o número de períodos numa determinada janela para realizar a TDF.

j) Volte a selecionar um único período do sinal e refaça a análise de Fourier. Veja o efeito de deslocar a posição da janela para outras regiões do sinal amostrado, observando o que ocorre com os espectros de Amplitudes e de Fases ao efetuar a análise de Fourier. Comente.

k) Altere a frequência do sinal senoidal para **47,5 kHz** no gerador de funções. Ajuste a taxa de varredura do osciloscópio para **200  $\mu\text{s}/\text{div}$**  e meça as grandezas indicadas na Tabela 4. Faça a aquisição do sinal com **1000 amostras**. Selecione uma janela de duração igual a **400  $\mu\text{s}$**  e “*número de raias espectrais apresentadas*” igual a **200**. A seguir faça a análise espectral. Preencha a 1ª linha da Tabela 5 do seu relatório com as informações solicitadas.

l) Repita a aquisição do mesmo sinal agora com **100 amostras**, selecionando-se uma janela de igual duração (**400  $\mu\text{s}$** ). Faça a análise espectral e compare os resultados com o obtido no espectro anterior. Indique os resultados na 2ª linha da Tabela 5.

**ATENÇÃO:** *Toda vez que o sinal a ser analisado contiver componentes espectrais com frequência superior a metade da frequência de amostragem ocorrerá o ERRO DE REBATIMENTO, dando origem a um falso componente de frequência baixa. Informações adicionais sobre este erro estão descritas no arquivo “**Erros da TDF**”.*

**Tabela 4:**

Frequência (Hz)	$V_{pp}$ (V)	$V_{ef}$ (V)	Taxa de varredura do osciloscópio

**Tabela 5:** Dados da análise espectral do sinal senoidal, com janela de duração igual a  $400 \mu s$ :

n° de amostras selecionadas na aquisição	n° de pontos selecionados na janela (entre os cursores)	Resolução espectral $f_d$ (Hz)	Índice do $k_{máx}$	$f_{kmáx}$ (Hz)	$f_a$ (Hz)	Índice espectral (k) da raia com maior amplitude	Amplitude calculada pela TDF neste índice espectral	Amplitude teórica esperada no mesmo índice espectral	Frequência da raia com maior amplitude
<b>1000</b>									
<b>100</b>									

**m)** Faça uma análise dos espectros obtidos nos dois últimos itens, com atenção às seguintes perguntas:

- . Por que a resolução espectral é a mesma nos dois casos?
- . Os sinais visualizados na tela “Sinal Amostrado” correspondem ao sinal observado no osciloscópio nas duas condições?
- . No segundo caso, por que a frequência do sinal analisado pela TDF não corresponde à frequência do sinal do osciloscópio?

Qual é o tipo de erro que está sendo observado no 2º caso?

### 2.2.2 ANÁLISE DA ONDA QUADRADA:

a) Ajuste o gerador de funções para gerar uma onda quadrada, adotando-se a mesma amplitude pico a pico do sinal utilizado **no item 1.a** e  $f_0 = 5 \text{ kHz}$ . Visualize o sinal no osciloscópio com taxa de varredura em **300  $\mu\text{s/div}$** . Indique na Tabela 6 os valores das grandezas obtidas no osciloscópio.

**Tabela 6:**

frequência (Hz)	$V_{PP}$ (V)	$V_{ef}$ (V)	Taxa de varredura do osciloscópio

b) Faça a aquisição do sinal com **1000 (mil)** amostras. Com os cursores, janel **nove** (9) períodos do sinal. Faça a análise de Fourier com o número de raias espectrais = **100**. Indique somente os harmônicos relevantes da sua análise na Tabela 7.

Imprima a tela da análise espectral e anexe-a ao seu relatório.

**Tabela 7 -** Dados da análise espectral da onda quadrada e dos harmônicos do item 1.a.

Dados extraídos da TDF				Dados do item 1.a		Erro relativo das amplitudes (%)
Nº de períodos na janela = _____	Índice espectral <b>k</b>	Frequência <b>f<sub>k</sub></b>	Amplitude <b>A<sub>k</sub></b>	Índice do harmônico <b>h</b>	Amplitude do <b>A<sub>h</sub></b> sintetizado	
Nº de pontos selecionados na janela = _____						
Resolução espectral <b>f<sub>d</sub></b> (Hz) = _____						
Frequência de amostragem = _____						

c) Complete a Tabela 7 com os harmônicos relevantes obtidos no item 1.a.

**d)** Examine os resultados que obteve com a TDF e compare-os com os valores que você usou no item 1.a. Verifique especialmente se os harmônicos pares da sua TDF são ou não desprezíveis. Discuta também qual foi o efeito de janelar o sinal com 9 períodos na análise de Fourier. Procure explicar eventuais discrepâncias.

**2.2.3 EFEITO DE REBATIMENTO:**

**a)** Mantendo-se o mesmo sinal e a mesma taxa de varredura do osciloscópio do item anterior, faça uma nova aquisição com **100** amostras. Delimite **9 períodos** do sinal entre os cursores e efetue a análise de Fourier. Anote na Tabela 8 somente as frequências e as amplitudes das raias espectrais mais significativas do espectro obtido. Imprima a tela da Análise Espectral obtida.

**Tabela 8:**

	Índice espectral <b>k</b>	Frequência <b>f<sub>k</sub></b>	Amplitude calculada <b>A<sub>k</sub></b>
Nº de períodos na janela = _____			
Nº de pontos selecionados na janela = _____			
Resolução espectral f <sub>d</sub> (Hz) = _____			
Frequência de amostragem f <sub>a</sub> (Hz) = _____			

b) Compare os valores obtidos com os resultados esperados teoricamente (ou seja, sem o efeito de rebatimento).

Considere os seguintes aspectos na sua discussão:

- . A frequência de amostragem e o critério de Nyquist;
- . As frequências reais e espúrias do sinal observadas após realizar a análise de Fourier.
- . Identifique que harmônicos do sinal real estão relacionados com as frequências espúrias observadas na análise.

Frequências espúrias ( $f_e$ ) são determinadas através da seguinte expressão:

$$f_e = |m f_a - f|, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

onde:  $m = 1$  se  $f_a/2 < f < 3f_a/2$ ;  $m = 2$  se  $3f_a/2 < f < 5f_a/2$  .....

c) Indique no gráfico impresso, quais raias são correspondentes ao sinal sem rebatimento, e as demais, oriundas do rebatimento, a que frequências do sinal original estão relacionadas.

### 3 ANÁLISE DE FOURIER DA RESPOSTA DE UM CIRCUITO RC

---

*Objetivo específico: avaliar a resposta de um circuito passa-baixas por meio da análise espectral.*

---

a) Monte o circuito indicado na Figura 2, usando  $R = 1,2 \text{ k}\Omega$  e  $C = 220 \text{ nF}$ . Selecione no gerador de funções **HP33120A** uma função “**sinc**”, acionando as teclas *shift*  $\rightarrow$  *arb*  $\rightarrow$  *sinc* no painel do equipamento, com frequência de **100 Hz** e amplitude pico a pico de **5 V**. Observe vários

períodos do sinal no osciloscópio e faça sua análise espectral do sinal de entrada ( $v_e$ ) adquirindo-se **1000** amostras do sinal. Imprima o espectro obtido.

Dica: ajuste o nível de trigger para visualizar adequadamente o sinal na tela do osciloscópio.

	<b>R</b>	<b>C</b>
<b>Valor nominal</b>	<b>1,2 k<math>\Omega</math></b>	<b>220 nF</b>
<b>Valor experimental</b>		

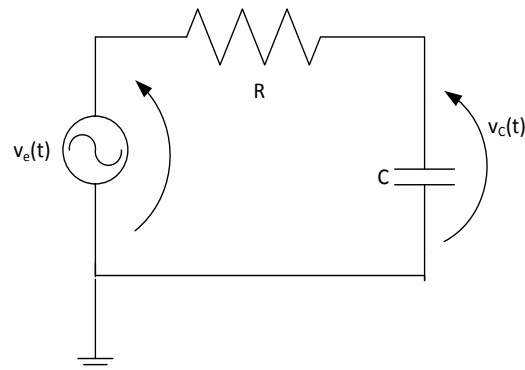
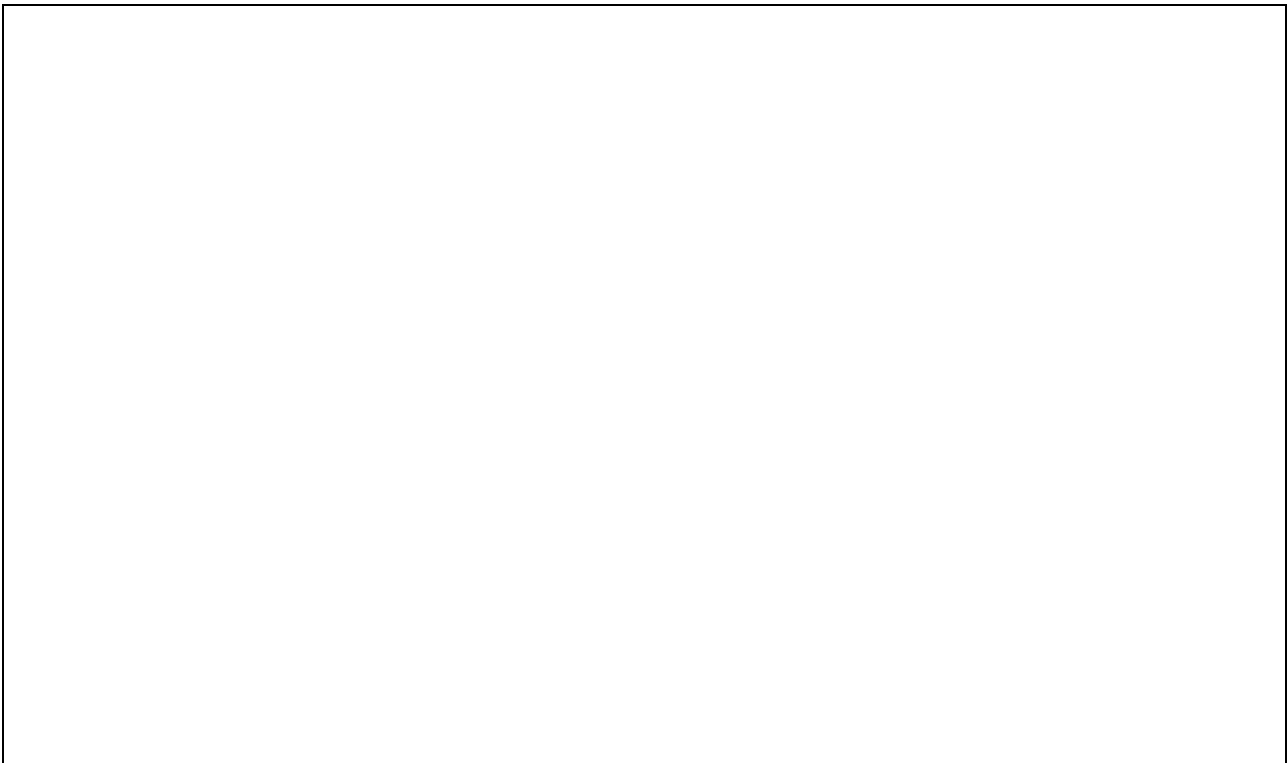


Figura 2: Circuito RC.

c) Faça a análise de Fourier da tensão de saída (sobre o capacitor) com o Analisador de Espectros\*, e compare o resultado obtido com o espectro da tensão  $v_e$  (tensão de alimentação = função sinc). Discuta se o resultado obtido é o esperado e comente como a análise de Fourier pode ajudar na caracterização de um filtro passa-baixas (como por exemplo, determinar a frequência de corte do filtro).

Imprima o espectro de  $v_C$  para auxiliá-lo na análise dos resultados.

\* O software *Análise Espectral\_I\_DSO-X2002A.llb* só adquire sinais do canal 1 do osciloscópio.



## **5 PROGRAMAS**

**Análise Espectral I\_DSO-X2002A e Sintetizador de Sinais**, baseados somente com instrumentos virtuais, a serem utilizados em qualquer micro.

## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] - ORSINI, L. Q., CONSONNI, D., *Curso de Circuitos Elétricos*, vol. 2, S. Paulo, ed. Blucher, 2004.
- [2] – NASCIMENTO, V.H., *Introdução à Análise de Fourier*. Apostila do curso PSI3214, EPUSP, 2015.
- [3] – NASCIMENTO, V. H., *Exemplos com Séries de Fourier*. Apostila do curso PSI3214, EPUSP, 2015.