Pilha

SCC0202 - Algoritmos e Estruturas de Dados I

Prof. Fernando V. Paulovich
**Baseado no material do Prof. Gustavo Batista*
http://www.icmc.usp.br/~paulovic
paulovic@icmc.usp.br

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC)
Universidade de São Paulo (USP)

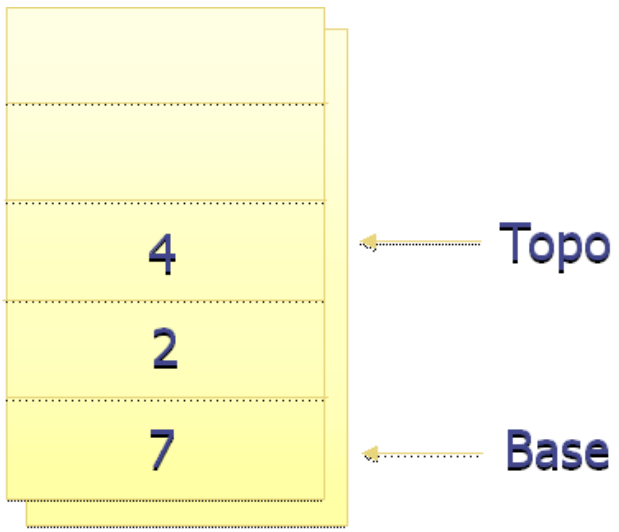
23 de outubro de 2017

Sumário

Sumário

Pilhas

- Pilhas são listas nas quais as inserções e remoções são feitas na mesma extremidade, chamada **topo**



Pilhas

- Nas pilhas elementos são adicionados no topo e removidos do topo
  - Política Last-In/First-Out (LIFO)
- Para lembrar o conceito de pilha, pode-se utilizar a associação com uma pilha de pratos ou xícaras

TAD Pilhas

- Operações principais
  - *empilhar(P,x)*: insere o elemento **x** no topo de **P**
  - *desempilhar(P)*: remove o elemento do topo de **P**, e retorna esse elemento

TAD Pilhas

- Operações auxiliares
  - *criar(P)*: cria uma pilha **P** vazia
  - *apagar(P)*: apaga a pilha **P** da memória
  - *topo(P)*: retorna o elemento do topo de **P**, sem remover
  - *tamanho(P)*: retorna o número de elementos em **P**
  - *vazia(P)*: indica se a pilha **P** está vazia
  - *cheia(P)*: indica se a pilha **P** está cheia (útil para implementações estáticas).

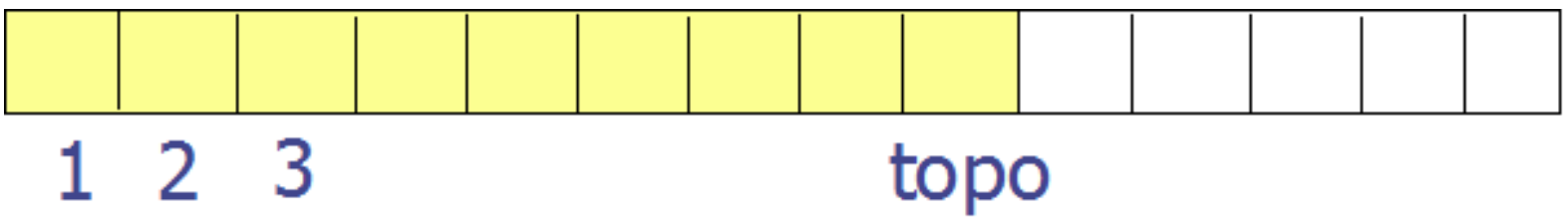
Aplicações

- Exemplos de aplicações de pilhas
  - O botão “back” de um navegado web ou a opção “undo” de um editor de textos
  - Controle de chamada de procedimentos
  - Estrutura de dados auxiliar em alguns algoritmos como a busca em profundidade

Sumário

Implementação Estática

- Implementação simples
- Uma variável mantém o controle da posição do topo, e pode ser utilizada também para informar o número de elementos na pilha



Definição de Tipos

```
1  typedef struct pilha_estatica PILHA_ESTATICA;
2
3  #define TAM 100
4
5  struct pilha_estatica {
6    ITEM * itens[TAM];
7    int topo;
8  };
```

Implementação Estática

```
1  PILHA_ESTATICA *criar_pilha() {
2    PILHA_ESTATICA *pilha = (PILHA_ESTATICA *) malloc(sizeof (↩
         PILHA_ESTATICA));
3
4    if (pilha != NULL) {
5      pilha->topo = -1;
6    }
7    return pilha;
8  }
9
10 int vazia(PILHA_ESTATICA *pilha) {
11   return (pilha->topo == -1);
12 }
13
14 int cheia(PILHA_ESTATICA *pilha) {
15   return (pilha->topo == TAM-1);
16 }
17
18 int tamanho(PILHA_ESTATICA *pilha) {
19   return (pilha->topo+1);
20 }
```

Implementação Estática

```
1  int empilhar(PILHA_ESTATICA *pilha, ITEM *item) {
2    if (!cheia(pilha)) {
3      pilha->topo++;
4      pilha->itens[pilha->topo] = item;
5      return 1;
6    }
7    return 0;
8  }
9
10 ITEM *desempilhar(PILHA_ESTATICA *pilha) {
11   if (!vazia(pilha)) {
12     ITEM item = pilha->itens[pilha->topo];
13     pilha->itens[pilha->topo] = NULL;
14     pilha->topo--;
15     return item;
16   }
17   return NULL;
18 }
```

Sumário

Implementação Dinâmica

- Implementação com lista ligada
- O topo pode ser o início da lista
  - A implementação se torna mais eficiente, pois nunca há necessidade de percorrer a lista
  - Não há necessidade de utilizar listas duplamente ligadas ou com cabeça

Definição de Tipos

```
1  typedef struct pilha_dinamica PILHA_DINAMICA;
2
3  typedef struct NO {
4    ITEM *item;
5    struct NO *anterior;
6  } NO;
7
8  struct pilha_dinamica {
9    NO *topo;
10   int tamanho;
11 };
```

Implementação Dinâmica

```
1  PILHA_DINAMICA *criar_pilha() {
2    PILHA_DINAMICA *pilha = (PILHA_DINAMICA *) malloc(sizeof (↩
         PILHA_DINAMICA));
3    if (pilha != NULL) {
4      pilha->topo = NULL;
5      pilha->tamanho = 0;
6    }
7    return pilha;
8  }
9
10 void apagar_pilha(PILHA_DINAMICA **pilha) {
11   if (!vazia(*pilha)) {
12     NO *paux = (*pilha)->topo;
13
14     while (paux != NULL) {
15       NO *prem = paux;
16       paux = paux->anterior;
17       apagar_no(prem);
18     }
19   }
20
21   free(*pilha);
22   *pilha = NULL;
23 }
```

Implementação Dinâmica

```
1  int vazia(PILHA_DINAMICA *pilha) {
2    return (pilha->topo == NULL);
3  }
4
5  int tamanho(PILHA_DINAMICA *pilha) {
6    return pilha->tamanho;
7  }
8
9  ITEM *topo(PILHA_DINAMICA *pilha) {
10   if (!vazia(pilha)) {
11     return pilha->topo->item;
12   }
13   return NULL;
14 }
```

Implementação Dinâmica

```
1  int empilhar(PILHA_DINAMICA *pilha, ITEM *item) {
2    NO *pnovo = (NO *) malloc(sizeof (NO));
3    if (pnovo != NULL) {
4      pnovo->item = item;
5      pnovo->anterior = pilha->topo;
6      pilha->topo = pnovo;
7      pilha->tamanho++;
8      return 1;
9    }
10   return 0;
11 }
12
13 ITEM *desempilhar(PILHA_DINAMICA *pilha) {
14   if (!vazia(pilha)) {
15     NO *pno = pilha->topo;
16     ITEM * item = pno->item;
17     pilha->topo = pno->anterior;
18     free(pno);
19     pilha->tamanho--;
20     return item;
21   }
22   return NULL;
23 }
```

Estática versus Dinâmica

Operação	Estática	Dinâmica
Criar	$O(1)$	$O(1)$
Apagar	$O(n)$	$O(n)$
Empilhar	$O(1)$	$O(1)$
Desempilhar	$O(1)$	$O(1)$
Topo	$O(1)$	$O(1)$
Vazia	$O(1)$	$O(1)$
Tamanho	$O(1)$	$O(1)$ (com contador)

Estática versus Dinâmica

- Estática
  - Implementação simples
  - Tamanho da pilha definido a priori
- Dinâmica
  - Alocação dinâmica permite gerenciar melhor estruturas cujo tamanho não é conhecido a priori ou que variam muito de tamanho

Sumário

Sumário

Aplicação de Pilhas

- Avaliação de expressões aritméticas
  - Notação infixa é ambígua
    - $A + B * C = ?$
    - Necessidade de precedência de operadores ou utilização de parênteses
- Entretanto existem outras notações...

Aplicação de Pilhas

Notação polonesa (prefixa)

- Operadores precedem os operandos
- Dispensa o uso de parênteses
- $-*AB/CD = (A*B) - (C/D)$

Notação polonesa reversa (posfixa)

- Operandos sucedem os operadores
- Dispensa o uso de parênteses
- $AB*CD/- = (A*B) - (C/D)$

Aplicação de Pilhas

- Expressões na notação posfixa podem ser avaliadas utilizando uma pilha
  - A expressão é avaliada de esquerda para a direita
  - Os operandos são empilhados
  - Os operadores fazem com que dois operandos sejam desempilhados, o cálculo seja realizado e o resultado empilhado

Aplicação de Pilhas

- Por exemplo: $6\ 2\ /\ 3\ 4\ *\ +\ 3\ -\ =\ 6\ /\ 2\ +\ 3\ *\ 4\ -\ 3$

Símbolo	**Ação**	**Pilha**
6	empilhar	$P[6]$
2	empilhar	$P[2,6]$
$/$	desempilhar, aplicar operador e empilhar	$P[(6/2)] = P[3]$
3	empilhar	$P[3,3]$
4	empilhar	$P[4,3,3]$
$*$	desempilhar, aplicar operador e empilhar	$P[(3*4),3] = P[12,3]$
$+$	desempilhar, aplicar operador e empilhar	$P[(3+12)] = P[15]$
3	empilhar	$P[3,15]$
$-$	desempilhar, aplicar operador e empilhar	$P[(15-3)] = P[12]$
	final, resultado no topo da pilha	$P[12]$

Implementação

- Código para ler uma string e extrair os elementos da mesma (operandos e operadores) – os elementos separados por espaço

```
1  #include <string.h>
2
3  int main () {
4    char str[] = "( 30 * ( 2 + 3 ) / 2 ) * 5";
5
6    char *token = strtok (str," ");
7    while (token != NULL) {
8      //... processa 'token'
9
10     token = strtok (NULL, " ");
11   }
12
13   return 0;
14 }
```

Implementação

- Definição da estrutura Pilha que pode armazenar **int** ou **char**

```
1  #define TIPO_CHAR 0
2  #define TIPO_INT 1
3
4  typedef struct {
5    int tipo_union;
6    union {
7      int vint;
8      char vchar;
9    };
10 } ITEM;
11
12 ITEM *criar_item(int tipo_union, int valor);
13 void apagar_item(ITEM **item);
14 void imprimir_item(ITEM *item);
```

Implementação

```
1  ITEM *criar_item(int tipo_union, int valor) {
2    ITEM *item = (ITEM *) malloc(sizeof (ITEM));
3    if (tipo_union == TIPO_CHAR) {
4      item->vchar = valor;
5    } else {
6      item->vint = valor;
7    }
8    item->tipo_union = tipo_union;
9    return item;
10 }
11
12 void imprimir_item(ITEM *item) {
13   if (item != NULL) {
14     if (item->tipo_union == TIPO_CHAR) {
15       printf("%c\n", item->vchar);
16     } else {
17       printf("%d\n", item->vint);
18     }
19   }
20 }
```

Implementação

```
1  int avalia_posfixa(char *posfix_expr) {
2    ITEM *op1, *op2, *res;
3    PILHA_DINAMICA *pilha = criar_pilha();
4
5    char *token = strtok(posfix_expr, " ");
6    while (token != NULL) {
7      if (isdigit(token[0])) {
8        empilhar(pilha, criar_item(TIPO_INT, atoi(token)));
9      } else {
10       op2 = desempilhar(pilha);
11       op1 = desempilhar(pilha);
12
13       res = criar_item(TIPO_INT, 0);
14       switch (token[0]) {
15         case '+': res->vint = op1->vint + op2->vint; break;
16         case '-': res->vint = op1->vint - op2->vint; break;
17         case '*': res->vint = op1->vint * op2->vint; break;
18         case '/': res->vint = op1->vint / op2->vint; break;
19         default: printf("Operador nao suportado <%c>!\n", token[0]);
20       }
21
22       apagar_item(&op1);
23       apagar_item(&op2);
24       empilhar(pilha, res);
25     }
26     token = strtok(NULL, " ");
27   }
28
29   res = desempilhar(pilha);
30   int resultado = res->vint;
31   apagar_item(&res);
32   apagar_pilha(&pilha);
33
34   return resultado;
35 }
```

Sumário

Algoritmo para Conversão de Infixa para Posfixa

- Para chegar a esse algoritmo, observamos que a ordem dos operandos não é alterada quando a expressão é convertida: eles são copiados para a saída logo que encontrados

Algoritmo para Conversão de Infixa para Posfixa

- Para chegar a esse algoritmo, observamos que a ordem dos operandos não é alterada quando a expressão é convertida: eles são copiados para a saída logo que encontrados
- Por outro lado os operadores devem mudar de ordem, já que na posfixa eles aparecem logo depois dos seus operandos

Algoritmo para Conversão de Infixa para Posfixa

- Para chegar a esse algoritmo, observamos que a ordem dos operandos não é alterada quando a expressão é convertida: eles são copiados para a saída logo que encontrados
- Por outro lado os operadores devem mudar de ordem, já que na posfixa eles aparecem logo depois dos seus operandos
- Numa expressão posfixa, as operações são efetuadas na ordem em que aparecem. Logo, o que determina a posição de um operador é a prioridade que ele tem na forma infixa

Algoritmo para Conversão de Infixa para Posfixa

- Para chegar a esse algoritmo, observamos que a ordem dos operandos não é alterada quando a expressão é convertida: eles são copiados para a saída logo que encontrados
- Por outro lado os operadores devem mudar de ordem, já que na posfixa eles aparecem logo depois dos seus operandos
- Numa expressão posfixa, as operações são efetuadas na ordem em que aparecem. Logo, o que determina a posição de um operador é a prioridade que ele tem na forma infixa
- Aqueles operadores de maior prioridade aparecem primeiro na expressão de saída

Algoritmo de Conversão

1. Realize uma varredura na expressão infixa
   1. Ao encontrar um operando, copie na expressão de saída
   2. Ao encontrar o operador
      1. Enquanto a pilha não estiver vazia e houver no seu topo um operador com prioridade maior ou igual ao encontrado e no topo não houver um parêntese de abertura, desempilhe o operador e copie-o na saída
      2. Empilhe o operador encontrado
   3. Ao encontrar um parêntese de abertura, empilhe-o
   4. Ao encontrar uma parêntese de fechamento, remova os símbolos da pilha e copie-os na saída até que seja desempilhado o parêntese de abertura correspondente
2. Ao final da varredura, esvazie a pilha, copiando os símbolos desempilhados para a saída

Conversão de Infixa para Posfixa

- $A * (B + C)/D$

Símbolo	Ação	Pilha	Saída
A	copia para a saída	P:[ ]	A
*	pilha vazia, empilha	P:[*]	A
(	sempre deve ser empilhado	P:[(,*]	A
B	copia para a saída	P:[(,*]	AB
+	prioridade maior, empilha	P:[+,(,*]	AB
C	copia para a saída	P:[+,(,*]	ABC
)	desempilha até achar '('	P:[*]	ABC+
/	prioridade igual, desempilha	P:[/]	ABC+*
D	copia para a saída	P:[/]	ABC+*D
	final, esvazia a pilha	P:[ ]	ABC+*D/

Algoritmo para Definir Prioridades dos Operadores

```
1  int prioridade(char operador) {
2    switch (operador) {
3      case '-':
4      case '+': return 1;
5      case '/':
6      case '*': return 2;
7      default:
8        printf("Operador nao suportado <%c>!\n", operador);
9        return -1;
10   }
11 }
```

Implementação

```
1  void strcat_str(char *dst, char *org) {
2    strcat(dst, org);
3    strcat(dst, " ");
4  }
5
6  void strcat_char(char *dst, char c) {
7    char aux[3] = {c, ' ', '\0'};
8    strcat(dst, aux);
9  }
```

Implementação

```
1  char *infixa_para_posfixa(char *infix_expr) {
2    ITEM *op;
3    PILHA_DINAMICA *pilha = criar_pilha();
4    static char posfix_expr[512];
5
6    char *token = strtok(infix_expr, " ");
7    while (token != NULL) {
8      if (isdigit(token[0])) {
9        strcat_str(posfix_expr, token);
10     } else if (token[0] == '(') {
11       empilhar(pilha, criar_item(TIPO_CHAR, token[0]));
12     } else if (token[0] == ')') {
13       while (!vazia(pilha) && topo(pilha)->vchar != '(') {
14         op = desempilhar(pilha);
15         strcat_char(posfix_expr, op->vchar);
16         apagar_item(&op);
17       }
18       op = desempilhar(pilha);
19       apagar_item(&op);
20     } else {
21       while (!vazia(pilha) && topo(pilha)->vchar != '(' &&
22              prioridade(topo(pilha)->vchar) >= prioridade(token[0])) {
23         op = desempilhar(pilha);
24         strcat_char(posfix_expr, op->vchar);
25         apagar_item(&op);
26       }
27       empilhar(pilha, criar_item(TIPO_CHAR, token[0]));
28     }
29     token = strtok(NULL, " ");
30   }
31
32   while (!vazia(pilha)) {
33     op = desempilhar(pilha);
34     strcat_char(posfix_expr, op->vchar);
35     apagar_item(&op);
36   }
37   apagar_pilha(&pilha);
38
39   return posfix_expr;
40 }
```