

Flutuação Estatística de Ativos Financeiros

Augusto Carvalho

Instituto de Física - Universidade de São Paulo

15 de Dezembro de 2017

Motivação e Objetivos

- A Teoria Moderna de Portfólios (TMP) busca estudar e modelar a decisão individual de alocação de **investimento** dos agentes de uma economia.
- Por que entender essa decisão é importante?
 - **Indivíduo:** a decisão entre consumo e investimento nos ensina sobre o bem estar do indivíduo (social). Entender como alocar o que não se consome pode melhorar o desenho de políticas públicas.
 - **País:** existe consenso de que o mecanismo de poupança e investimento é importante para o desenvolvimento econômico. “Em que investir” (alocação) é uma decisão intrínseca desse mecanismo.
- Tentaremos testar a aderência dos dados às hipóteses necessárias para a especificação do modelo teórico.

Fundamentos e Hipóteses

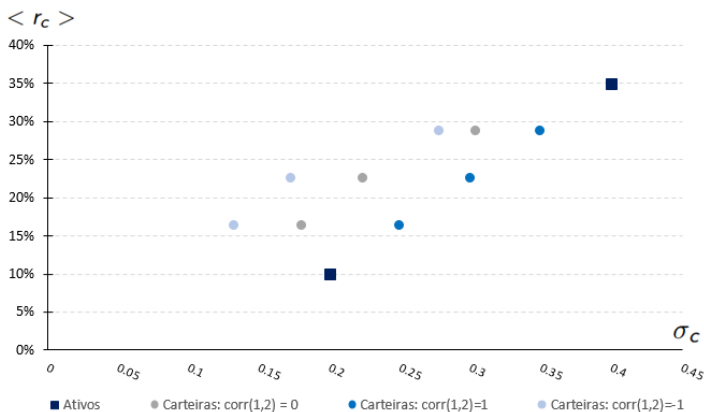
- A TMP é construída a partir de pressupostos sobre os ativos financeiros e os investidores. Nos concentraremos em três:
 - Hip. 1) Ativos diferentes apresentam características próprias de risco (incerteza) e retorno futuro;
 - Hip. 2) As pessoas são “avessas” ao risco e pedem um “prêmio” pelo investimento arriscado;
 - Hip. 3) O retorno futuro é desconhecido e é tratado como uma variável aleatória (gaussiana).
- No contexto econômico, entende-se retorno (r) como a variação do preço do ativo e risco (σ) como a incerteza sobre o preço futuro.
- O modelo então utiliza objetos matemáticos para falar sobre eventos que podem vir a acontecer.

Um Modelo TMP Simples

- Sobre um determinado ativo, podemos dizer que apresenta:
 1. Retorno Esperado: $\langle r \rangle$;
 2. Variância Esperada: $\langle \sigma^2 \rangle$.
- Com o objetivo de maximizar o retorno e minimizar o risco, pode-se combinar ativos para formar carteiras (ou “portfólios”).
- Pode-se mostrar para o caso geral de uma carteira com n ativos:
 1. Retorno Esperado da Carteira: $\langle r_c \rangle = \sum_{i=1}^n \omega_i \langle r_i \rangle$;
 2. Variância Esperada da Carteira:
 $\langle \sigma_c^2 \rangle = \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{i \neq j}^n \omega_i \omega_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$.

Caso $n = 2$ no Plano Risco vs Retorno

- Cada ativo (ou carteira) pode ser representado por um ponto no plano Risco vs Retorno. Eixo “x” corresponde ao risco (σ) e o eixo “y” corresponde ao retorno esperado ($\langle r \rangle$).



Na vida Real Esperamos...

- Ao se fazer um exercício com dados de ativos reais, seria bom poder verificar as hipóteses que foram utilizadas para se construir o modelo...
- Em particular, as hipóteses (2) e (3) merecem atenção especial.

Dados do IBOVESPA: Carteiras Aleatórias

- Utilizando dados reais, podemos estimar covariâncias entre os ativos e montar carteiras.

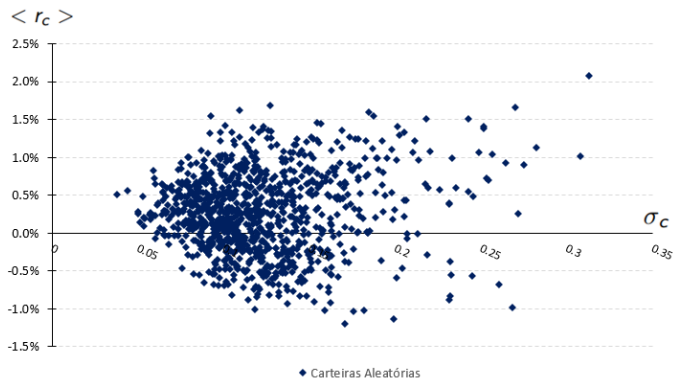


Figura: Mil carteiras com combinações aleatórias de ativos. Restrição $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$.

Dados do IBOVESPA: Fronteira Eficiente (FE)

- Dado duas carteiras de igual retorno, pessoas avessas ao risco procuram escolher as de menor variância.

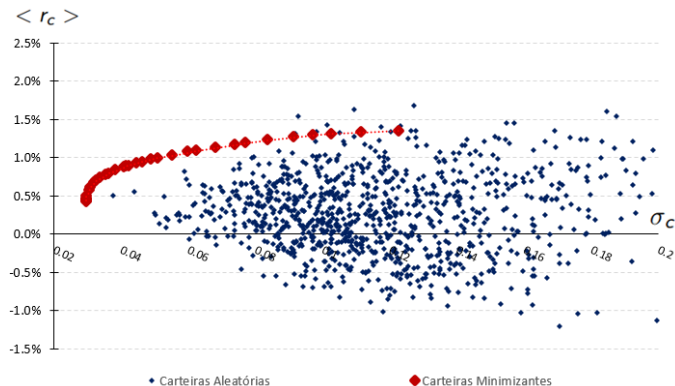
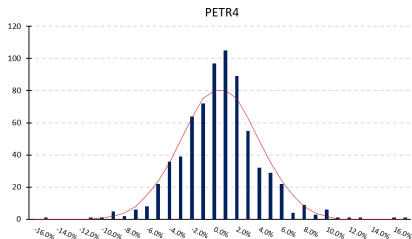


Figura: Carteiras que minimizam a expressão σ_c para cada dado nível de $\langle r_c \rangle$

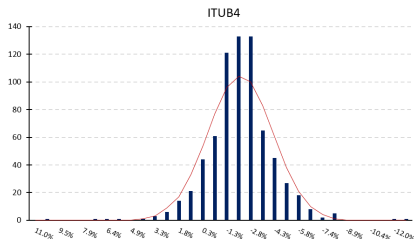
Adequação da Teoria: Hip. 2

- Retornos financeiros são crescentes no risco dos ativos e constata-se a existência do “prêmio” teórico.
- O comportamento assintótico da FE: quem quer retornos maiores tem que se expor a muito mais risco.
- A segunda hipótese parece refletir a realidade e os agentes de fato apresentam aversão ao risco.

Dados do IBOVESPA: Retornos por Ativo

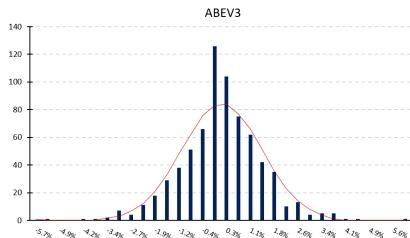


PETRA	
Média	0.0014
Erro-padrão	0.0013
Mediana	0.0002
Moda	-0.0014
Desvio-padrão	0.0349
Variância da amostra	0.0012
Curtose	2.1473
Assimetria	0.2483

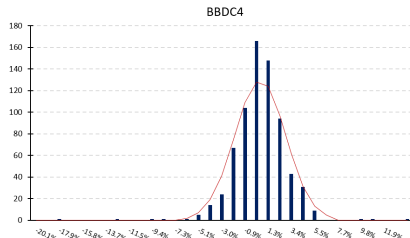


ITUB4	
Média	0.0005
Erro-padrão	0.0008
Mediana	0.0000
Moda	-0.0005
Desvio-padrão	0.0207
Variância da amostra	0.0004
Curtose	4.2827
Assimetria	-0.1070

Dados do IBOVESPA: Retornos por Ativo

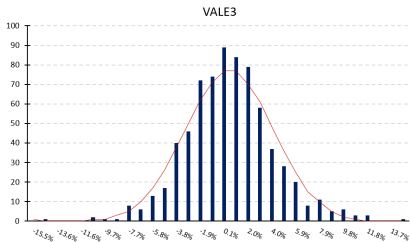


ABEV3	
Média	0.0004
Erro-padrão	0.0005
Mediana	0.0001
Moda	-0.0004
Desvio-padrão	0.0127
Variância da amostra	0.0002
Curtose	1.5532
Assimetria	-0.0051

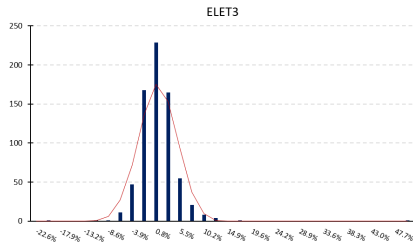


BBDC4	
Média	0.0002
Erro-padrão	0.0009
Mediana	0.0007
Moda	-0.0002
Desvio-padrão	0.0232
Variância da amostra	0.0005
Curtose	9.6107
Assimetria	-0.7744

Dados do IBOVESPA: Retornos por Ativo

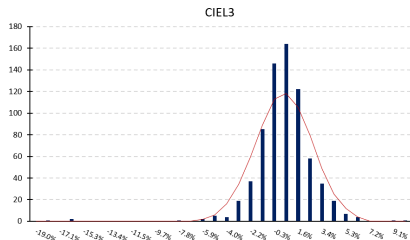


VALE3	
Média	0.0012
Erro-padrão	0.0013
Mediana	-0.0012
Moda	-0.0012
Desvio-padrão	0.0358
Variância da amostra	0.0013
Curtose	1.0854
Assimetria	0.2027

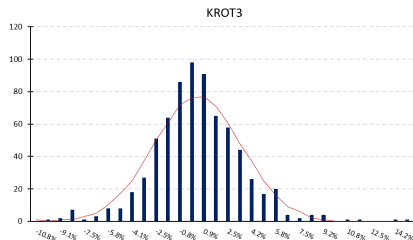


ELET3	
Média	0.0024
Erro-padrão	0.0014
Mediana	-0.0013
Moda	-0.0024
Desvio-padrão	0.0373
Variância da amostra	0.0014
Curtose	43.4139
Assimetria	3.2933

Dados do IBOVESPA: Retornos por Ativo

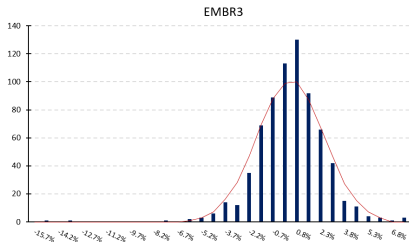


<i>CIEL3</i>	
Média	-0.0005
Erro-padrão	0.0008
Mediana	-0.0001
Moda	0.0005
Desvio-padrão	0.0222
Variância da amostra	0.0005
Curtose	15.1600
Assimetria	-1.7604

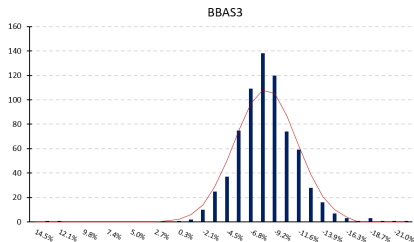


<i>KROT3</i>	
Média	0.0008
Erro-padrão	0.0011
Mediana	-0.0008
Moda	-0.0008
Desvio-padrão	0.0305
Variância da amostra	0.0009
Curtose	1.9506
Assimetria	0.2636

Dados do IBOVESPA: Retornos por Ativo



EMBR3	
Média	-0.0005
Erro-padrão	0.0008
Mediana	0.0005
Moda	0.0005
Desvio-padrão	0.0210
Variância da amostra	0.0004
Curtose	6.9297
Assimetria	-0.9289



BBA53	
Média	0.0010
Erro-padrão	0.0012
Mediana	-0.0010
Moda	-0.0010
Desvio-padrão	0.0308
Variância da amostra	0.0009
Curtose	6.4320
Assimetria	-0.3239

Adequação da Teoria: Hip. 3

- A distribuição de retornos não é bem representada por uma curva gaussiana.
- Excesso de curtose e assimetria são facilmente detectados.
- A terceira hipótese não parece adequada para representar a realidade.

Implicações da (Não)Aderência do Modelo Teórico

- O desvio padrão não é uma representação eficiente de risco. Utilização de TMP como ferramenta necessariamente cria alocações ruins nesse sentido.
- Grandes crises e faturas (“eventos de cauda”) não são bem modelados pela teoria. E crises são importantes....
(vide ano passado)
- A Falta de uma ferramenta que represente bem o risco é um obstáculo para se alocar capital de maneira eficiente. (Qual a implicação disso para pessoas “avessas” ao risco?)

Referências

FRENCH K. R.; SCHWERT G. W.; STAMBAUGH R.F. Expected stock returns and volatility, *Journal of Financial Economics*, 1987.

HARVEY C. R. Predictable risk and returns in emerging markets, *The Review of Financial Studies*, 1995.

SHEIKH A. Z.; QIAO H. Non-normality of market returns, *The Journal of Alternative Investments*, 2010.

Apêndice - Matriz de Covariâncias

	VALES	PETRA4	ITUB4	GGBR4	BBAS3	BBDC4	VALE3	USIMS	ITSA4	CYRE3	GFS3	CSNA3	AMBV4	LREN3	TIMP3	GOLL4	LAME4	CRUZ3	BRAP4	KLBN4
VALES	0.0025	0.0019	0.0017	0.0025	0.0016	0.0016	0.0026	0.0023	0.0017	0.0022	0.0024	0.0025	0.0007	0.0012	0.0011	0.0014	0.0015	0.0006	0.0027	0.0014
PETRA4	0.0019	0.0028	0.0018	0.0024	0.0016	0.0016	0.0020	0.0021	0.0017	0.0024	0.0025	0.0024	0.0006	0.0012	0.0013	0.0014	0.0014	0.0006	0.0021	0.0014
ITUB4	0.0017	0.0018	0.0033	0.0025	0.0024	0.0027	0.0018	0.0020	0.0031	0.0029	0.0030	0.0022	0.0011	0.0018	0.0016	0.0020	0.0021	0.0010	0.0019	0.0015
GGBR4	0.0025	0.0024	0.0025	0.0043	0.0023	0.0023	0.0027	0.0033	0.0025	0.0031	0.0032	0.0034	0.0010	0.0017	0.0015	0.0021	0.0019	0.0009	0.0028	0.0018
BBAS3	0.0016	0.0016	0.0024	0.0023	0.0033	0.0021	0.0016	0.0021	0.0024	0.0029	0.0029	0.0021	0.0009	0.0018	0.0012	0.0018	0.0018	0.0009	0.0019	0.0013
BBDC4	0.0016	0.0016	0.0027	0.0023	0.0021	0.0026	0.0017	0.0019	0.0026	0.0026	0.0027	0.0021	0.0010	0.0016	0.0014	0.0018	0.0019	0.0009	0.0018	0.0014
VALE3	0.0026	0.0020	0.0018	0.0027	0.0016	0.0017	0.0029	0.0024	0.0017	0.0022	0.0025	0.0027	0.0007	0.0012	0.0012	0.0014	0.0014	0.0006	0.0029	0.0015
USIMS	0.0023	0.0021	0.0020	0.0033	0.0021	0.0019	0.0024	0.0044	0.0020	0.0027	0.0029	0.0034	0.0009	0.0016	0.0013	0.0017	0.0018	0.0006	0.0026	0.0017
ITSA4	0.0017	0.0017	0.0031	0.0025	0.0024	0.0026	0.0017	0.0020	0.0032	0.0029	0.0029	0.0022	0.0011	0.0018	0.0016	0.0020	0.0021	0.0010	0.0019	0.0016
CYRE3	0.0022	0.0024	0.0029	0.0031	0.0029	0.0026	0.0022	0.0027	0.0029	0.0064	0.0058	0.0029	0.0012	0.0029	0.0018	0.0028	0.0028	0.0009	0.0024	0.0018
GFS3	0.0024	0.0025	0.0030	0.0032	0.0029	0.0027	0.0025	0.0029	0.0029	0.0058	0.0072	0.0031	0.0012	0.0029	0.0015	0.0031	0.0027	0.0007	0.0027	0.0018
CSNA3	0.0025	0.0024	0.0022	0.0034	0.0021	0.0021	0.0027	0.0034	0.0022	0.0029	0.0031	0.0041	0.0008	0.0015	0.0015	0.0021	0.0018	0.0006	0.0028	0.0018
AMBV4	0.0007	0.0006	0.0011	0.0010	0.0009	0.0010	0.0007	0.0009	0.0011	0.0012	0.0012	0.0008	0.0014	0.0010	0.0007	0.0010	0.0010	0.0008	0.0008	0.0007
LREN3	0.0012	0.0012	0.0018	0.0017	0.0018	0.0016	0.0012	0.0016	0.0018	0.0029	0.0029	0.0015	0.0010	0.0038	0.0007	0.0022	0.0023	0.0008	0.0014	0.0010
TIMP3	0.0011	0.0013	0.0016	0.0015	0.0012	0.0014	0.0012	0.0013	0.0016	0.0018	0.0015	0.0015	0.0007	0.0007	0.0040	0.0015	0.0013	0.0007	0.0014	0.0012
GOLL4	0.0014	0.0014	0.0020	0.0021	0.0018	0.0018	0.0014	0.0017	0.0020	0.0028	0.0031	0.0021	0.0010	0.0022	0.0015	0.0057	0.0021	0.0009	0.0016	0.0013
LAME4	0.0015	0.0014	0.0021	0.0019	0.0018	0.0019	0.0014	0.0018	0.0021	0.0028	0.0027	0.0018	0.0010	0.0023	0.0013	0.0021	0.0035	0.0009	0.0016	0.0014
CRUZ3	0.0006	0.0006	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0006	0.0006	0.0010	0.0009	0.0007	0.0006	0.0008	0.0008	0.0007	0.0009	0.0009	0.0019	0.0007	0.0007
BRAP4	0.0027	0.0021	0.0019	0.0028	0.0019	0.0018	0.0029	0.0026	0.0019	0.0024	0.0027	0.0028	0.0008	0.0014	0.0014	0.0016	0.0016	0.0007	0.0033	0.0016
KLBN4	0.0014	0.0014	0.0015	0.0018	0.0013	0.0014	0.0015	0.0017	0.0016	0.0018	0.0018	0.0018	0.0007	0.0010	0.0012	0.0013	0.0014	0.0007	0.0016	0.0025