LISTA DE EXERCÍCIOS – Tese de Church, Computabilidade e Complexidade

1. Seja $M = (K, \Sigma, \delta, s)$, em que $K = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, \#\}$, $s = q_0$, e δ é fornecido pela tabela abaixo:

q	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_0	a	$(q_1, \#)$
q_0	#	$(h, \#)$
q_1	a	(q_0, a)
q_1	#	(q_0, R)

a) Construa uma gramática para realizar a mesma computação que esta máquina de Turing.
b) Exiba uma configuração de parada desta máquina partindo de $(q_0, \underline{a}a)$, e a correspondente derivação usando a gramática construída na parte a).
c) Idem anterior, com a configuração $(q_0, \#a\underline{a})$.

2. Seja $M = (\{q_1, q_2\}, \{\#, I\}, \delta, q_2)$, em que $a_1 = \#$, $a_2 = I$,e δ é fornecido pela tabela abaixo:

q	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_1	#	(q_1, L)
q_1	I	$(q_2, \#)$
q_2	#	(q_2, L)
q_2	I	(h, I)

a) Calcule $\rho(M)$

b) Idem para $\rho(\#II\#)$.

3. Prove que a classe de linguagens Turing-aceitáveis é fechada sobre união e interseção (foi demonstrado que não é fechada sobre complementação através da linguagem $\overline{K}_1$).

4. Prove que todo conjunto finito é Turing-decidível.

5. Uma máquina de Turing M é dita "em um ciclo" se há alguma configuração C tal que $(s, \#w\underline{\#}) \vdash_M^* C \vdash_M^+ C$ (onde $\vdash_M^+$ indica pelo menos um passo de computação). Mostre que se $L \subseteq \Sigma^*$ é Turing-aceitável, então L é aceita por uma máquina de Turing que não entra em um ciclo com qualquer entrada $w \in \Sigma^*$.

6. Mostre que $f:\{I, c\}^* \rightarrow \{I, c\}^*$, onde $f(w)=\varepsilon$ se $w \neq \rho(M)$ para alguma máquina de Turing M, ou $f(w)= \rho(M')$ se $w= \rho(M)$ para alguma máquina de Turing M, e M' é alguma máquina de Turing que pára nas mesmas entradas de M e que o número de estados de M' é o menor possível. (Logo, não existe um algoritmo para minimizar o número de estados de uma máquina de Turing).

7. Mostre que se L é livre de contexto então $L \in \mathscr{P}$.

8. Mostre que a linguagem $L=\{\rho(M)\, \rho(w)$: a máquina de Turing determinística M pára com a entrada w após no máximo $|w^2|$ passos$\} \in \mathscr{P}$.