PROBLEMA 1

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Minimização do custo da refeição.

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Alimentos do grupo dos vegetais, carnes etc.

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   x_{ij} representa o alimento i que constitui a refeição (i = 1,2, ...n).

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   porção: quantidade que corresponde a um certo custo (p.ex.: uma porção de ervilhas = R$ 0,10 de ervilhas)

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O valor do coeficiente c_i é custo da porção do respectivo alimento (p.ex.: $c_1 = 0{,}10$).

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... = 0{,}10\ x_1 + 0{,}15\ x_2 + ...\ 0{,}50\ x_7 + 1{,}15\ x_8 + ...\ 0{,}28\ x_{10} + 0{,}42\ x_{11} + ...$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o RHS (right hand side) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   Pisos com quantidades mínimas de carboidratos, proteínas, vitaminas e gorduras e

   Pisos para vegetais, carnes e sobremesas (no mín 1 porção de cada grupo)

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

Pisos para nutrientes	CARB)	≥	5	Pisos para grupos	VEGE)	≥	1
	VITA)	≥	100		CARN)	≥	1
	PROT)	≥	100		SOBR)	≥	1
	GORD)	≥	20				

9. esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Pisos nutrientes	CARB)	$+10x_1+10x_2+ ... +30x_8 \geq$	5	Pisos grupos	VEGE)	$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 \geq$	1
	VITA)	$+30x_1+50x_2+ ... +80x_8 \geq$	100		CARN)	$x_7+x_8+x_9 \geq$	1
	PROT)	$+10x_1+20x_2+ ... +50x_8 \geq$	100		SOBR)	$x_{10}+x_{11}+x_{12}+x_{13} \geq$	1
	GORD)	$0x_1+0x_2+ ... +20x_8 \geq$	20				

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

    Minimizar $Z = 0{,}10\ x_1 + 0{,}15\ x_2 + ...\ 0{,}50\ x_7 + 1{,}15\ x_8 + ...\ 0{,}28\ x_{10} + 0{,}42\ x_{11} + ...$
    sujeito a:

Pisos nutrientes	CARB)	$+10x_1+10x_2+ ... +30x_8 \geq$	5	Pisos grupos	VEGE)	$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 \geq$	1
	VITA)	$+30x_1+50x_2+ ... +80x_8 \geq$	100		CARN)	$x_7+x_8+x_9 \geq$	1
	PROT)	$+10x_1+20x_2+ ... +50x_8 \geq$	100		SOBR)	$x_{10}+x_{11}+x_{12}+x_{13} \geq$	1
	GORD)	$0x_1+0x_2+ ... +20x_8 \geq$	20				

com todo $x_i \geq 0$

PROBLEMAS 2 a 5

Problemas com apenas duas variáveis (formulação simples pode dispensar o roteiro).

PROBLEMA 6

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Mínimo custo de transporte.

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Transportar mudas de três diferentes viveiros para quatro diferentes áreas

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   x_{ij} identifica a alternativa envolvendo o transporte de mudas do viveiro i para a área j

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Milhões de mudas. Portanto, x_{ij} quantifica milhões de mudas transportadas do viveiro i para a área j

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo avalia custo total e x_{ij} define mudas, portanto, c_{ij} precisa expressar custo do transporte da muda produzida no viveiro i e destinada para a área j. Como o enunciado não apresenta essa informação, usaremos distância entre viveiro i e área j como uma aproximação desses custos.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   $Z = 8\,x_{11} + 19\,x_{12} + 22\,x_{13} + 6\,x_{14} + 15\,x_{21} + 6\,x_{22} + 16\,x_{23} + 5\,x_{24} + 7\,x_{31} + 8\,x_{32} + 9\,x_{33} + 12\,x_{34}$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o RHS (right hand side) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   Tetos: disponibilidade (oferta) de mudas em cada viveiro j

   Pisos: necessidade (demanda) de mudas em cada área j

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

Tetos (oferta)			Pisos (demanda)		
	≤	5		≥	2
	≤	1		≥	3
	≤	2		≥	2
				≥	1

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Oferta no viveiro 1)	$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}$	≤	5	Demanda na área 1)	$x_{11}+x_{21}+x_{31}$	≥	2
Oferta no viveiro 2)	$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}$	≤	1	Demanda na área 2)	$x_{12}+x_{22}+x_{32}$	≥	3
Oferta no viveiro 3)	$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}$	≤	2	Demanda na área 3)	$x_{13}+x_{23}+x_{33}$	≥	2
				Demanda na área 4)	$x_{14}+x_{24}+x_{34}$	≥	1

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

    Minimizar $Z = 8\,x_{11} + 19\,x12 + 22\,x_{13} + 6\,x_{14} + 15\,x_{21} + 6\,x_{22} + 16\,x_{23} + 5\,x_{24} + 7\,x_{31} + 8\,x_{32} + 9\,x_{33} + 12\,x_{34}$

    sujeito a:

Oferta no viveiro 1)	$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}$	≤	5	Demanda na área 1)	$x_{11}+x_{21}+x_{31}$	≥	2
Oferta no viveiro 2)	$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}$	≤	1	Demanda na área 2)	$x_{12}+x_{22}+x_{32}$	≥	3
Oferta no viveiro 3)	$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}$	≤	2	Demanda na área 3)	$x_{13}+x_{23}+x_{33}$	≥	2
				Demanda na área 4)	$x_{14}+x_{24}+x_{34}$	≥	1

com todo $x_{ij} \geq 0$

PROBLEMA 7

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Apesar de não explicitado, parece lógico assumir que o objetivo é minimizar o tempo total para realizar 4 tarefas.

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Qualquer um dos quatro equipamentos i pode fazer qualquer tarefa j.

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   x_{ij} identifica a tarefa j destinada ao equipamento i

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Neste caso usaremos o conceito binário 0, 1 para identificar se (1) a tarefa j é feita no equipamento i, ou (0) não.

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo avalia tempo total e x_{ij} define se a tarefa é ou não feita em um certo equipamento, portanto, c_{ij} precisa expressar tempo gasto pela tarefa j no equipamento i. O enunciado apresenta essa informação em um quadro.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   $Z = 14\ x_{11} + 5\ x_{12} + 8\ x_{13} + 7\ x_{14} + 2\ x_{21} + 12\ x_{22} + 6\ x_{23} + 5\ x_{24} + 7\ x_{31} + 8\ x_{32} + 3\ x_{33} + 9\ x_{34} + 2\ x_{41} + 4\ x_{42} + 6\ x_{43} + 10\ x_{44}$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o RHS (right hand side) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   Compromisso 1: cada equipamento só realiza uma tarefa de cada vez

   Compromisso 2: cada uma das quatro tarefas precisa ser feita

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

Cada equipamento assume uma única tarefa	=	1	Cada tarefa é feita em um equipamento	=	1
	=	1		=	1
	=	1		=	1
	=	1		=	1

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Equipamento 1) $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}$	=	1	Tarefa 1) $x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41}$	=	1
Equipamento 2) $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24}$	=	1	Tarefa 2) $x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42}$	=	1
Equipamento 3) $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34}$	=	1	Tarefa 3) $x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43}$	=	1
Equipamento 4) $x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44}$	=	1	Tarefa 4) $x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44}$	=	1

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

    Minimizar $Z = 14\ x_{11} + 5\ x_{12} + 8\ x_{13} + 7\ x_{14} + 2\ x_{21} + 12\ x_{22} + 6\ x_{23} + 5\ x_{24} + 7\ x_{31} + 8\ x_{32} + 3\ x_{33} + 9\ x_{34} + 2\ x_{41} + 4\ x_{42} + 6\ x_{43} + 10\ x_{44}$
    sujeito a:

Equipamento 1) $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}$	=	1	Tarefa 1) $x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41}$	=	1
Equipamento 2) $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24}$	=	1	Tarefa 2) $x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42}$	=	1
Equipamento 3) $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34}$	=	1	Tarefa 3) $x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43}$	=	1
Equipamento 4) $x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44}$	=	1	Tarefa 4) $x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44}$	=	1

com todo $x_{ij} \geq 0$

PROBLEMA 8

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Maximizar recursos poupados ao produzir na comunidade e ter menos dependência externa

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Produzir uma das três culturas agrícolas (j: beterraba, algodão ou sorgo) em uma das três eco-vilas (i: Sol, Terra ou Lua)

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   x_{ij} identifica o plantio da cultura j na eco-vila i

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Hectares. Portanto, x_{ij} quantifica hectares da eco-vila i plantados com a cultura agrícola j

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo avalia recursos poupados e x_{ij} define hectares da cultura j na eco-vila i. Portanto, c_{ij} precisa expressar recursos poupados por hectare quando a cultura j é plantada na eco-vila i. O enunciado apresenta essa informação no quadro.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   $Z = 1000\, x_{11} + 750\, x_{12} + 250\, x_{13} + 1000\, x_{21} + 750\, x_{22} + 250\, x_{23} + 1000\, x_{31} + 750\, x_{32} + 250\, x_{33}$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o RHS (right hand side) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   Teto de área: cada eco-vila apresenta uma área agricultável máxima
   Teto de plantio: existe um máximo definido para a área total plantada na comunidade de cada cultura agrícola
   Teto de irrigação: a disponibilidade de água para irrigação é limitada a um máximo em cada eco-vila
   Compromisso de proporcionalidade: proporção [área plantada] : [área total] de cada eco-vila igual entre as 3 eco-vilas

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

	≤	400		≤	600		≤	199.800
Área da Eco-Vila	≤	600	Área da Cultura	≤	500	Água de Irrigação	≤	266.400
	≤	300		≤	325		≤	124.875

$$\frac{\text{ÁreaPlantadaEcoSol}}{\text{ÁreaTotalEcoSol}} = \frac{\text{ÁreaPlantadaEcoTerra}}{\text{ÁreaTotalEcoTerra}} = \frac{\text{ÁreaPlantadaEcoLua}}{\text{ÁreaTotalEcoLua}}$$

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Eco-Vila Sol)	$x_{11}+x_{12}+x_{13}$	≤	400	Beterraba)	$x_{11}+x_{21}+x_{31}$	≤	600	Irrigação na Sol)	$999\,x_{11}+666\,x_{12}+333\,x_{13}$	≤	199.800
Eco-Vila Terra)	$x_{21}+x_{22}+x_{23}$	≤	600	Algodão)	$x_{12}+x_{22}+x_{32}$	≤	500	Irrigação na Terra)	$999\,x_{21}+666\,x_{22}+333\,x_{23}$	≤	266.400
Eco-Vila Lua)	$x_{31}+x_{32}+x_{33}$	≤	300	Sorgo)	$x_{13}+x_{23}+x_{33}$	≤	325	Irrigação na Lua)	$999\,x_{31}+666\,x_{32}+333\,x_{33}$	≤	124.875

$$\frac{\text{ÁreaPlantadaEcoSol}}{\text{ÁreaTotalEcoSol}} = \frac{\text{ÁreaPlantadaEcoTerra}}{\text{ÁreaTotalEcoTerra}} = \frac{\text{ÁreaPlantadaEcoLua}}{\text{ÁreaTotalEcoLua}} \rightarrow \frac{x_{11}+x_{12}+x_{13}}{400} = \frac{x_{21}+x_{22}+x_{23}}{600} = \frac{x_{31}+x_{32}+x_{33}}{300} \rightarrow$$

$$\rightarrow 600(x_{11}+x_{12}+x_{13}) = 400(x_{21}+x_{22}+x_{23}) \text{ e } 300(x_{21}+x_{22}+x_{23}) = 600(x_{31}+x_{32}+x_{33}) \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 600x_{11}+600x_{12}+600x_{13} = 400x_{21}+400x_{22}+400x_{23} \\ 300x_{21}+300x_{22}+300x_{23} = 600x_{32}+600x_{33}+600x_{31} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 600x_{11}+600x_{12}+600x_{13}-400x_{21}-400x_{22}-400x_{23} = 0 \\ 300x_{21}+300x_{22}+300x_{23}-600x_{32}-600x_{33}-600x_{31} = 0 \end{cases}$$

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

Maximizar $Z = 1000\, x_{11} + 750\, x_{12} + 250\, x_{13} + 1000\, x_{21} + 750\, x_{22} + 250\, x_{23} + 1000\, x_{31} + 750\, x_{32} + 250\, x_{33}$

sujeito a:

Eco-Vila Sol)	$x_{11}+x_{12}+x_{13}$	≤	400	Beterraba)	$x_{11}+x_{21}+x_{31}$	≤	600	Irrigação na Sol)	$999\,x_{11}+666\,x_{12}+333\,x_{13}$	≤	199.800
Eco-Vila Terra)	$x_{21}+x_{22}+x_{23}$	≤	600	Algodão)	$x_{12}+x_{22}+x_{32}$	≤	500	Irrigação na Terra)	$999\,x_{21}+666\,x_{22}+333\,x_{23}$	≤	266.400
Eco-Vila Lua)	$x_{31}+x_{32}+x_{33}$	≤	300	Sorgo)	$x_{13}+x_{23}+x_{33}$	≤	325	Irrigação na Lua)	$999\,x_{31}+666\,x_{32}+333\,x_{33}$	≤	124.875

Igualdade de proporção entre eco-vilas) $\begin{cases} 600x_{11}+600x_{12}+600x_{13}-400x_{21}-400x_{22}-400x_{23} = 0 \\ 300x_{21}+300x_{22}+300x_{23}-600x_{32}-600x_{33}-600x_{31} = 0 \end{cases}$

com todo $x_{ij} \geq 0$

PROBLEMA 9

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Minimizar a distância percorrida pelos alunos até a escola

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Alocar alunos (**N**ativos e **G**auchos) da sub-região j na escola k

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   N_{jk} identifica alunos nativos que vão da sub-região j para a escola k
   G_{jk} identifica alunos gaúchos que vão da sub-região j para a escola k

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Crianças. Portanto, N_{jk} e G_{jk} quantificam crianças nativas (N) e gaúchas (G), respectivamente, da sub-região j na escola k

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo refere-se a distância total percorrida e as variáveis identificam crianças caminhado da escola j para a escola k. Portanto, c_{ij} deve expressar quilômetros percorridos por criança. As distâncias entre sub-regiões e escolas estão no quadro.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   Z = 1,2 N11 +1,5 N12 +3,3 N13 +2,6 N21 +4,0 N22 +5,5 N23 + ... +3,8 N01 +1,8 N02 +1,0 N03 +
   1,2 G11 +1,5 G12 +3,3 G13 +2,6 G21 +4,0 G22 +5,5 G23 + ... +3,8 G01 +1,8 G02 +1,0 G03

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o RHS (right hand side) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   Compromisso de colocar as crianças nativas na escola: cada sub-região tem uma população de crianças nativas
   Compromisso de colocar as crianças gaúchas na escola: cada sub-região tem uma população de crianças gaúchas
   Teto de vagas em cada escola: cada escola aceita um número máximo de crianças
   Compromisso de igualdade da proporção de gaúchos por escola: mesma proporção de vagas por escola com gaúchos
   Compromisso de teto e piso para a proporção de gaúchos por escola: essa proporção deve ficar entre 30% e 70%

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

	=	300		≤	150		≤	1500
Crianças nativas por região	...		Crianças gaúchas por região	...		Vagas máximas por escola	≤	2000
	=	350		≤	100		≤	1300

$$\frac{\text{GauchosNaEscola1}}{\text{VagasNaEscola1}} = \frac{\text{GauchosNaEscola2}}{\text{VagasNaEscola2}} = \frac{\text{GauchosNaEscola3}}{\text{VagasNaEscola3}}$$

e qualquer uma das proporções (por exemplo, na escola 2): $30\% \leq \frac{\text{CriançasGauchasNaEscola2}}{\text{VagasNaEscola2}} \leq 70\%$

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Nat. Reg. 1) $N_{11} + N_{12} + N_{13}$	=	300	Gau. Reg. 1) $G_{11} + G_{12} + G_{13}$	≤	150	Vagas Esc. 1) $G_{11} + G_{21} + G_{31} + \ldots + N_{11} + N_{21} + N_{31} + \ldots$	≤	1500
Nat. Reg. 2) $N_{21} + N_{22} + N_{23}$	=	400	Gau. Reg. 2) $G_{21} + G_{22} + G_{23}$	≤	0	Vagas Esc. 2) $G_{12} + G_{22} + G_{32} + \ldots + N_{12} + N_{22} + N_{32} + \ldots$	≤	2000
Nat. Reg. 3) $N_{31} + N_{32} + N_{33}$	=	200	Gau. Reg. 3) $G_{31} + G_{32} + G_{33}$	≤	300	Vagas Esc. 3) $G_{13} + G_{23} + G_{33} + \ldots + N_{13} + N_{23} + N_{33} + \ldots$	≤	1300
...			...					

$$\frac{\text{GauchosNaEscola1}}{\text{VagasNaEscola1}} = \frac{\text{GauchosNaEscola2}}{\text{VagasNaEscola2}} = \frac{\text{GauchosNaEscola3}}{\text{VagasNaEscola3}} \rightarrow \frac{G_{11} + G_{21} + G_{31} + \cdots}{1500} = \frac{G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots}{2000} = \frac{G_{13} + G_{23} + G_{33} + \cdots}{1300} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2000(G_{11} + G_{21} + G_{31} + \cdots) = 1500(G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots) \\ 1300(G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots) = 2000\,(G_{13} + G_{23} + G_{33} + \cdots) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2000G_{11} + 2000G_{21} + 2000G_{31} + \cdots = 1500G_{12} + 1500G_{22} + 1500G_{32} + \cdots \\ 1300G_{12} + 1300G_{22} + 1300G_{32} + \cdots = 2000G_{13} + 2000G_{23} + 2000G_{33} + \cdots \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2000G_{11} + 2000G_{21} + 2000G_{31} + \cdots - 1500G_{12} - 1500G_{22} - 1500G_{32} - \cdots = 0 \\ 1300G_{12} + 1300G_{22} + 1300G_{32} + \cdots - 2000G_{13} - 2000G_{23} - 2000G_{33} - \cdots = 0 \end{cases}$$

$$30\% \leq \frac{\text{CriançasGauchasNaEscola2}}{\text{VagasNaEscola2}} \leq 70\% \rightarrow \begin{cases} G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \leq 0{,}7\,(2000) \\ G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \geq 0{,}3\,(2000) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \leq 1400 \\ G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \geq \ \ 600 \end{cases}$$

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

Minimizar Z = 1,2 N11 +1,5 N12 +3,3 N13 +2,6 N21 +4,0 N22 +5,5 N23 + ... +3,8 N01 +1,8 N02 +1,0 N03 +
1,2 G11 +1,5 G12 +3,3 G13 +2,6 G21 +4,0 G22 +5,5 G23 + ... +3,8 G01 +1,8 G02 +1,0 G03

sujeito a:

Nat. Reg. 1) $N_{11} + N_{12} + N_{13}$	=	300	Gau. Reg. 1) $G_{11} + G_{12} + G_{13}$	≤	150	Vagas Esc. 1) $G_{11} + G_{21} + G_{31} + \ldots + N_{11} + N_{21} + N_{31} + \ldots$	≤	1500
Nat. Reg. 2) $N_{21} + N_{22} + N_{23}$	=	400	Gau. Reg. 2) $G_{21} + G_{22} + G_{23}$	≤	0	Vagas Esc. 2) $G_{12} + G_{22} + G_{32} + \ldots + N_{12} + N_{22} + N_{32} + \ldots$	≤	2000
Nat. Reg. 3) $N_{31} + N_{32} + N_{33}$	=	200	Gau. Reg. 3) $G_{31} + G_{32} + G_{33}$	≤	300	Vagas Esc. 3) $G_{13} + G_{23} + G_{33} + \ldots + N_{13} + N_{23} + N_{33} + \ldots$	≤	1300
...			...					

$$\begin{cases} 2000G_{11} + 2000G_{21} + 2000G_{31} + \cdots - 1500G_{12} - 1500G_{22} - 1500G_{32} - \cdots = 0 \\ 1300G_{12} + 1300G_{22} + 1300G_{32} + \cdots - 2000G_{13} - 2000G_{23} - 2000G_{33} - \cdots = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \leq 1400 \\ G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \geq \ \ 600 \end{cases}$$

com todo N_{jk} e $G_{jk} \geq 0$

PROBLEMA 10

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Minimizar o custo da folha de salários de uma ONG de educadores.

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Pagar educadores e trainees em cada um dos próximos 5 meses

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   T_t se associa com trainees contratados no mês t e E_t com educadores contratados no mês t

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Pessoas. Portanto, T_t representa quantidade de trainees no mês t e E_t representa educadores no mês t

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo avalia salários pagos, e T_t e E_t representa pessoas contratadas no período t. Portanto, c_t precisa expressar salário pago por pessoa no ano t. O valor do salário de trainees e educadores é informado e é constante nos cinco meses.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   $Z = 1000\ T_1 + 1000\ T_2 + 1000\ T_3 + 1000\ T_4 + 1000\ T_5 + 2000\ E_1 + 2000\ E_2 + 2000\ E_3 + 2000\ E_4 + 2000\ E_5$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o RHS (right hand side) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   Compromisso de começar com 50 educadores contratados: o valor de E_1 começa definido
   Piso estabelecendo demandas mensais: a ONG deve dar um mínimo mensal de aula pré-definido
   Compromisso renovar 5% do quadro com trainees: o trainee após um mês de treinamento pode virar educador

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

	Horas oferecidas no mês 1	≥	6000		Educadores no mês 1	=	50
	Horas oferecidas no mês 2	≥	7000		Educadores no mês 2	=	$0,95\ E_1 + T_1$
Pisos	Horas oferecidas no mês 3	≥	8000	Compromissos	Educadores no mês 3	=	$0,95\ E_2 + T_2$
	Horas oferecidas no mês 4	≥	9000		Educadores no mês 4	=	$0,95\ E_3 + T_3$
	Horas oferecidas no mês 5	≥	11000		Educadores no mês 5	=	$0,95\ E_4 + T_4$

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Mês 1)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\ E_1 - 50\ T_1$	≥	6000	E_1	=	50
Mês 2)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\ E_2 - 50\ T_2$	≥	7000	$E_2 - 0,95\ E_1 - T_1$	=	0
Mês 3)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\ E_3 - 50\ T_3$	≥	8000	$E_3 - 0,95\ E_2 - T_2$	=	0
Mês 4)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\ E_4 - 50\ T_4$	≥	9000	$E_4 - 0,95\ E_3 - T_3$	=	0
Mês 5)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\ E_5 - 50\ T_5$	≥	11000	$E_5 - 0,95\ E_3 - T_4$	=	0

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

Minimizar $Z = 1000\ T_1 + 1000\ T_2 + 1000\ T_3 + 1000\ T_4 + 1000\ T_5 + 2000\ E_1 + 2000\ E_2 + 2000\ E_3 + 2000\ E_4 + 2000\ E_5$

sujeito a:

Mês 1)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\ E_1 - 50\ T_1$	≥	6000	E_1	=	50
Mês 2)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\ E_2 - 50\ T_2$	≥	7000	$E_2 - 0,95\ E_1 - T_1$	=	0
Mês 3)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\ E_3 - 50\ T_3$	≥	8000	$E_3 - 0,95\ E_2 - T_2$	=	0
Mês 4)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\ E_4 - 50\ T_4$	≥	9000	$E_4 - 0,95\ E_3 - T_3$	=	0
Mês 5)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\ E_5 - 50\ T_5$	≥	11000	$E_5 - 0,95\ E_3 - T_4$	=	0

com todo E_t e $T_t \geq 0$

PROBLEMA 11 (nível "Ninja")

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Máxima arrecadação com impostos municipais

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Coleta de impostos em diferentes zonas i por tipo de uso j

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   X_{ij} identifica a zona i=1 ou 2, destinada ao uso j=1, 2, 3, 4 ou 5 (residencial, comercial, industrial, parque ou turismo)

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Hectares. Portanto, X_{ij} representa a quantidade de hectares de uso j na zona i

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo refere-se a arrecadação de impostos municiais, e as variáveis identificam hectares do uso j na zona i. Portanto, c_{ij} deve expressar arrecadação por hectare do uso j na zona i.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   $Z = 130\ X_{11} + 400\ X_{12} + 950\ X_{13} + 0\ X_{14} + 2\ X_{15} + 130\ X_{21} + 400\ X_{22} + 950\ X_{23} + 0\ X_{24} + 2\ X_{25}$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o RHS (right hand side) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   Tetos para novos residentes, para área por uso, para área por zona e para a proporção [valor do imposto arrecadado] : [valor do serviço prestado]. Pisos para a proporção [área urbanizada] : [área com turismo], para a proporção [área com parques] : [população residente], para a proporção [área comercial] : [novos residentes]

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

Tetos	Novos residentes	≤	20000	Área da Zona 1	≤	1930	Área da Zona 2	≤	2550
	Área p/ uso 1 na Zona 1	≤	1710	Área p/ uso 1 na Zona 2	≤	1320			
	Área p/ uso 2 na Zona 1	≤	170	Área p/ uso 2 na Zona 2	≤	260	$\frac{\text{Serviços Prestados}}{\text{Impostos arrecadados}}$	≤	$\frac{2}{10}$
	Área p/ uso 3 na Zona 1	≤	420	Área p/ uso 3 na Zona 2	≤	950			
	Área p/ uso 4 na Zona 1	≤	220	Área p/ uso 4 na Zona 2	≤	60			
	Área p/ uso 5 na Zona 1	≤	1480	Área p/ uso 5 na Zona 2	≤	1940			

Compromisso | População residente = população empregada na indústria e comércio

Pisos | $\frac{\text{Área com turismo}}{\text{Área residencial + comercial + industrial}} \geq \frac{1}{3}$ | $\frac{\text{Área com parques por zona}}{\text{População residente na zona}} \geq \frac{1}{100}$ | $\frac{\text{Área comercial}}{\text{População residente}} \geq \frac{1}{50}$

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

1)	$8\ X_{11} + 8\ X_{21}$	≤	20000	2)	$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15}$	≤	1930	3) $X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 2550$
4)	X_{11}	≤	1710	9)	X_{21}	≤	1320	
5)	X_{12}	≤	170	10)	X_{22}	≤	260	14) $\frac{2{,}5\ X_{11} + 4\ X_{12} + 10\ X_{13} + 0{,}5\ X_{14} + 0{,}05\ X_{15} + 2{,}5\ X_{21} + 4\ X_{22} + 10\ X_{23} + 0{,}5\ X_{24} + 0{,}05\ X_{25}}{130\ X_{11} + 400\ X_{12} + 950\ X_{13} + 0\ X_{14} + 2\ X_{15} + 130\ X_{21} + 400\ X_{22} + 950\ X_{23} + 0\ X_{24} + 2\ X_{25}} \leq \frac{2}{10}$
6)	X_{13}	≤	420	11)	X_{23}	≤	950	
7)	X_{14}	≤	220	12)	X_{24}	≤	60	
8)	X_{15}	≤	1480	13)	X_{25}	≤	1940	

| 15) $8\ X_{11} + 8\ X_{21} = 20\ X_{12} + 40\ X_{13} + 20\ X_{22} + 40\ X_{23}$

16) $\frac{X_{15} + X_{15}}{X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{21} + X_{22} + X_{23}} \geq \frac{1}{3}$ | 17) $\frac{X_{14}}{8\ X_{11}} \geq \frac{1}{100}$ | 18) $\frac{X_{24}}{8\ X_{21}} \geq \frac{1}{100}$ | 19) $\frac{X_{12} + X_{22}}{8\ X_{11} + 8\ X_{21}} \geq \frac{1}{50}$

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

Maximizar $Z = 130\ X_{11} + 400\ X_{12} + 950\ X_{13} + 0\ X_{14} + 2\ X_{15} + 130\ X_{21} + 400\ X_{22} + 950\ X_{23} + 0\ X_{24} + 2\ X_{25}$

sujeito a:

1)	$8\ X_{11} + 8\ X_{21}$	≤	20000	2)	$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15}$	≤	1930	3) $X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 2550$
4)	X_{11}	≤	1710	9)	X_{21}	≤	1320	
5)	X_{12}	≤	170	10)	X_{22}	≤	260	
6)	X_{13}	≤	420	11)	X_{23}	≤	950	
7)	X_{14}	≤	220	12)	X_{24}	≤	60	
8)	X_{15}	≤	1480	13)	X_{25}	≤	1940	

| 15) $8\ X_{11} + 8\ X_{21} - 20\ X_{12} - 40\ X_{13} - 20\ X_{22} - 40\ X_{23} = 0$

*14) $-235\ X_{11} - 760\ X_{12} - 1800\ X_{13} + 5\ X_{14} - 3{,}5\ X_{15} - 235\ X_{21} - 760\ X_{22} - 1800\ X_{23} + 5\ X_{24} - 3{,}5\ X_{25} \leq 0$ | 16) $-X_{11} - X_{12} - X_{13} - X_{21} - X_{22} - X_{23} + 3\ X_{15} + 3\ X_{25} \geq 0$

17) $100X_{14} - 8X_{11} \geq 0$ | 18) $+100X_{24} - 8X_{21} \geq 0$ | 19) $50X_{12} + 50X_{22} - 8X_{11} - 8X_{21} \geq 0$

com $X_{ij} \geq 0$

* Formulação alternativa para a restrição (14)

$$25\,X_{11} + 40\,X_{12} + 100\,X_{13} + 5\,X_{14} + 0{,}5\,X_{15} + 25\,X_{21} + 40\,X_{22} + 100\,X_{23} + 5\,X_{24} + 0{,}5\,X_{25} \leq 260\,X_{11} + 800\,X_{12} + 1900\,X_{13} + 4\,X_{15} + 260\,X_{21} + 800\,X_{22} + 1900\,X_{23} + 4\,X_{25}$$

$$(25-260)\,X_{11} + (40-800)\,X_{12} + (100-1900)\,X_{13} + 5\,X_{14} + (0{,}5-4)\,X_{15} + (25-260)\,X_{21} + (40-800)\,X_{22} + (100-1900)\,X_{23} + 5\,X_{24} + (0{,}5-4)\,X_{25} \leq 0$$

$$-235\,X_{11} - 760\,X_{12} - 1800\,X_{13} + 5\,X_{14} - 3{,}5\,X_{15} - 235\,X_{21} - 760\,X_{22} - 1800\,X_{23} + 5\,X_{24} - 3{,}5\,X_{25} \leq 0$$