4. Conhecimento e Raciocínio

Prof. Renato Tinós

Local: Depto. de Computação e Matemática
(FFCLRP/USP)

Principais Tópicos

4. Conhecimento e Raciocínio

- **4.1. Agentes lógicos**
- **4.2. Lógica proposicional**
- 4.3. Lógica de primeira ordem
- 4.4. Sistemas baseados em conhecimento

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Ou cálculo de predicados de primeira ordem ou cálculo relacional**
  - É caracterizada como um sistema formal apropriado à definição de teorias do universo de discurso da Matemática
  - Utiliza predicados
    - Assim, pode ser utilizada facilmente para representações de conhecimento do tipo:

      “Sócrates é um homem.”

      “Platão é um homem.”

      “Todos os homens são mortais.”
    - Repare que se utilizássemos lógica proposicional, não teríamos uma generalização pois cada sentença seria um fato
      - A generalização é possível utilizando-se variáveis e predicados

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Utiliza**
  - Objetos
  - Fatos sobre objetos
  - Relações (ou relacionamentos) entre objetos

- **Repare a semelhança com o que foi visto em PROLOG**
  - De fato, PROLOG é baseado em cálculo relacional

4.2. Lógica de Primeira Ordem

- **Sintaxe**
  - Um alfabeto de primeira ordem **α** consiste em
    - **Símbolos Lógicos**

      Pontuação: (,)

      Conectivos: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$ (ou $\rightarrow$), $\Leftrightarrow$ (ou $\leftrightarrow$)

      Símbolo de igualdade (opcional): =

      Quantificadores: $\forall$ (quantificador universal)

      $\exists$ (quantificador existencial)
    - **Termos**

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Termos**
  - Constantes e variáveis são termos
  - **$f(t_1, t_2, ..., t_n)$** é um termo
    - **f** é um símbolo funcional
    - **$(t_1, t_2, ..., t_n)$** é uma tupla de termos
  - Exemplos
    - x, bear
    - X, City
    - female(ann)

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Átomo (ou fórmula atômica)**
  - Símbolo predicado aplicado a uma tupla de termos
  - Forma: $\mathbf{p(t_1, t_2, ..., t_n)}$
    - **p** é um símbolo predicado
    - $\mathbf{(t_1, t_2, ..., t_n)}$ é uma tupla de termos
  - Exemplos
    - male(jim)
    - parent (tom, X)
    - empresta(maria,livro,mãe(joão))

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Símbolo de igualdade**
  - Utilizado para declarações que afirmam que dois termos se referem ao mesmo objeto
  - Exemplo
    - pai(joão) **=** henrique
    - Não confundir o símbolo de igualdade em Lógica Relacional com o operador de unificação em Prolog

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Quantificadores**
  - Permitem generalizar propriedades ou relações para coleções de objetos
    - Evitando assim a enumeração de cada objeto separadamente
  - Mais comuns:
    - quantificador universal
    - quantificador existencial

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Quantificador Universal**
  - Representado pelo símbolo $\forall$
    - $\forall X\ P$ é lido como
      - "para todo $X \in \mathbf{D}$, P é verdade" ou
      - "para todo $X \in \mathbf{D}$, P" ou
      - "para todo X, P"
  - Permite enumerar *todos* os objetos do domínio **D**
  - Exemplos
    - $\forall X$ gosta(ana,X)
      - é lido como "para todo X, Ana gosta deste X" ou "Ana gosta de todos"

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Quantificador Existencial**
  - Representado pelo símbolo $\exists$
    - $\exists X\ P$ é lido como
      - "existe um $X \in \mathbf{D}$ tal que P é verdade" ou
      - "existe um $X \in \mathbf{D}$, P" ou
      - "existe X, P"
  - Permite enumerar *pelo menos um* objeto do domínio **D**
  - Exemplos:
    - $\exists X$ gosta(ana,X)
      - é lido como "existe X tal que Ana gosta deste X" ou "Ana gosta de alguém"

4.3. Lógica de Primeira Ordem

Exercício 4.1. Dadas as relações:

e(*X*,*Y*) que significa “*X* estuda *Y*”

gosta(*X*,*Y*) que significa “*X* gosta de *Y*

mão(*X*) que significa “A mão de *X*”

Mostrar como são representadas as seguintes sentenças

i. “Ana gosta do livro Angústia”
ii. “Ana estuda o livro de Cálculo”
iii. “Se Ana estuda o livro então ela gosta dele”
iv. “Ana gosta da mão de Pedro”

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Simbolização**
  - O exercício anterior mostra exemplos de simbolização
  - A simbolização permite transformar uma sentença em linguagem natural para a linguagem lógica
    - e vice-versa
  - Não existe uma única forma de simbolizar um determinado conhecimento
  - Por exemplo: sentença “A casa é amarela”
    - amarela(casa)
    - cor(casa,amarela)
    - valor(cor,casa,amarela)
    - é(casa,amarela)

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Exemplos**

  - $\forall X\ (m(X) \rightarrow n(X))$
    - Todo **m** é **n**
    - **m** são **n**
    - Cada **m** é um **n**
    - Qualquer **m** é um **n**
    - Todos os objetos com a propriedade **m** são objetos que têm a propriedade **n**

  - $\forall X\ (m(X) \rightarrow \neg n(X))$
    - Nenhum **m** é **n**
    - Ninguém que seja **m** é **n**
    - Nada que seja **m** é **n**
    - Nenhum dos **m** é **n**

- **X** é uma variável
- **m** é uma propriedade ou relação (predicado)
- **n** é uma propriedade ou relação (predicado)

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Exemplos**
  - $\exists X\ (m(X) \land n(X))$
    - Alguns **m** são **n**
    - Existem **m** que são **n**
    - Há **m** que são **n**
    - Alguns **m** são **n**
  - $\exists X\ (m(X) \land \neg n(X))$
    - Alguns **m** são não **n**
    - Alguns **m** não são **n**
    - Certos **m** não são **n**
    - Existem **m** que não são **n**
    - Pelo menos um **m** não é **n**

- **X** é uma variável
- **m** é uma propriedade ou relação (predicado)
- **n** é uma propriedade ou relação (predicado)

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Exemplos**
  - "Todos os homens são mortais"
    - $\forall X\ (\text{homem}(X) \rightarrow \text{mortal}(X))$
  - "Alguns gatos são amarelos"
    - $\exists X\ (\text{gato}(X) \wedge \text{amarelo}(X))$
  - "Nenhuma baleia é peixe"
    - $\forall X\ (\text{baleia}(X) \rightarrow \neg\text{peixe}(X))$
  - "Nem tudo que reluz é ouro"
    - $\exists X\ (\text{reluz}(X) \wedge \neg\text{ouro}\ (X))$
    - $\neg\forall X\ (\text{reluz}(X) \rightarrow \text{ouro}(X))$
  - "Meninas e meninos gostam de brincar"
    - $\forall X\ (\text{menina}(X) \vee \text{menino}(X) \rightarrow \text{gosta}(X,\text{brincar}))$
    - $\forall X\ (\text{menino}(X) \rightarrow \text{gosta}(X,\text{brincar})) \wedge \forall Y\ (\text{menina}(Y) \rightarrow \text{gosta}(Y,\text{brincar}))$
  - "Leite e banana são nutritivos"
    - $\forall X\ (\text{leite}(X) \vee \text{banana}(X) \rightarrow \text{nutritivo}(X))$

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Exemplos**
  - Há pintores que não são artistas mas artesãos
    - $\exists X\ (\text{pintor}(X) \wedge \neg\text{artista}(X) \wedge \text{artesão}(X))$
  - Não há crime sem lei que o define
    - $\forall X\ (\text{crime}(X) \rightarrow \exists Y(\text{lei}(Y) \wedge \text{define}(Y, X))$
  - Jacó não foi o primeiro homem
    - $\exists X\ (\text{homem}(X) \wedge \text{nasceu}(X,DataX) \wedge \text{nasceu}(\text{jacó},D) \wedge DataX < D)$
  - Não há bom livro escrito por maus autores
    - $\forall X\ ((\text{livro}(X) \wedge \text{bom}(X) \rightarrow \exists Y(\text{autor}(Y) \wedge \text{bom}(Y) \wedge \text{escreveu}(Y,X)))$
  - Todos os números pares são divisíveis por dois
    - $\forall X\ (\text{natural}(X) \wedge \text{par}(X) \rightarrow \text{divisível}(X,2))$
  - Todos os animais devem ser protegidos pelos homens
    - $\forall X\ \forall \mathrm{Y}\ (\text{homem}(\mathrm{X}) \wedge \text{animal}(Y) \rightarrow \text{protege}(X,Y)\ )$
  - Todos os homens foram gerados por alguma mulher
    - $\forall X\ (\text{homem}(\mathrm{X}) \rightarrow \exists Y\ (\text{mulher}(Y) \wedge \text{mãe}(Y,X))$
  - Há pelo menos dois senadores
    - $\exists X\ \exists \mathrm{Y}\ (\text{senador}(X) \wedge \text{senador}(Y) \wedge X \neq Y)$

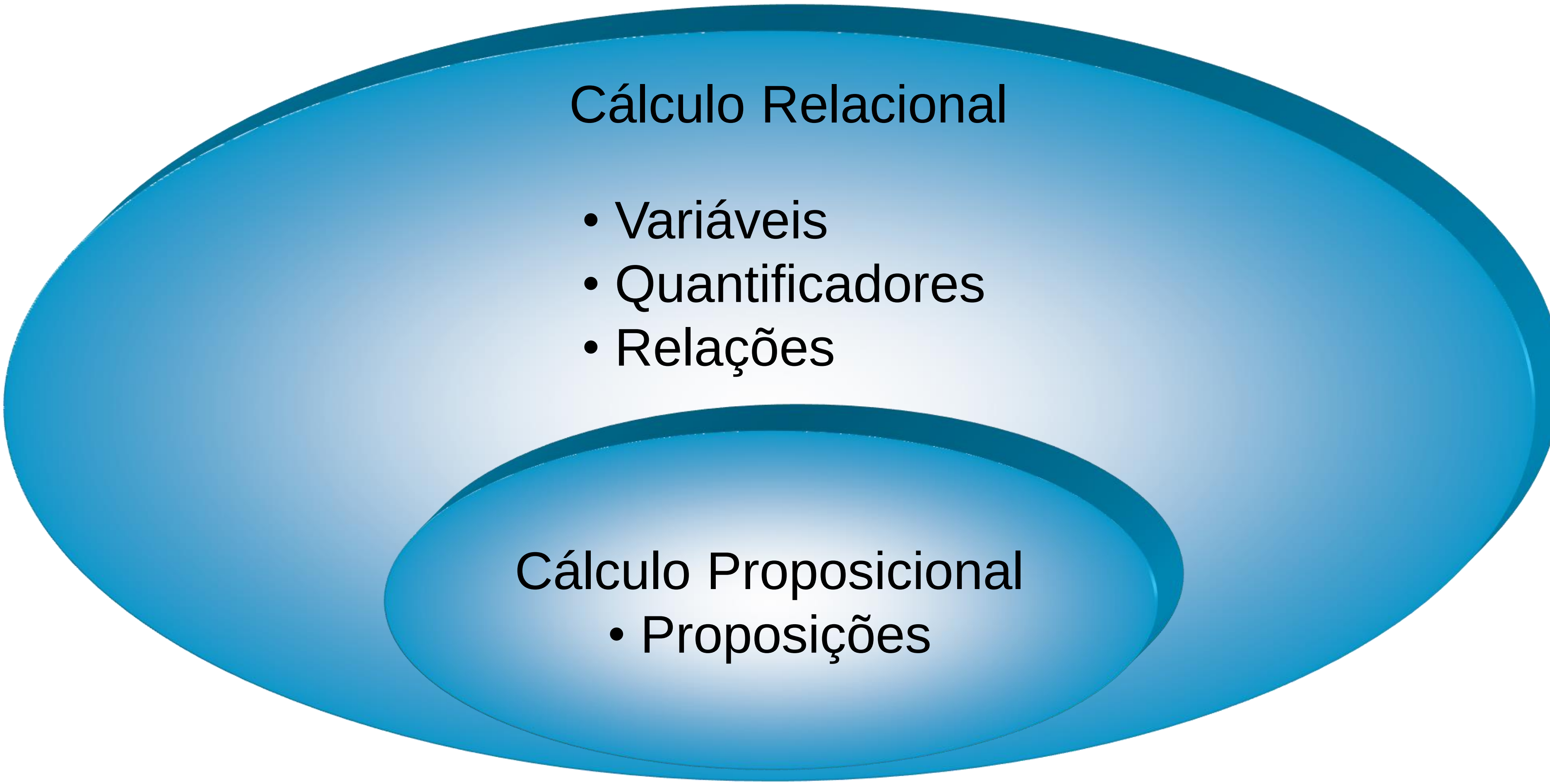
4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Fórmulas bem formadas (wff)**
  1. Um átomo é uma wff
  2. se α e β são wff e *X* uma variável livre, então são também wff:

wff	lê-se
$\neg\alpha$	não α
$\alpha \wedge \beta$	α e β
$\alpha \vee \beta$	α ou β
$\alpha \rightarrow \beta$	se α então β
$\alpha \leftrightarrow \beta$	α se e somente se β
$\forall X\ \alpha$	para todo X, α
$\exists X\ \alpha$	existe X, α

  3. As únicas wff são definidas por (1) e (2)

4.3. Lógica de Primeira Ordem



4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Formas Normais**
  - É sempre possível determinar as Formas Normal Conjuntiva ou Disjuntiva equivalentes no Cálculo Proposicional
  - No Cálculo Relacional existe também uma Forma Normal chamada de **Forma Normal Prenex** — **FNP**
    - O fato de uma fórmula estar na Forma Prenex simplifica procedimentos de manipulação da fórmula
    - A FNP de uma fórmula é importante na medida que sua obtenção é um passo necessário para a obtenção da Forma Normal Conjuntiva, utilizada pelo Método de Resolução

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Forma Normal Prenex (FNP)**
  - Uma wff do Cálculo Relacional está na FNP quando todos os quantificadores que ocorrem estão prefixando a wff
  - Exemplos:
    - $\forall X\ (m(x) \rightarrow n(x))$
    - $\exists X\ (m(X) \wedge n(X))$
    - $\forall X\ \exists Y\ \forall Z\ (p(X,Y) \rightarrow q(X,Z))$
    - $\forall X\ \exists Y\ \forall Z\ (p(X,Y) \rightarrow r(X) \wedge r(Z))$
    - $\forall X\ \exists Y\ \forall Z\ (p(X, Y) \wedge q(X,Z))$
    - $\forall X\ \forall Y\ (p(X, Y) \wedge q(Y))$
    - $\forall X\ \exists Y\ (\neg p(X, Y) \rightarrow q(Y))$
    - $\forall X\ \forall Y\ (p(X,Y) \rightarrow (q(X) \wedge q(Y)))$

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Forma Normal Prenex (FNP)**
  - Uma wff *F* do Cálculo Relacional está na FNP se e somente se está na forma:

$$(Q_1X_1)\ (Q_2X_2)\ \ldots\ (Q_nX_n)\ (M)$$

sendo:

(Q_iX_i) é $\forall X_i$ ou $\exists X_i$, $i=1,2,\ldots,n$

X_i é uma variável

M é uma wff que não contém quantificadores

- $(Q_1X_1)\ (Q_2X_2)\ldots(Q_nX_n)$ é prefixo de F
- M é a matriz de F

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Forma Normal Conjuntiva (FNC)**
  - Uma wff F do Cálculo Relacional está na FNC se e somente se está na FNP e sua matriz for uma conjunção de disjunções
  - Exemplo:

$$\forall X\ \exists Y\ \forall Z\ (p(X,Y) \vee r(X)) \wedge r(Z) \wedge (r(Y) \vee q(Z))$$

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Notação Clausal**

1. Eliminar variáveis livres
2. Eliminar quantificadores redundantes
3. Renomear variáveis quantificadas mais de uma vez
4. Remover equivalências e implicações
5. Mover a negação para o interior da fórmula
6. Eliminar os quantificadores existenciais
7. Obter a FNP e remover quantificadores universais
8. Colocar a matriz da FNP na forma conjuntiva
9. Eliminar as conjunções
10. Renomear as variáveis em cada cláusula

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Redução à inferência proposicional**

  - A inferência de primeira ordem pode ser realizada convertendo-se a base de conhecimento para a lógica proposicional e utilizando-se a inferência proposicional

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Instanciação Universal**

  - Toda instância de uma sentença universalmente quantificada é consequência semântica desta

    - Exemplo: $\forall X\ king(X) \wedge greedy(X) \Rightarrow evil(X)$ leva a:

$king(john) \wedge greedy(john) \Rightarrow evil(john)$

$king(richard) \wedge greedy(richard) \Rightarrow evil(richard)$

$king(father(john)) \wedge greedy(father(john)) \Rightarrow evil(father(john))$

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Redução à inferência proposicional**

  - Suponha uma base de conhecimento BC contendo:
    $\forall X$ king(X) $\wedge$ greedy(X) $\Rightarrow$ evil(X)
    king(john)
    greedy(john)
    brother(richard,john)

  - Instanciando a sentença universalmente quantificada, em todos os modos possíveis, temos:
    king(john) $\wedge$ greedy(john) $\Rightarrow$ evil(John)
    king(richard) $\wedge$ greedy(richard) $\Rightarrow$ evil(richard)
    king(john)
    greedy(john)
    brother(richard,john)

  - A nova BC está "proposicionalizada", i.e., contem apenas símbolos proposicionais

king(john), greedy(john), evil(john), king(richard), etc.

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Redução à inferência proposicional**
  - Toda BC de primeira ordem pode ser proposicionalizada preservando a consequência lógica
    - Uma sentença é obtida pela nova BC sse for consequência lógica da BC original
  - Processo: proposicionalizar a BC e aplicar resolução proposicional;
    - Concepção de inferência automática de 1a ordem até 1960!
  - Problema: com símbolos funcionais, há infinitos termos proposicionais:
    - e.g., *father*(*father*(*father*(*john*)))

Profundidade de aninhamento

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Problemas com a propositionalização**
  - Proposicionalização gera muitas sentenças irrelevantes
  - Exemplo:

$\forall$X king(X) $\wedge$ greedy(X) $\Rightarrow$ evil(X)
king(john)
$\forall$Y greedy(Y)
brother(richard,john)

➢ a dedução de *evil*(*john*) deveria ser direta, porém propositionalização produz fatos irrelevantes como *greedy*(*richard*)

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Unificação**

  - Obtém-se a inferência desejada imediatamente se existir uma substituição θ tal que *king(X)* e *greedy(X)* se resolvam com *king(john)* e *greedy(Y)*

    θ = {X/john,Y/john} é o que procuramos.

p	q	θ
knows(john,x)	knows(john,jane)	
knows(john,x)	knows(y,oj)	
knows(john,x)	knows(y,mother(y))	
knows(john,x)	knows(x,oj)	

- **Unificação**

p	q	θ
knows(john,X)	knows(john,jane)	{X/jane}
knows(john,X)	knows(Y,oj)	
knows(john,X)	knows(Y,mother(Y))	
knows(john,X)	knows(X,oj)	

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Unificação**

p	q	θ
knows(john,X)	knows(john,jane)	{X/jane}
knows(john,X)	knows(Y,oj)	{X/oj, Y/john}
knows(john,X)	knows(Y,mother(Y))	
knows(john,X)	knows(X,oj)	

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Unificação**

p	q	θ
knows(john,X)	knows(john,jane)	{X/jane}
knows(john,X)	knows(Y,oj)	{X/oj, Y/john}
knows(john,X)	knows(Y,mother(Y))	{Y/john,X/mother(john)}
knows(john,X)	knows(X,oj)	

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Unificação**

p	q	θ
knows(john,X)	knows(john,jane)	{X/jane}
knows(john,X)	knows(Y,oj)	{X/oj, Y/john}
knows(john,X)	knows(Y,mother(Y))	{Y/john,X/mother(john)}
knows(john,X)	knows(X,oj)	{fail}

4.3. Lógica de Primeira Ordem

```
function UNIFY(x, y, θ) returns a substitution to make x and y identical
   inputs: x, a variable, constant, list, or compound
           y, a variable, constant, list, or compound
           θ, the substitution built up so far

   if θ = failure then return failure
   else if x = y then return θ
   else if VARIABLE?(x) then return UNIFY-VAR(x, y, θ)
   else if VARIABLE?(y) then return UNIFY-VAR(y, x, θ)
   else if COMPOUND?(x) and COMPOUND?(y) then
        return UNIFY(ARGS[x], ARGS[y], UNIFY(OP[x], OP[y], θ))
   else if LIST?(x) and LIST?(y) then
        return UNIFY(REST[x], REST[y], UNIFY(FIRST[x], FIRST[y], θ))
   else return failure
```

4.3. Lógica de Primeira Ordem

function UNIFY-VAR(var, x, θ) **returns** a substitution
  inputs: var, a variable
    x, any expression
    θ, the substitution built up so far

  if $\{var/val\} \in \theta$ **then return** UNIFY(val, x, θ)
  else if $\{x/val\} \in \theta$ **then return** UNIFY(var, val, θ)
  else if OCCUR-CHECK?(var, x) **then return** failure
  else return add $\{var/x\}$ to θ

4.3. Lógica de Primeira Ordem

- **Exemplo**

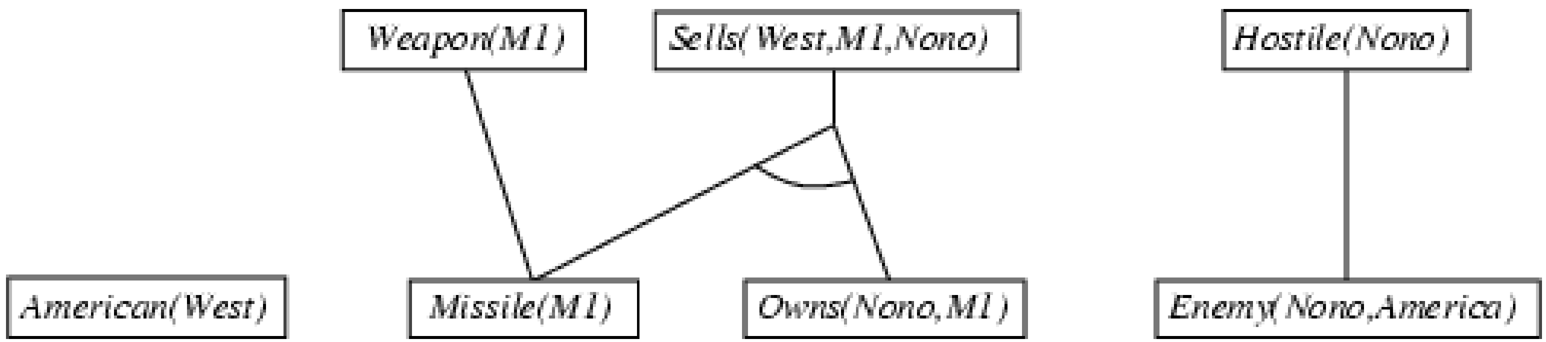
  - "*The law says that it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations. The country Nono, an enemy of America, has some missiles, and all of its missiles were sold to it by Colonel West, who is American*."

  - Provar automaticamente que Col. West é um criminoso

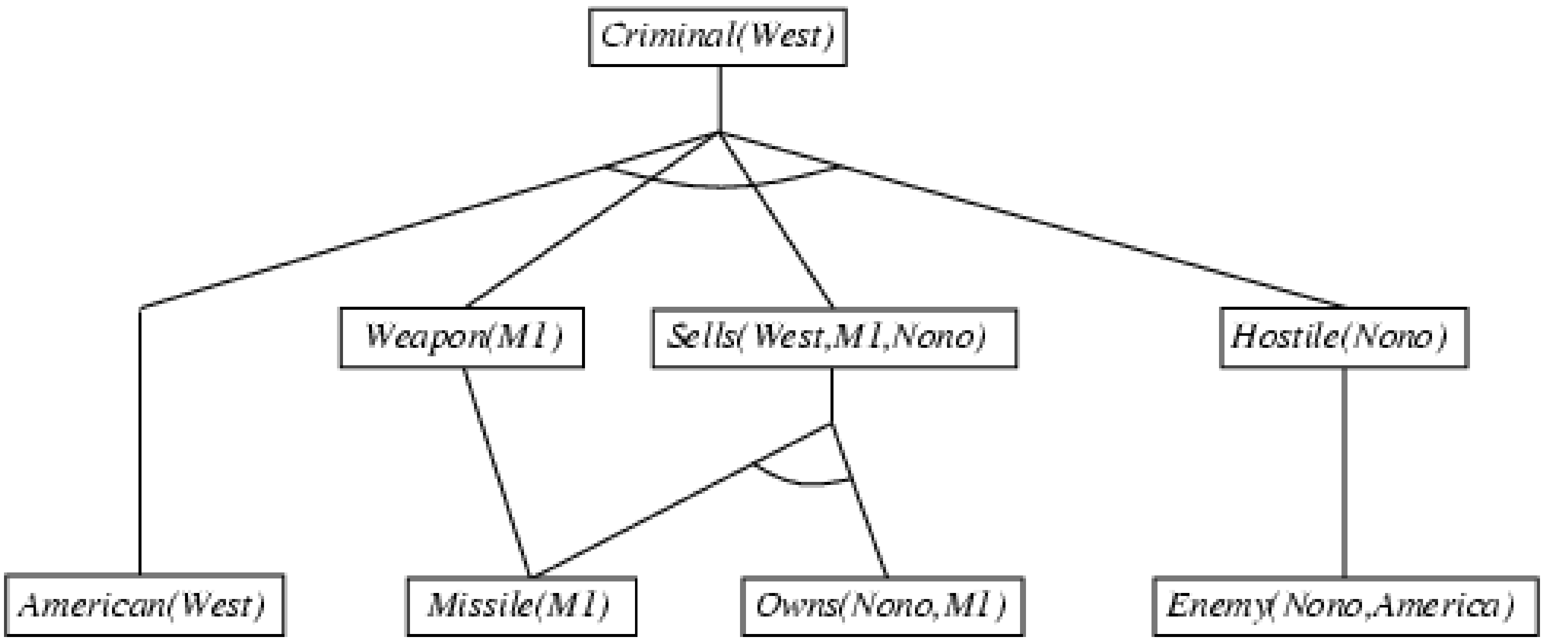
4.3. Lógica de Primeira Ordem

$American(West)$ $Missile(M1)$ $Owns(Nono, M1)$ $Enemy(Nono, America)$

4.3. Lógica de Primeira Ordem



4.3. Lógica de Primeira Ordem



Forward chaining proof

Sugestão de Leitura

✓ **Capítulo 8 do livro:**

RUSSEL, S. J. & NORVIG, P. (2004). "*Inteligência Artificial*", 2ª ed., Campus.

Agradecimentos

- **O material desta apresentação foi obtido através de:**
  - Slides relacionados ao livro [Russell and Norvig, 2013]
  - Slides da disciplina Inteligência Artificial, ministrada pelo Prof. José A. Baranauskas, DCM, FFCLRP, USP