



Estudo estatístico de exoplanetas ao redor de sistemas estelares múltiplos

“Brincando” com a 3ª Lei de Kepler

Elielson Soares Pereira (Grupo 12)
elielson.pereira@usp.br

Tratamento Estatístico de Dados em Física
Experimental (2017-2)

Prof. Zwinglio Guimarães Filho





Sumário

1 - Introdução

1.1 - Motivação

1.2 - Objetivos

1.3 - 3ª Lei de Kepler (*Modelo*)

2 - Análises Preliminares (*Seleção dos dados*)

2.1 - Catálogos

3 - Resultados, Análises e Discussão

4 - Conclusão

5 - Referências



1 - Introdução

1.1 - Motivação

- Uma das mais produtivas vertentes da Astronomia Moderna é a área de **Exoplanetas**;
- Esta área é responsável pelo **estudo de planetas que orbitam outras estrelas** para além do Sol (Sistema Solar);
- Os estudos de sistemas de planetas extrassolares são importantes para se **entender como os mesmos se formam** de uma maneira geral.



1 - Introdução

1.1 - Motivação

- O **primeiro exoplaneta** descoberto foi **PSRB1257+12 b**, **ao redor de um pulsar** [*Wolszczan & Frail, 1992*] e o **primeiro ao redor de uma estrela de sequência principal** foi o **51 Pegasi b** [*Mayor & Queloz, 1995*];
- Até **28/11/17**, ao longo de cerca de 25 anos, foram **confirmados 3504***, dos quais formam **2657* sistemas planetários (75.83%)**, dos quais **134* sistemas binários (5.07%)**

* <http://www.openexoplanetcatalogue.com/>



1 - Introdução

1.1 - Motivação

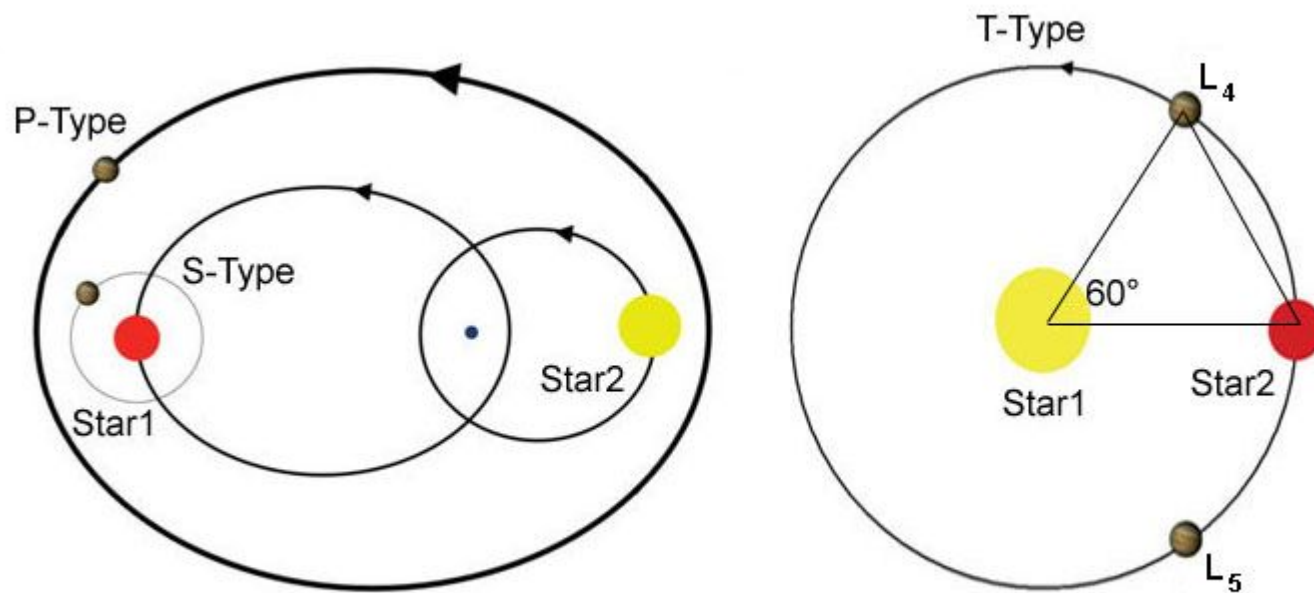
- No entanto, é sabido atualmente que **cerca de (50–60%)** de todas as estrelas do céu **são**, na verdade, **componentes** de sistemas múltiplos (**maioria binários**) constituídos **de duas ou mais estrelas** orbitando um centro de massa comum, ou seja, não estão isoladas como é o caso do nosso Sol [*Han, Z. et al, 2007*]. Essa taxa aumenta atingindo quase **100%** para os **sistemas binários de alta massa** [*Sana, H. et al, 2012;* *2014*].



1 - Introdução

1.1 - Motivação

- Configurações orbitais possíveis (**Sistema Binário de estrelas**):

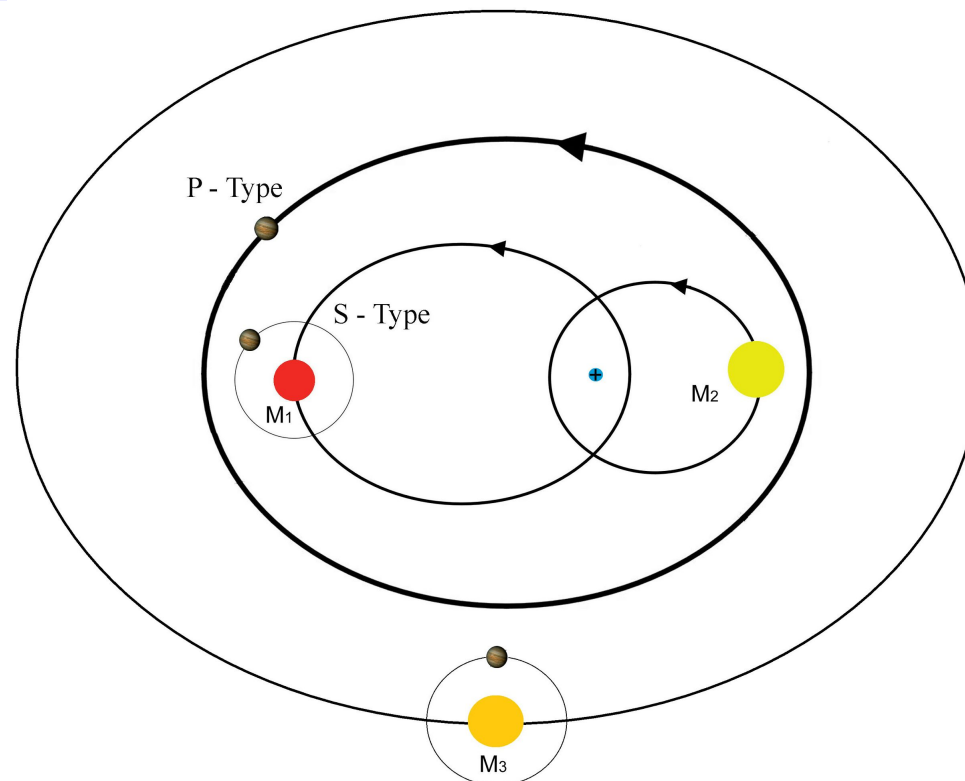




1 - Introdução

1.1 - Motivação

- **Configurações orbitais possíveis (Sistema Triplo de estrelas):**

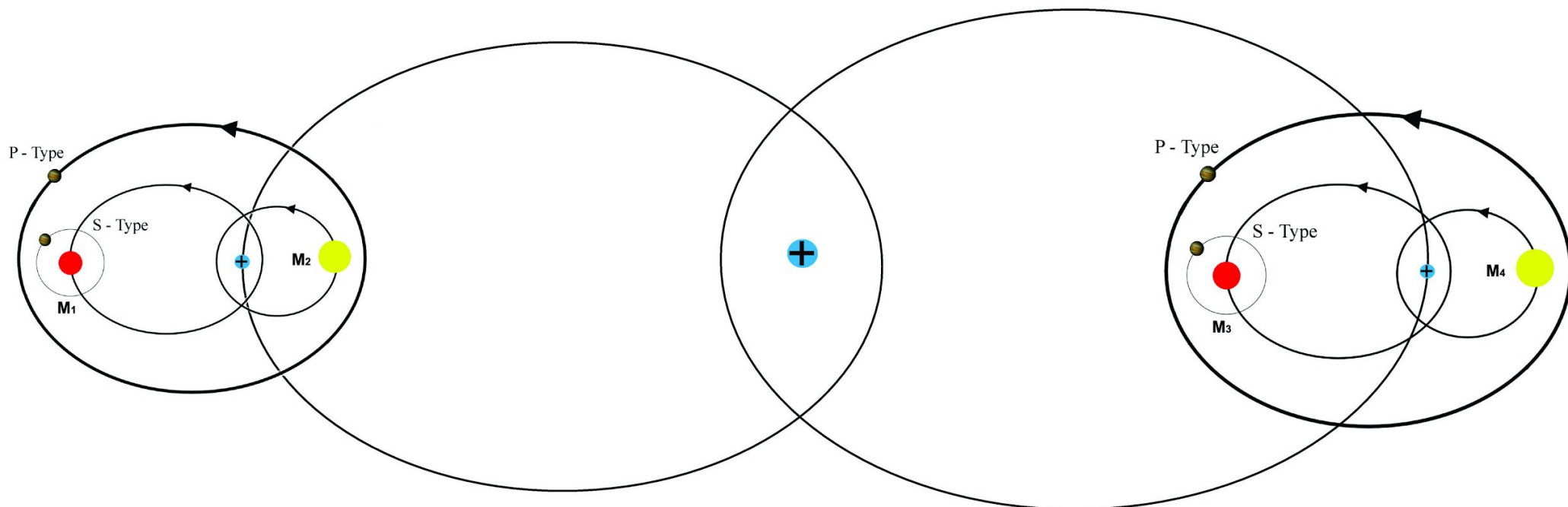




1 - Introdução

1.1 - Motivação

- Configurações orbitais possíveis (**Sistema Duplo de estrelas binárias**):





1 - Introdução

1.1 - Motivação

- **Então, onde estão tais planetas, já que até então não se tem nenhum mecanismo preferencial de formação planetária??? Viés observacional???**



1 - Introdução

1.1 - Motivação

Statistics

1. Star systems:
~45% of solar like stars (F6- K3) with $d < 25$ pc are multiple star systems (Raghavan et al. 2010)

Single star systems	Double star systems	Multiple star systems	Reference
54%	33%	13%	Tokovinin et al. (2014)

Statistics of solar-type dwarfs were studied by Tokovinin (2014) with a distance-limited sample of 4847 targets.

2. Planetary systems: known exoplanet host stars

Single star systems	Double star systems	Multiple star systems	Reference
77%	20%	3%	Raghavan et al. (2006)
83%	15%	2%	Mugrauer & Neuhäuser (2009)
88%	10%	2%	Roell et al. (2012)
96%	3%	1%	last update Schwarz & Zechner Oct-2016

The difference to the upper table is because of the observational bias.

Resposta: Sim! Há um viés observacional e já é muito bem conhecido*!!!

<http://www.univie.ac.at/adg/schwarz/intro.html>



1 - Introdução

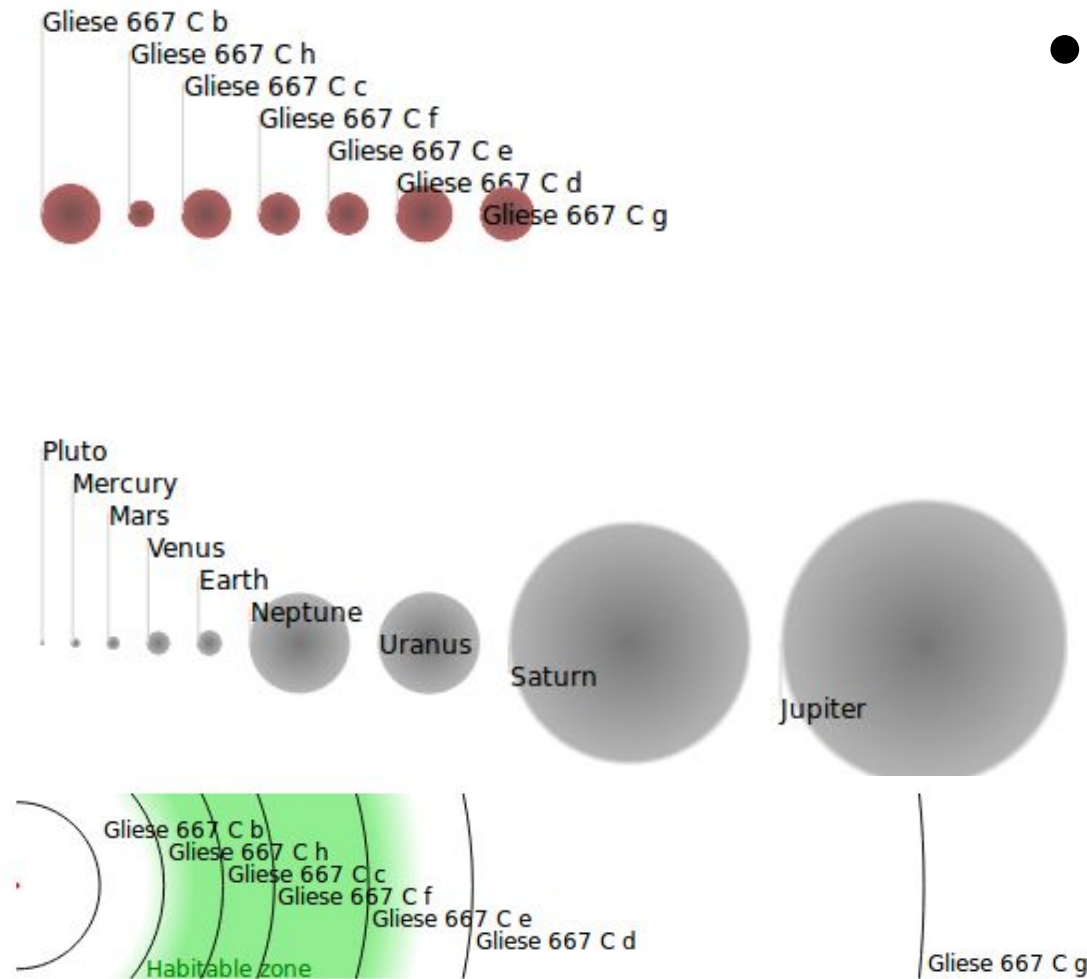
1.2 - Objetivos

- Iniciar um **estudo estatístico rigoroso** acerca de **sistemas de exoplanetas ao redor de estrelas múltiplas**;
- Para este trabalho, estudar a “**3ª Lei de Kepler**” ou “**Lei Harmônica**” para os **sistemas GLIESE 667 (GJ667-C)** e **Kepler 444 (K444-A)** (ver se, de fato, a mesma se aplica à sistemas excêntricos).

*(A intenção era ter feito para o sistema **TRAPPIST-1**, o **Sistema Solar** e para as **Luas Galileanas** - Luas de Júpiter, mas, não consegui compilar os dados a partir de catálogos);*



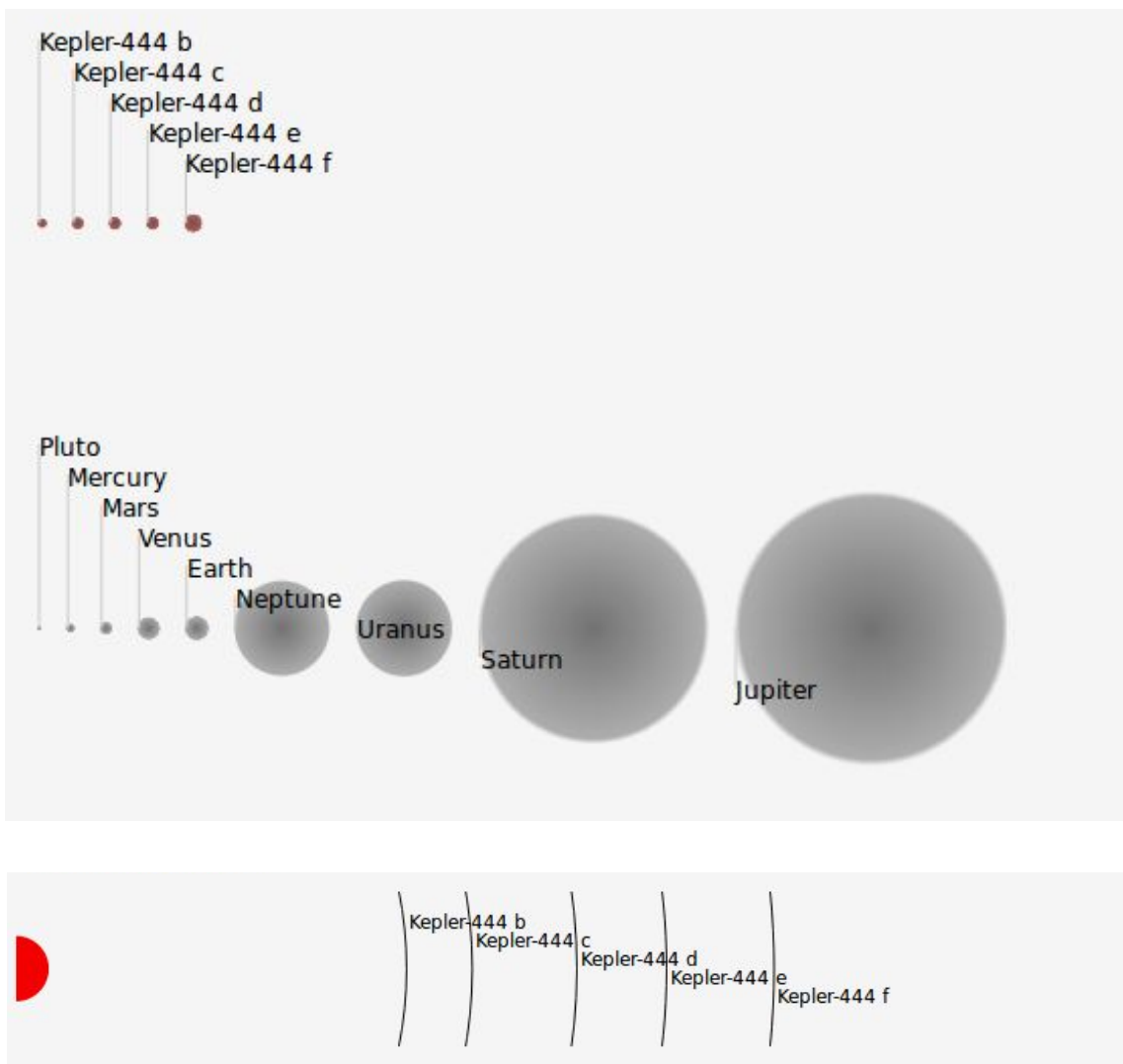
Sistema GLIESE 667



- Trata-se de um **sistema Triplo** de **estrelas**, **com 7 planetas** descobertos via **Método de Velocidade Radial** (GRUPO 21) -> má determinação de raio, mas, com massa projetada ou **massa mínima** bem determinada, etc...



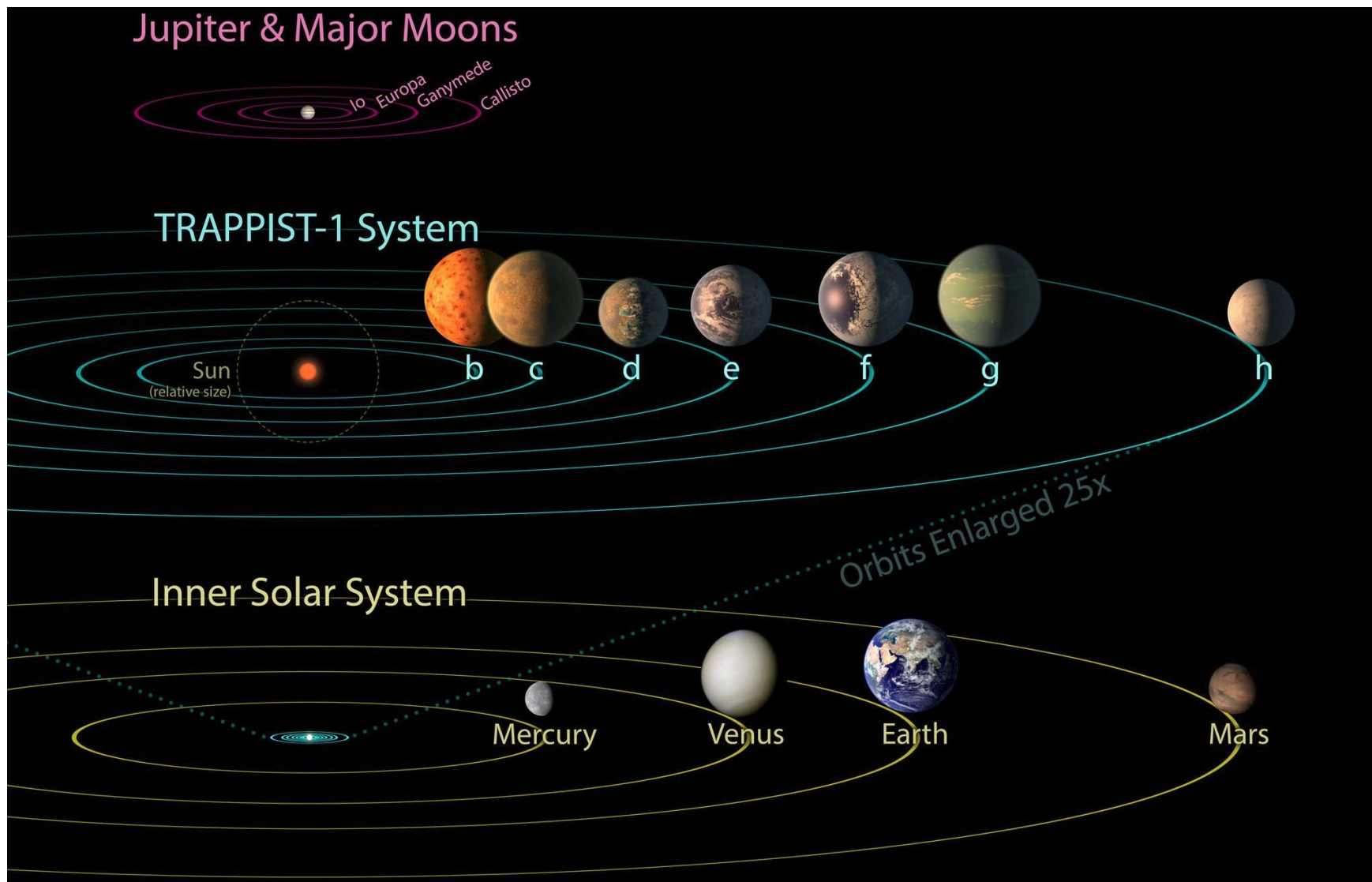
Sistema Kepler 444



- Trata-se também de um **sistema Triplo** de estrelas, **com 5 planetas** descobertos via **Método do Trânsito Exoplanetário** -> ótima determinação do raio, porém, não fornece os valores de **massa individual**, etc...



TRAPPIST-1, Luas de Júpiter e Sistema Solar (em escala!!!)





1- Introdução

1.3 - 3ª Lei de Kepler (*Modelo*)

A 3ª Lei de Kepler para sistemas de exoplanetas

A 3ª Lei de Kepler, conhecida como lei harmônica, foi estabelecida no ano de 1618 e estabelece que o quadrado do período orbital dos planetas é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média do corpo central.

Ou seja, os planetas com órbitas maiores se movem mais lentamente e, portanto, isso implica que a força entre o Sol, no caso do Sistema Solar, e quaisquer planetas decresce com a distância ao Sol.

Sendo P o período e a o semi eixo maior da órbita, podemos expressar a 3ª Lei como:

$$P^2 = K a^3 \quad (1)$$

onde K é uma constante.



1- Introdução

1.3 - 3ª Lei de Kepler (*Modelo*)

Quando Johannes Kepler (1571-1630) desenvolveu seus trabalhos, P foi medido em anos (período sideral da Terra) e a em unidades astronômicas (a distância média entre a Terra e o Sol), então, nesse caso, $K = 1$. Ou seja, este foi um resultado experimental, obtido pelo mesmo, mas, que não continha nenhum significado ou dedução teórica com respeito a constante de proporcionalidade K .

No entanto, sessenta anos após tal feito, *Sir Isaac Newton* foi quem deu uma explicação completa ao movimento e à forma como as forças atuam com a suas 3 leis do movimento associadas a *Teoria da Gravitação Universal*. Assim, Newton obteve que a constante de proporcionalidade notada por Kepler pode ser expressa por:

$$K = \frac{4\pi^2}{G(M + m)} \quad (2)$$

onde M é a massa do corpo central, m é a massa do corpo orbitante e G é a constante da Gravitação Universal.

Pela Eq.(2) fica evidente que K só é uma constante realmente se $(M + m)$ permanece constante. Isso é o que acontece no caso do Sistema Solar.

De uma maneira geral,

$$K_i = \frac{4\pi^2}{G(M + m)_i} \quad (3)$$

Assim, rigorosamente, o que de fato, é uma constante para todos os sistemas gravitacionais é o produto

$$K_i(M + m)_i = \frac{4\pi^2}{G} \quad (4)$$



2 - Análises Preliminares (*Seleção dos Dados*)

2.1 - Catálogos

- Para este trabalho **utilizei 3 bases de dados onde conferi concordância** entre os mesmos tanto no que tange os valores em si quanto **incertezas associadas às medidas**;
- 1. [Open Exoplanet Catalogue](#) (Uma base de dados open source database de todos os exoplanetas descobertos);
- 2. [CATALOGUE OF EXOPLANETS IN BINARY STAR SYSTEMS](#) (Uma base de dados mantida por Richard Schwarz desde 2016, de sistemas com mais de duas estrelas!!!);
- 3. [Exoplanet.eu](#) (Uma base de dados que é atualizada diariamente).



2 - Análises Preliminares (*Seleção dos Dados*)

2.1 - Catálogos

- O **primeiro** e o **terceiro** catálogo apresentam **ferramentas diretas** de obtenção de **diagramas** e **distribuições gerais dos parâmetros orbitais, físicos, etc** e **são interligados**, de tal forma que os dados são coerentes entre si (**uniformidade**);
- O **segundo** catálogo **não possui barras de erros, mas**, o (“renomado e respeitado”) **pesquisador** que mantém o site é **extremamente rigoroso** quanto **à confiabilidade dos dados, confirmação** ou não de tais exoplanetas (**falsos positivos**);



2 - Análises Preliminares (*Seleção dos Dados*)

2.1 - Catálogos

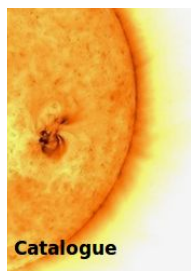
- **No primeiro e no terceiro** catálogo é comum observar **dados com erros assimétricos** (as quais não soube trabalhar, por isso não fiz ajuste algum...propagação de incertezas, testes estatísticos, etc... Mas, é um problema que terei que atacar em algum momento...);
- Pesquisando na literatura, encontrei **artigos***** que **dão sugestão de tratamentos... abordagens**, etc, que **podem ser adotadas nos casos em que forem importantes e necessários.**

***<https://www.slac.stanford.edu/econf/C030908/papers/WEMT002.pdf>
<http://ww2.amstat.org/publications/jse/v19n2/doane.pdf>




2 - Análises Preliminares (Seleção dos Dados)

2.1 - Catálogos



Open Exoplanet Catalogue

an open source database of all discovered extrasolar planets



Show options

	Primary planet name	Radius [R _{earth}]	Discovery year	Distance [lightyears]	Orbital period [days]	Eccentricity	Number of stars in system	Radius [R _{Sun}]	Number of planets in system	Mass [M _{earth}]	Semi-major axis [AU]	Star name	Age [Gyr]	Mass [M _{Jup}]	Mass [M _{Sun}]	Radius [R _{Jup}]	
Catalogue	All extrasolar planets	Gliese 667 C b	N/A	2009	22.7	7.2004±0.0017	0.13±0.11	3	0.410	7	5.6±1.1	0.051±0.008	Gliese 667 C	> 2.0000	0.018±0.004	0.33±0.02	N/A
	Habitat zone planets	Gliese 667 C h	N/A	2013	22.7	16.95±0.07	0.06±0.06	3	0.410	7	1.1±0.9	0.089±0.008	Gliese 667 C	> 2.0000	0.003±0.003	0.33±0.02	N/A
Plots	Planets in binary systems	Gliese 667 C c	N/A	2009	22.7	28.14±0.07	0.02±0.05	3	0.410	7	3.8±1.2	0.125±0.013	Gliese 667 C	> 2.0000	0.012±0.003	0.33±0.02	N/A
		Gliese 667 C f	N/A	2013	22.7	39.03±0.11	0.03±0.05	3	0.410	7	2.7±1.1	0.156±0.011	Gliese 667 C	> 2.0000	0.008±0.004	0.33±0.02	N/A
Other	iPhone Application	Gliese 667 C e	N/A	2013	22.7	62.2±0.6	0.02±0.02	3	0.410	7	2.7±1.6	0.213±0.022	Gliese 667 C	> 2.0000	0.008±0.003	0.33±0.02	N/A
		Gliese 667 C d	N/A	2013	22.7	91.6±0.8	0.03±0.03	3	0.410	7	5.1±1.9	0.28±0.03	Gliese 667 C	> 2.0000	0.016±0.008	0.33±0.02	N/A
Other	About	Gliese 667 C g	N/A	2013	22.7	256±0.4	0.08±0.04	3	0.410	7	5±2	0.55±0.08	Gliese 667 C	> 2.0000	0.014±0.009	0.33±0.02	N/A
		Kepler-444 b	0.403±0.011	2015	116±4	3.6001±0.0000	0.08±0.03	3	0.752±0.014	5	N/A	0.0418±0.0008	Kepler-444 A	11.2±0.8	N/A	0.76±0.04	0.0367±0.0013
		Kepler-444 c	0.497±0.017	2015	116±4	4.5459±0.0000	0.12±0.11	3	0.752±0.014	5	N/A	0.0488±0.0009	Kepler-444 A	11.2±0.8	N/A	0.76±0.04	0.0453±0.0013
		Kepler-444 d	0.530±0.023	2015	116±4	6.1894±0.0000	0.18±0.16	3	0.752±0.014	5	N/A	0.0600±0.0011	Kepler-444 A	11.2±0.8	N/A	0.76±0.04	0.0483±0.0019
		Kepler-444 e	0.546±0.017	2015	116±4	7.7435±0.0000	0.02±0.02	3	0.752±0.014	5	N/A	0.0696±0.0013	Kepler-444 A	11.2±0.8	N/A	0.76±0.04	0.0498±0.0013
		Kepler-444 f	0.74±0.04	2015	116±4	9.7405±0.0000	0.29±0.19	3	0.752±0.014	5	N/A	0.0811±0.0015	Kepler-444 A	11.2±0.8	N/A	0.76±0.04	0.068±0.004
		55 Cnc b	N/A	1996	40.2±0.4	14.6515±0.0001	0.003±0.003	2	0.960±0.018	5	264.0±1.0	0.1152±0.0000	55 Cancri A	N/A	0.831±0.003	0.96±0.07	N/A
		55 Cnc c	N/A	2002	40.2±0.4	44.4175±0.0001	0.02±0.03	2	0.960±0.018	5	54.5±1.7	0.2414±0.0000	55 Cancri A	N/A	0.171±0.005	0.96±0.07	N/A
		55 Cnc d	N/A	2002	40.2±0.4	4825±39	0.019±0.013	2	0.960±0.018	5	1233±22	5.5±0.3	55 Cancri A	N/A	3.88±0.07	0.96±0.07	N/A
		55 Cnc e	1.92±0.08	2004	40.2±0.4	0.7366±0.0000	0.04±0.03	2	0.960±0.018	5	8.1±0.3	0.0157±0.0000	55 Cancri A	N/A	0.0254±0.0010	0.96±0.07	0.175±0.007
		55 Cnc f	N/A	2007	40.2±0.4	262.0±0.5	0.30±0.07	2	0.960±0.018	5	45±4	0.7880±0.0010	55 Cancri A	N/A	0.141±0.012	0.96±0.07	N/A
		Kepler-296 c	2.0±0.3	2014	1822	5.8416±0.0000	< 0.3300	2	0.48±0.03	5	N/A	0.052±0.009	Kepler-296 A	N/A	N/A	0.50±0.03	0.18±0.03
		Kepler-296 d	2.0±0.3	2014	1822	19.8503±0.0001	< 0.3300	2	0.48±0.03	5	N/A	0.12±0.02	Kepler-296 A	N/A	N/A	0.50±0.03	0.19±0.03
		Kepler-296 b	1.6±0.3	2014	1822	10.8644±0.0003	< 0.3300	2	0.48±0.03	5	N/A	0.079±0.013	Kepler-296 A	N/A	N/A	0.50±0.03	0.14±0.03
		Kepler-296 f	1.8±0.3	2014	1822	63.3363±0.0006	< 0.3300	2	0.48±0.03	5	N/A	0.26±0.04	Kepler-296 A	N/A	N/A	0.50±0.03	0.16±0.03
Kepler-296 e	1.5±0.3	2014	1822	34.1421±0.0003	< 0.3300	2	0.48±0.03	5	N/A	0.17±0.03	Kepler-296 A	N/A	N/A	0.50±0.03	0.14±0.02		
XO-25 b	N/A	2014	483±9	18.16±0.03	0.18±0.04	2	1.02±0.08	4	82±4	0.134±0.003	XO-25	7±3	0.259±0.014	0.98±0.05	N/A		
XO-25 c	N/A	2014	483±9	120.8±0.3	0.153±0.008	2	1.02±0.08	4	436±17	0.476±0.009	XO-25	7±3	1.37±0.05	0.98±0.05	N/A		
XO-2N b	10.68	2007	483±9	2.6159±0.0000	< 0.0060	2	1.01±0.09	4	190±7	0.0367±0.0006	XO-2N	8±3	0.60±0.02	0.97±0.05	0.973		



3 - Resultados, Análise e Discussão

- Para o sistema Gliese 667 obtive

$$K = (0,992 \pm 0,009) [\text{Kg}/\text{N.m}^2]$$

- Enquanto que para o sistema Kepler 444 obtive

$$K = (1,001 \pm 0,002) [\text{Kg}/\text{N.m}^2]$$

São valores estatisticamente compatíveis como o que esperávamos ($K=1$) e compatíveis entre si, sem mesmo alçar mão de testes estatísticos muito elaborados.

(Considerarei o modelo mais simples - $K.M=\text{cte}$, já que $M \gg m$, na Eq.(4)... Dados que utilizei: <https://goo.gl/Ui5g36>).



3 - Resultados, Análise e Discussão

- **Algo interessante de se fazer**, no futuro, é **calcular** para todos os planetas descobertos até o momento o valor de **“K”** e analisar a distribuição dos mesmos, **com a finalidade** de calcular média, desvio padrão, etc...**construir uma estatística robusta...**;
- Outra coisa que pode ser feita **verificar se há** alguma **correlação** entre a constante **K vs. Excentricidade (e)** dos sistemas, **já que** quando os sistemas se formam são esperadas altos valores de e, intrinsecamente, **a 3^a (e a 2^a) Lei de Kepler** carrega consigo a **conservação do momento angular do sistema planetário.**



4 - Conclusão

- A “3ª Lei de Kepler” foi possível de ser verificada aos sistemas **GLIESE 667** e **Kepler 444** de maneira adequada, apesar de se tratar de sistemas planetários com características topológicas totalmente diferentes do Sistema Solar -> Kepler chegaria ao mesmo resultado obtido em 1618 independente de onde ele estivesse (e de fato, é uma “Lei”);
- O uso de catálogos em Astronomia deve ser feito de maneira cuidadosa e rigorosa para uma dada finalidade;
- A realização de testes estatísticos, propagação de incertezas, entre outras tarefas, podem ser extremamente complicadas de se fazer os dados possuem barras de erros assimétricos.



5 - Referências

- [1] Wolszczan, A., & Frail, D. A. 1992, Nature, 355, 145.
- [2] Mayor, M., & Queloz, D. 1995, Nature, 378, 355.
- [3] Han, Z., Podsiadlowski, P., & Lynas-Gray, A. E. 2007, MNRAS, 380, 1098.
- [4] Sana, H., de Mink, S. E., de Koter, A., et al. 2012, Science, 337, 444.
- [5] Sana, H., Le Bouquin, J.-B., Lacour, S., et al. 2014, APJ, 215, 15