

Académie des sciences (France). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. 1908.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

*La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

*La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

Cliquer [ici](#) pour accéder aux tarifs et à la licence

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

*des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés sauf dans le cadre de la copie privée sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

*des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source Gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue par un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter reutilisation@bnf.fr.

motrice de la pile du circuit récepteur peut être diminuée jusqu'à la force électromotrice d'un élément Leclanché et même d'un élément Daniell.

Ces différents effets ont été constatés avec des électrolytiques dont la pointe positive avait $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{20}$ de millimètre de diamètre.

J'ajoute une observation que j'ai faite il y a longtemps déjà. L'intensité du son au téléphone, pour une transmission donnée, est très notablement accrue, indépendamment de toute élévation de température ou de toute agitation, quand on introduit dans le circuit récepteur deux électrolytiques en série au lieu d'un seul. On augmente en même temps le voltage de la pile du circuit.

PHYSIQUE. — *Sur la théorie du mouvement brownien.*

Note de M. P. **LANGEVIN**, présentée par M. Mascart.

I. Le très grand intérêt théorique présenté par les phénomènes de mouvement brownien a été signalé par M. Gouy (1) : on doit à ce physicien d'avoir formulé nettement l'hypothèse qui voit dans ce mouvement continu des particules en suspension dans un fluide un écho de l'agitation thermique moléculaire, et de l'avoir justifiée expérimentalement, au moins de manière qualitative, en montrant la parfaite permanence du mouvement brownien et son indifférence aux actions extérieures lorsque celles-ci ne modifient pas la température du milieu.

Une vérification quantitative de la théorie a été rendue possible par M. Einstein (2), qui a donné récemment une formule permettant de prévoir quel est, au bout d'un temps donné τ , le carré moyen $\overline{\Delta_x^2}$ du déplacement Δ_x d'une particule sphérique dans une direction donnée x par suite du mouvement brownien dans un liquide, en fonction du rayon a de la particule, de la viscosité μ du liquide et de la température absolue T . Cette formule est

$$(1) \quad \overline{\Delta_x^2} = \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\mu a} \tau,$$

où R est la constante des gaz parfaits relative à une molécule-gramme et N

(1) GOUY, *Journ. de Phys.*, 2^e série, t. VII, 1888, p. 561; *Comptes rendus*, t. CIX, 1889, p. 102.

(2) A. EINSTEIN, *Ann. d. Physik*, 4^e série, t. XVII, 1905, p. 549; *Ann. d. Physik*, 4^e série, t. XIX, 1906, p. 371.

le nombre de molécules dans une molécule-gramme, nombre bien connu aujourd'hui et voisin de 8×10^{23} .

M. Smoluchowski (1) a tenté d'aborder le même problème par une méthode plus directe que celles employées par M. Einstein dans les deux démonstrations qu'il a données successivement de sa formule, et a obtenu pour $\overline{\Delta_x^2}$ une expression de même forme que (1), mais qui en diffère par le coefficient $\frac{64}{27}$.

II. J'ai pu constater tout d'abord qu'une application correcte de la méthode de M. Smoluchowski conduit à retrouver la formule de M. Einstein *exactement* et, de plus, qu'il est facile de donner, par une méthode toute différente, une démonstration infiniment plus simple.

Le point de départ est toujours le même : le théorème d'équipartition de l'énergie cinétique entre les divers degrés de liberté d'un système en équilibre thermique exige qu'une particule en suspension dans un fluide quelconque possède, dans la direction x , une énergie cinétique moyenne $\frac{RT}{2N}$ égale à celle d'une molécule gazeuse de nature quelconque, dans une direction donnée, à la même température. Si $\xi = \frac{dx}{dt}$ est la vitesse à un instant donné de la particule dans la direction considérée, on a donc pour la moyenne étendue à un grand nombre de particules identiques de masse m

$$(2) \quad m \overline{\xi^2} = \frac{RT}{N}.$$

Une particule comme celle que nous considérons, grande par rapport à la distance moyenne des molécules du liquide, et se mouvant par rapport à celui-ci avec la vitesse ξ subit une résistance visqueuse égale à $-6\pi\mu a\xi$ d'après la formule de Stokes. En réalité, cette valeur n'est qu'une moyenne, et en raison de l'irrégularité des chocs des molécules environnantes, l'action du fluide sur la particule oscille autour de la valeur précédente, de sorte que l'équation du mouvement est, dans la direction x ,

$$(3) \quad m \frac{d^2x}{dt^2} = -6\pi\mu a \frac{dx}{dt} + X.$$

Sur la force complémentaire X nous savons qu'elle est indifféremment positive et négative, et sa grandeur est telle qu'elle maintient l'agitation de la particule que, sans elle, la résistance visqueuse finirait par arrêter.

L'équation (3), multipliée par x , peut s'écrire

$$(4) \quad \frac{m}{2} \frac{d^2x^2}{dt^2} - m \xi^2 = -3\pi\mu a \frac{dx^2}{dt} + Xx.$$

(1) M. VON SMOLUCHOWSKI, *Ann. d. Physik*, 4^e série, t. XXI, 1906, p. 756.

Si nous considérons un grand nombre de particules identiques et prenons la moyenne des équations (4) écrites pour chacune d'elles, la valeur moyenne du terme Xx est évidemment nulle à cause de l'irrégularité des actions complémentaires X , et il vient, en

posant $z = \frac{d\bar{x}^2}{dt}$,

$$\frac{m}{2} \frac{dz}{dt} + 3\pi\mu a z = \frac{RT}{N}.$$

La solution générale

$$z = \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\mu a} + C e^{-\frac{6\pi\mu a}{m}t}$$

prend la valeur constante du premier terme en *régime permanent* au bout d'un temps de l'ordre $\frac{m}{6\pi\mu a}$ ou 10^{-8} seconde environ pour les particules sur lesquelles le mouvement brownien est observable.

On a donc, en régime permanent d'agitation,

$$\frac{d\bar{x}^2}{dt} = \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\mu a},$$

d'où, pour un intervalle de temps τ ,

$$\bar{x}^2 - \bar{x}_0^2 = \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\mu a} \tau.$$

Le déplacement Δ_x d'une particule est donné par

$$x = x_0 + \Delta_x,$$

et, comme ces déplacements sont indifféremment positifs et négatifs,

$$\overline{\Delta_x^2} = \bar{x}^2 - \bar{x}_0^2 = \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\mu a} \tau;$$

d'où la formule (1).

III. Un premier essai de vérification expérimentale vient d'être fait par M. T. Svedberg (1), dont les résultats ne s'écartent de ceux fournis par la formule (1) que dans le rapport de 1 à 4 environ et s'approchent davantage de ceux calculés par la formule de M. Smoluchowski.

Les deux démonstrations nouvelles que j'ai obtenues de la formule de M. Einstein, en suivant pour l'une d'elles la marche amorcée par M. Smoluchowski, me paraissent écarter définitivement la modification proposée par ce dernier.

(1) T. SVEDBERG, *Studien zur Lehre von den kolloïden Lösungen*. Upsala, 1907.