

Estudo do Período de um Pêndulo Simples

Adeildo Santos
Brian Yurgel
Daniel Marangoni
Rafael Scatena

Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental
Instituto de Física - Universidade de São Paulo

13 de dezembro de 2017

- Introdução
- Objetivos
- Método experimental
- Análise de dados
- Conclusão
- Referências bibliográficas

- O pêndulo simples consiste de uma massa puntiforme presa à um fio inextensível que oscila em torno de um ponto fixo.
- Da segunda lei de Newton, obtemos a equação do movimento para o pêndulo simples:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0 \quad (1)$$

onde g é a aceleração da gravidade e L é o comprimento do fio. Utilizando a aproximação de pequenas oscilações $\sin \theta \approx \theta$.

- Desta forma, a equação que descreve o movimento do pêndulo fica

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0 \quad (2)$$

a partir da qual obtém-se o período de oscilação para a pequenas oscilações

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (3)$$

- Para ângulos iniciais θ_0 de até 60 graus, é válida a seguinte aproximação

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \left(1 + \frac{\theta^2}{16}\right) \quad (4)$$

- Medir o período de oscilação do pêndulo para diferentes ângulos com o auxílio do software *Tracker*;
- Verificar a validade da aproximação para pequenas oscilações para os ângulos estudados;
- Para ângulos tais que a aproximação de pequenas oscilações não é válida, verificar a aplicabilidade da equação para ângulos até 60 graus

Método experimental

- Linha de Náilon de $(167,58 \pm 0,16 \text{ cm})$ presa ao teto;
- A massa do pêndulo é uma esfera de chumbo pintada de preto para maior contraste;
- O fundo é encapado com papel branco;
- Vídeo adquirido com camera comercial presa ao tripé com 29 quadros por segundo;
- Vídeos processados com o software Tracker na função auto-tracker ou manual;

A massa do pêndulo foi solta de um dado ângulo máximo.

Tabela: Quantidade de vídeos para cada ângulo máximo

Ângulo máximo	Quantidade de vídeos
$(0,449 \pm 0,030)^\circ$	2
$(0,989 \pm 0,029)^\circ$	5
$(3,000 \pm 0,027)^\circ$	6
$(6,000 \pm 0,023)^\circ$	4
$(10,000 \pm 0,021)^\circ$	6
$(15,000 \pm 0,017)^\circ$	3
$(20,000 \pm 0,018)^\circ$	3
$(25,000 \pm 0,017)^\circ$	3
$(30,000 \pm 0,017)^\circ$	3
$(35,000 \pm 0,017)^\circ$	3
$(40,000 \pm 0,017)^\circ$	3

Incertezas obtidas por propagação de incertezas

Dados Tracker Oscilação com 10 Graus

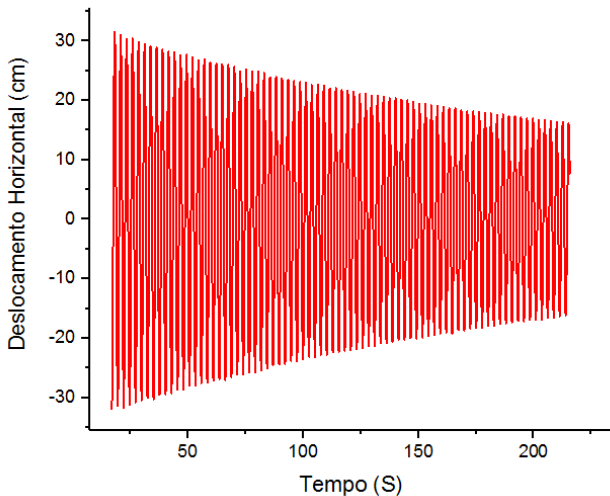
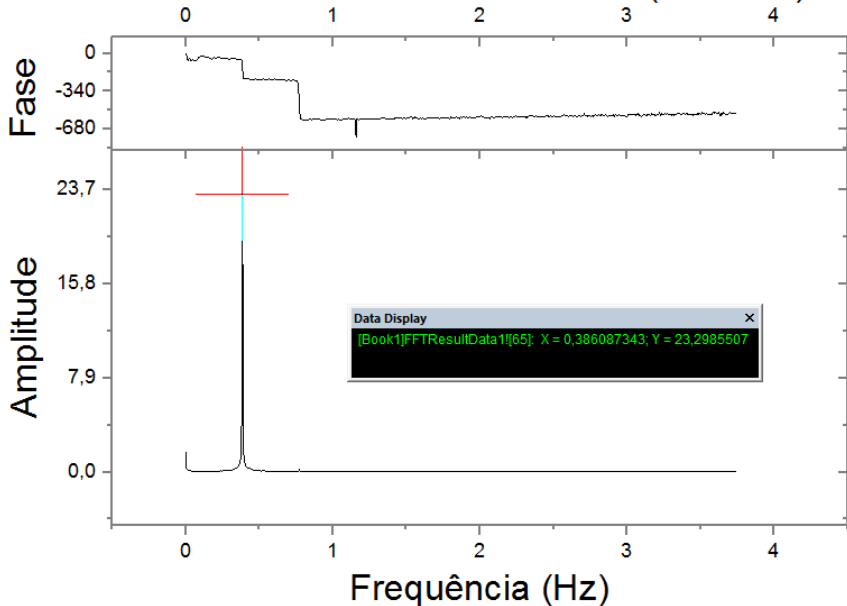
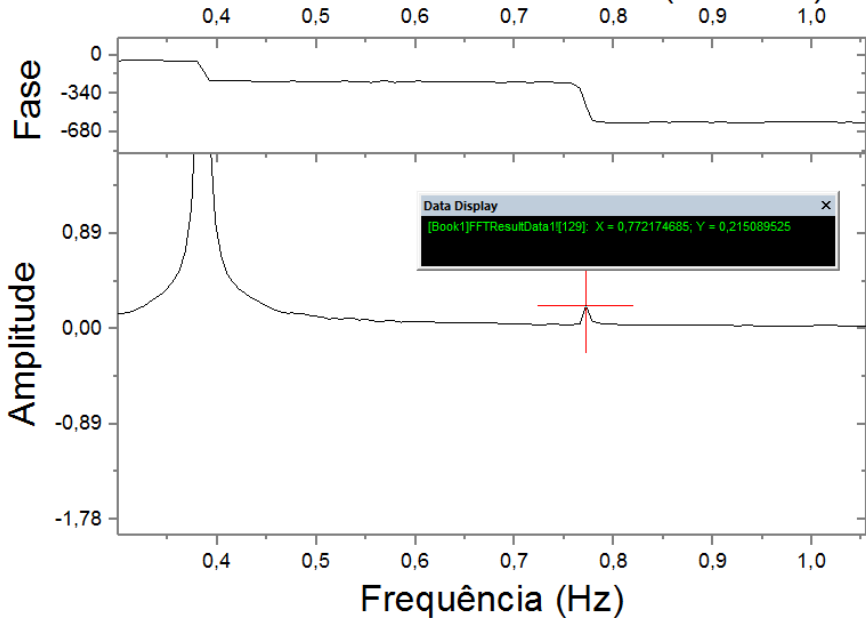


Figura: Deslocamento horizontal para 10 graus

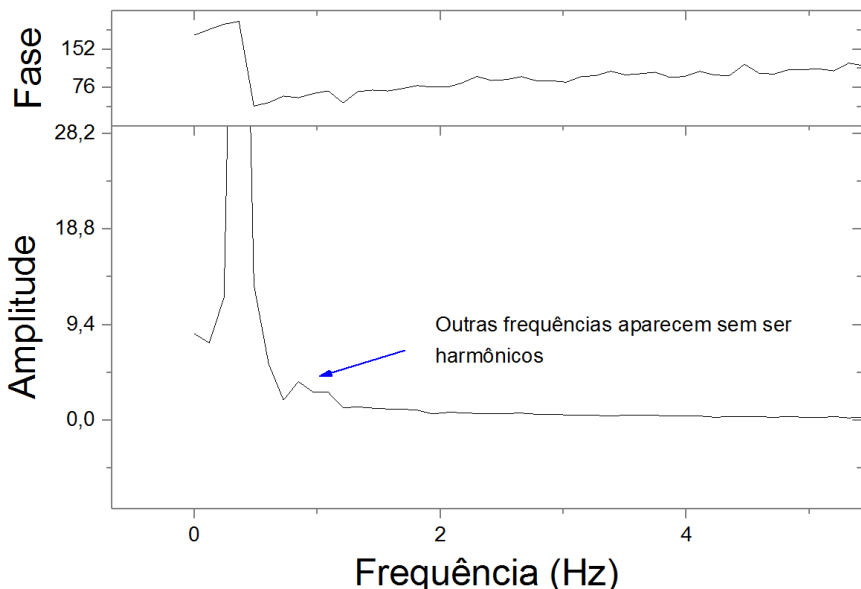
Transformada Fourier 10 Graus (5o video)



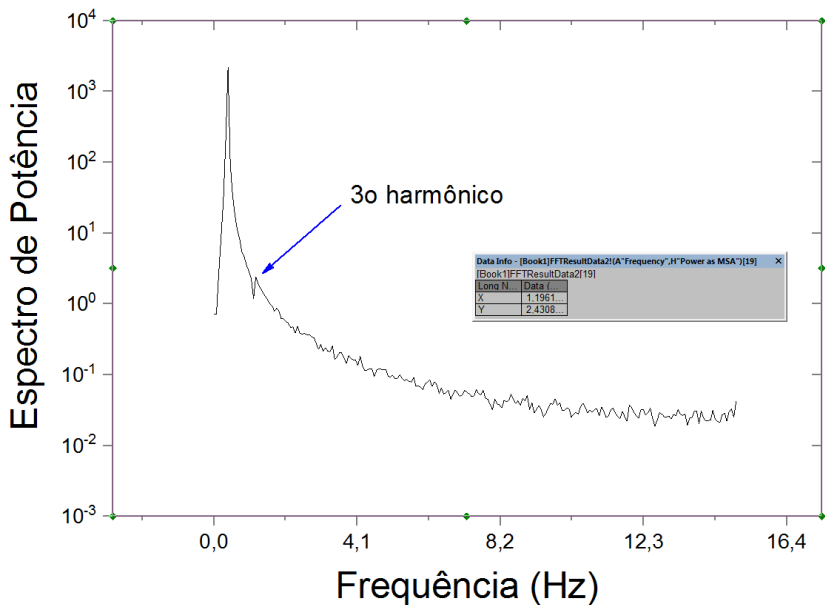
Transformada Fourier 10 Graus (5o video)



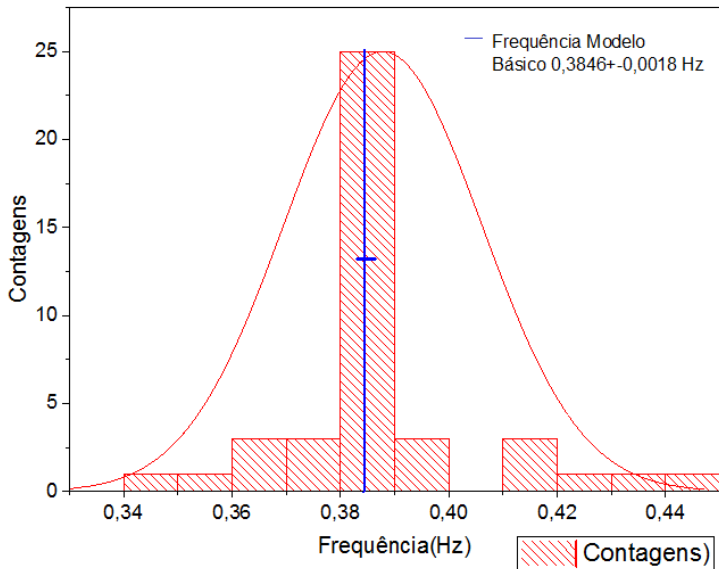
Transformada de Fourier 30 Graus



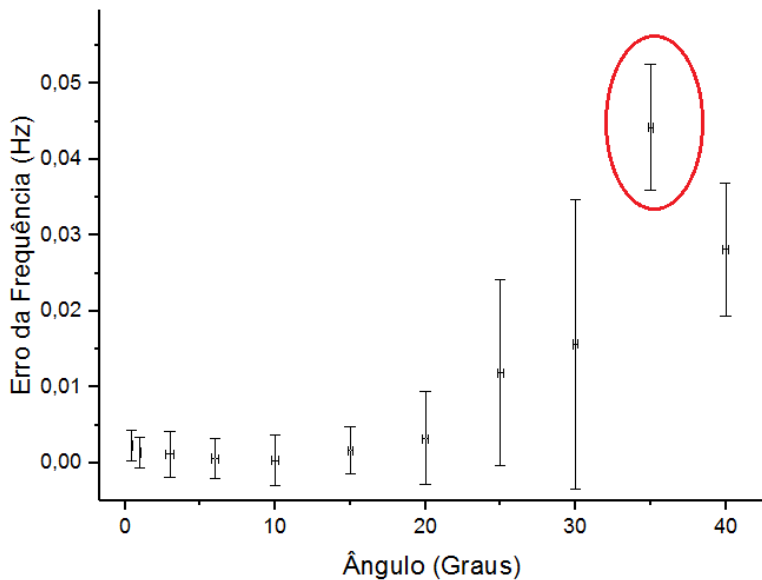
Espectro de Potências Transformada de Fourier 25 Graus



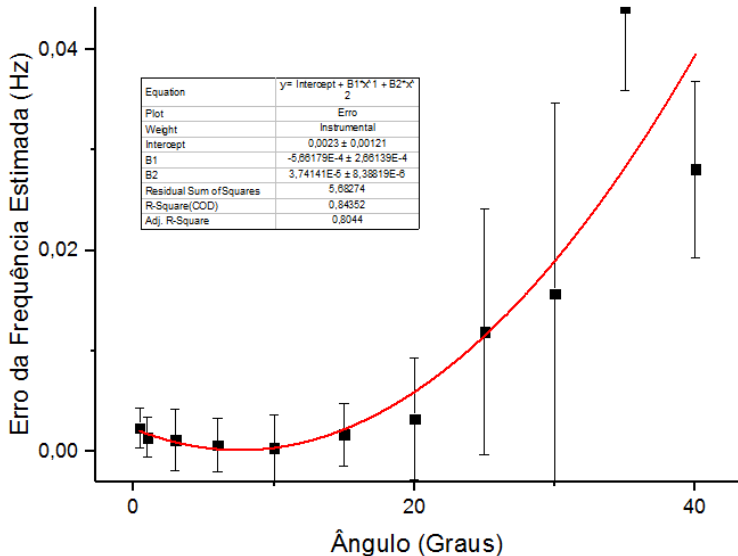
Histograma Frequências Estimadas para Todos Vídeos



Erro na Estimativa da Frequência por Ângulo Máximo



Ajuste Polinomial



Resíduo

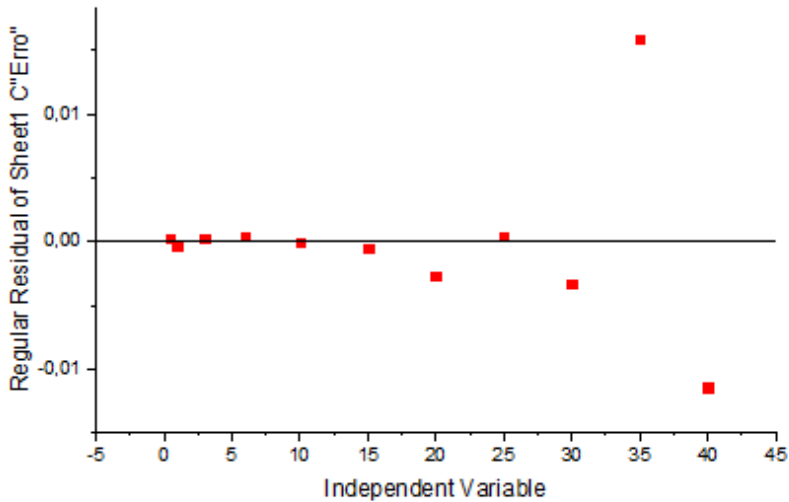


Diagrama de Dispersão do Desvio Padrão da Média

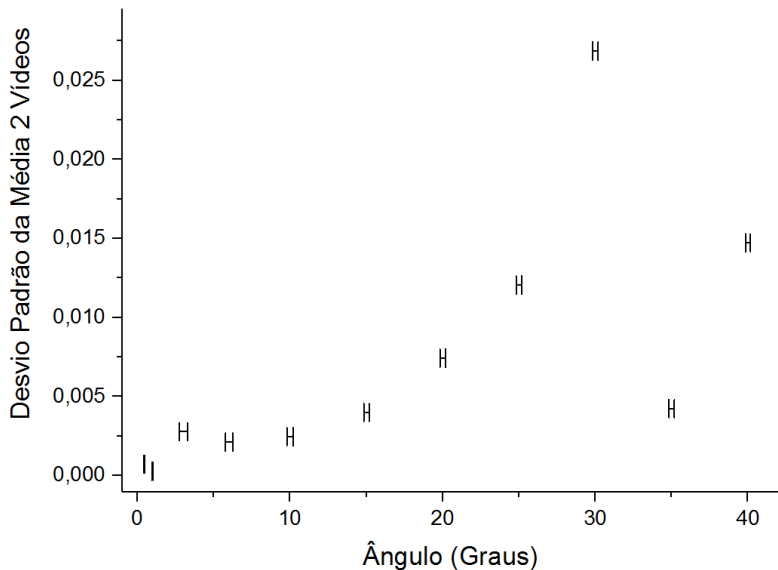
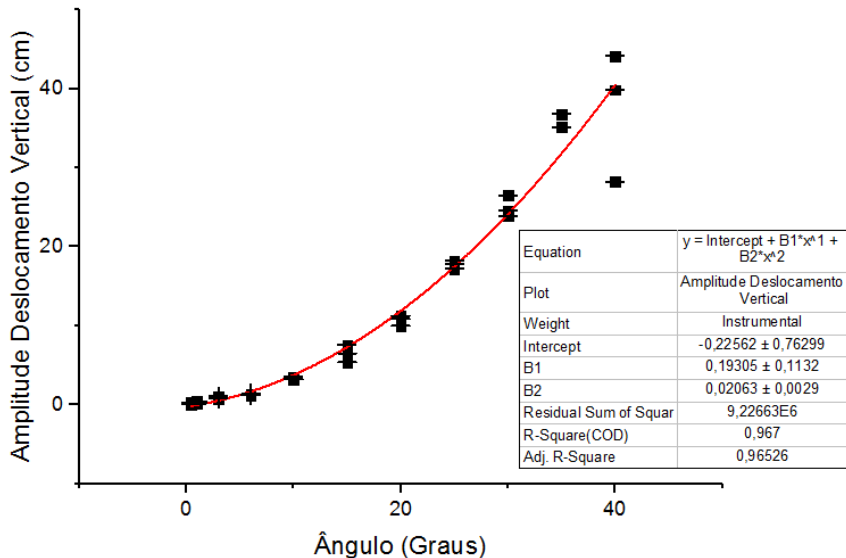


Tabela: Estimativa de frequência e teste-t

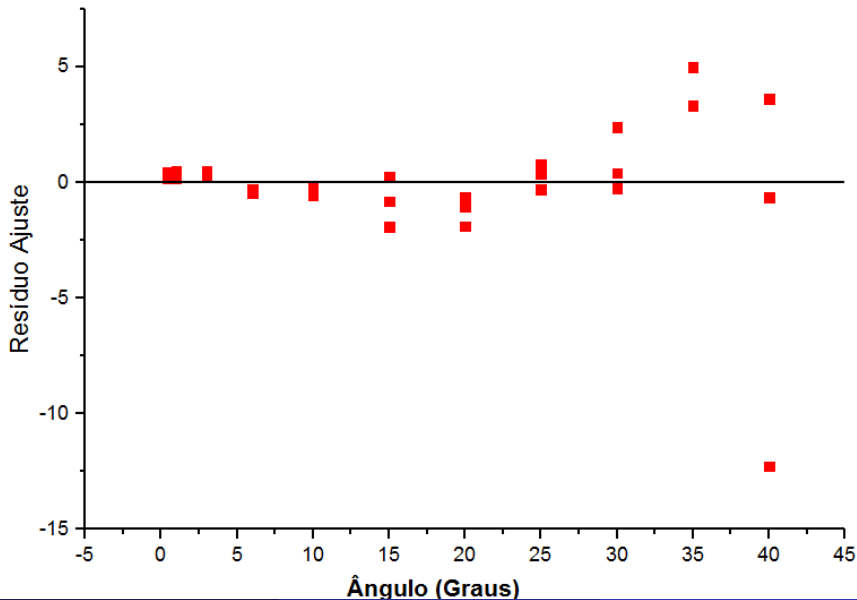
Graus	Frequência Média (Hertz)	dp média	Teste-t
$(0,449 \pm 0,030)^\circ$	0,38694	0,00072	1,170677
$(0,989 \pm 0,029)^\circ$	0,38600	0,00069	0,705122
$(3,000 \pm 0,027)^\circ$	0,3858	0,0024	0,382004
$(6,000 \pm 0,023)^\circ$	0,3852	0,0019	0,237173
$(10,000 \pm 0,021)^\circ$	0,3843	0,0028	-0,10685
$(15,000 \pm 0,017)^\circ$	0,3829	0,0025	-0,53931
$(20,000 \pm 0,018)^\circ$	0,3814	0,0058	-0,532
$(25,000 \pm 0,017)^\circ$	0,3965	0,0121	0,975231
$(30,000 \pm 0,017)^\circ$	0,4003	0,0190	0,823821
$(35,000 \pm 0,017)^\circ$	0,4288	0,0081	5,325655
$(40,000 \pm 0,017)^\circ$	0,3565	0,0086	-3,20149

Ajuste Polinomial para Amplitude do Deslocamento Vertical

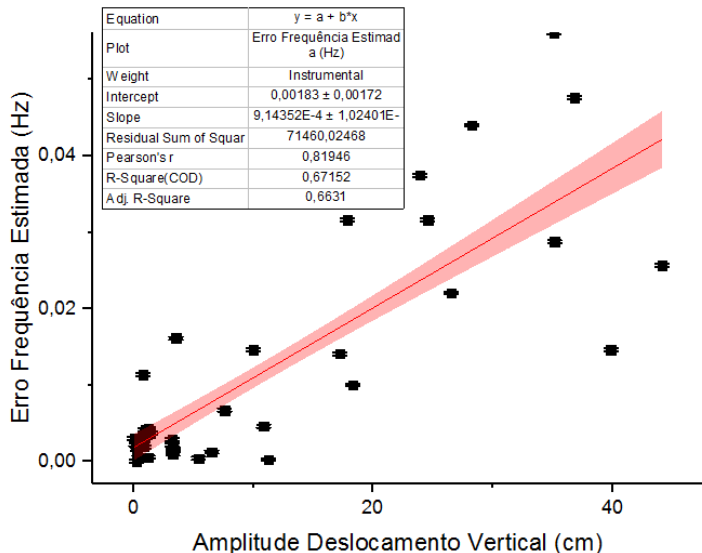




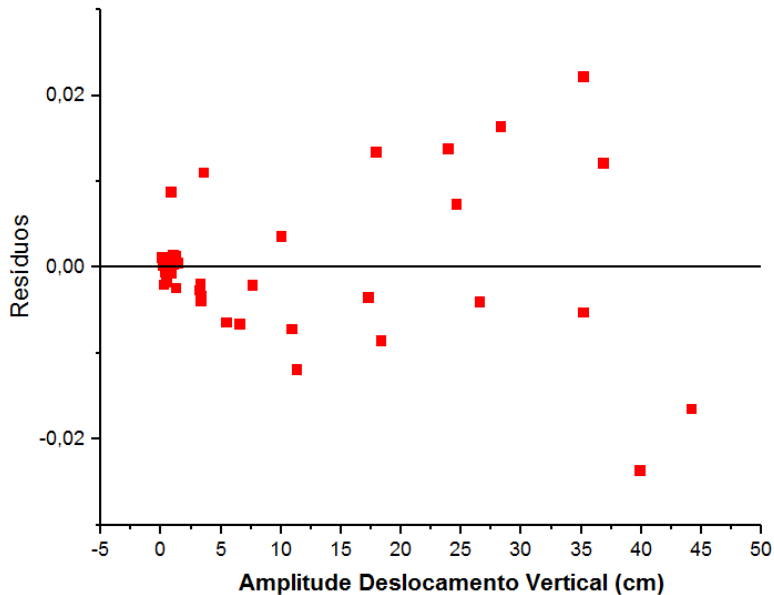
Resíduo Ajuste Parábola



Efeito do Aumento da Amplitude Vertical sobre o Erro da Frequência



Resíduos

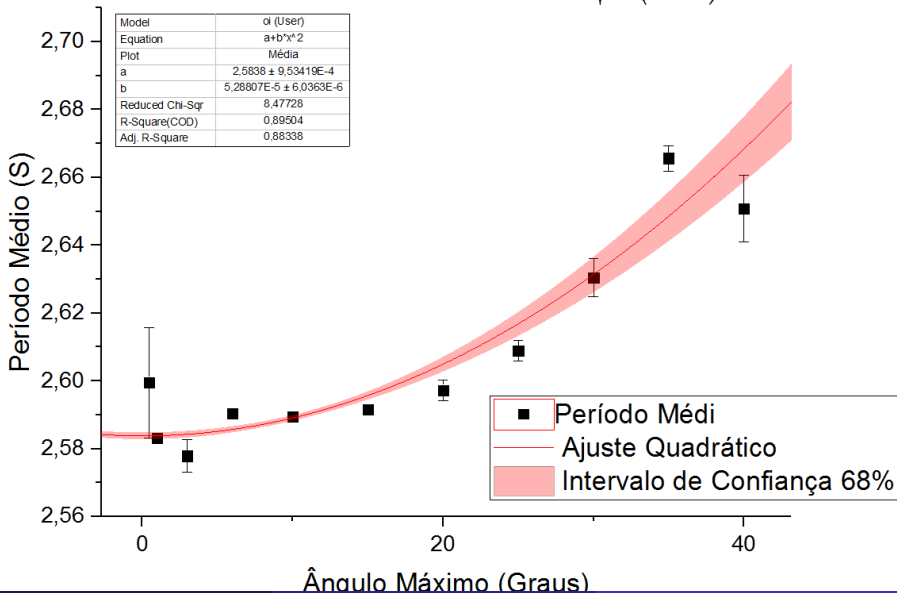


A análise dos dados foi feita novamente calculando o período do pêndulo "manualmente" através do número de picos no gráfico. Os resultados do novo processo de análise são apresentados a seguir

Tabela:

Ângulo (graus)	Média	σ_m	Compatível
0,45	2,6000	0,016	Sim
0,99	2,58324	0,0004	Sim
3	2,5778	0,0048	Sim
6	2,5904	0,0010	Sim
10	2,5894	0,0004	Sim
15	2,5913	0,0012	Sim
20	2,5972	0,0030	Sim
25	2,6089	0,0030	Sim
30	2,6304	0,0056	Não
35	2,6656	0,0037	Não
40	2,6508	0,0098	Não

Ajuste Modelo até 60° $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{\theta_0^2}{16}\right)$.



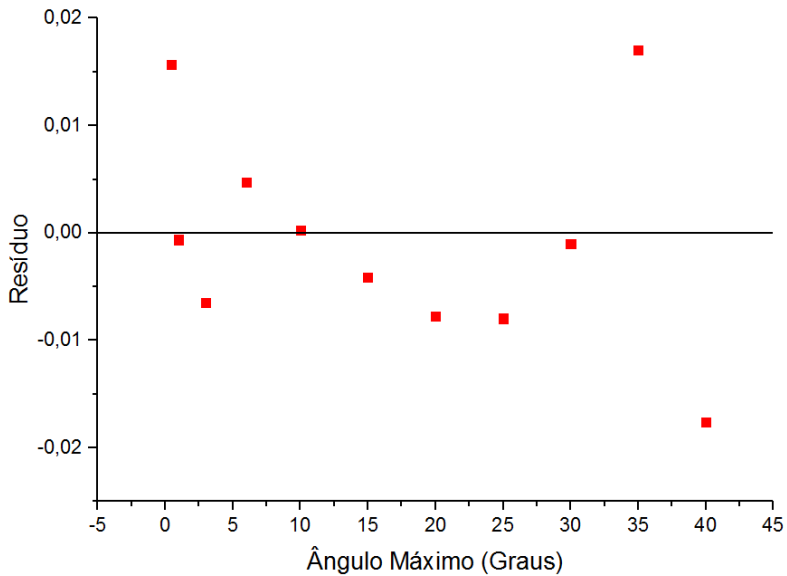
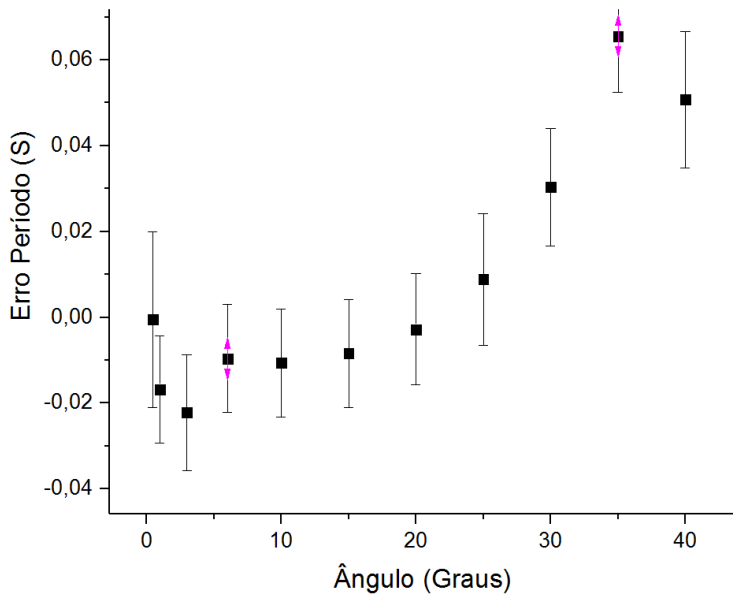


Tabela:

	Valor	Erro
P ajuste (s)	2,58380	0,00095
P calculado (s)	2,600	0,013
Coef. quadrático ajuste (1/s)	0,0000528807	0,0000060363
Coef. quadrático calculado (1/s)	0,000049501	0,000000239

Diagrama Dispersão Erro



Conclui-se que a aproximação para pequenas oscilações funciona bem para ângulos de até 25 graus e que, para ângulos maiores, o modelo quadrático (para ângulos até $\approx 60^\circ$) se mostrou adequado, resultando em estimativas compatíveis para o período e para o termo quadrático.

SYMON, KEITH R.. BATISTA, Gilson Brand (trad). Mecânica. 3. ed. Rio de Janeiro, Campus, c1996.

THORNTON, STEPHEN T. MARION, JERRY B. Classical dynamics of particles and systems. 5th ed.

A. M. HELENE, OTAVIANO; R. VANIN, VITO Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental. Segunda Edição.