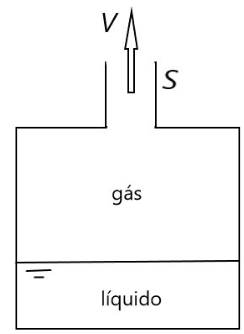
MECÂNICA DOS FLUIDOS: NOÇÕES, LABORATÓRIO E APLICAÇÕES
(PME 3332)
Gabarito Primeira Prova - 2017

1. (3.5 pontos) Um reservatório tem, no instante $t=0$, um terço de seu volume ocupado por uma determinada substância no estado líquido, com o resto do volume ocupado pela mesma substância no estado gasoso. Gás vai escapando com velocidade média V constante através da saída de área S. Enquanto o gás escapa a substância vai continuamente mudando do estado líquido para o gasoso.
Se o reservatório tem um volume $\forall_o$, e as massas específicas da substância nos estados líquido e gasoso são respectivamente ρ_L e ρ_g, sendo constantes ao longo do tempo, obtenha o volume remanescente de líquido $\forall_L(t)$ ao longo do tempo.



Solução:
A massa total da substância contida no reservatório é dada pela soma da massa de líquido $\rho_L \forall_L$ com a massa de gás ρ_g ($\forall_o$ - $\forall_L$). Usando um volume de controle englobando o reservatório, o único fluxo através da superfície de controle ocorre na saída S. Assim:

$$\frac{d\left[\rho_L \forall_L + \rho_g \left(\forall_o - \forall_L\right)\right]}{dt} + \rho_g V S = 0$$

Isso resulta:

$$\rho_L \frac{d\forall_L}{dt} + \rho_g \frac{d\left(\forall_o - \forall_L\right)}{dt} + \rho_g V S = 0$$

Como $\forall_o$ é constante:

$$\left(\rho_L - \rho_g\right)\frac{d\forall_L}{dt} + \rho_g V S = 0$$

Logo:

$$\frac{d\forall_L}{dt} = -\frac{\rho_g V S}{\rho_L - \rho_g}$$

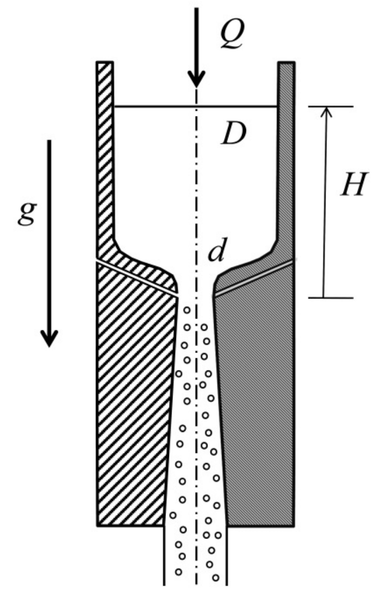
Isso resulta:

$$\forall_L(t) = \frac{\forall_o}{3} - \frac{\rho_g V S}{\rho_L - \rho_g} t$$

2. (3.5 pontos) Os bebedores de vinho sabem que é necessário arejar o vinho antes da degustação, pois o líquido precisa absorver ar ou "respirar" para recuperar seu sabor original. A figura mostra um arejador de vinho baseado em um venturi. O líquido de massa específica ρ é vertido com uma vazão Q e cai verticalmente através de um tubo de diâmetro D e atravessa uma garganta de diâmetro $d < D$ que tem furos pequenos que a conectam com a pressão ambiente p_a. Através desses furos é sugado ar, que se mistura com o vinho; a mistura já arejada escoa através do difusor a jusante da garganta.

Se H é a altura de líquido acima da garganta e g é a aceleração gravitacional, determinar a vazão mínima de líquido $Q_{\min}$ a ser vertida para que o arejador comece a sugar ar. Desprezar as variações de pressão no ar e desconsiderar perdas.

Dica: qual é a pressão na garganta na condição procurada?



Solução:

Na condição procurada, a pressão na garganta é igual à pressão ambiente. Por continuidade:

$$V_H \frac{\pi}{4} D^2 = V_g \frac{\pi}{4} d^2 = Q \quad \Rightarrow \quad \frac{V_H}{V_g} = \left(\frac{d}{D}\right)^2 = \beta^2 \quad ; \quad V_g = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

onde $\beta = \dfrac{d}{D}$. Aplicando Bernoulli na linha de corrente entre a superfície de altura H e a garganta, resulta:

$$p_a + \frac{1}{2}\rho V_H^2 + \rho g H = p_g + \frac{1}{2}\rho V_g^2$$

$$\Rightarrow \quad p_a - p_g + \rho g H = \frac{1}{2}\rho V_g^2 \left[1 - \left(\frac{V_H}{V_g}\right)^2\right] = \frac{1}{2}\rho V_g^2 \left(1 - \beta^4\right)$$

onde p_g é a pressão na garganta. Na condição em que o arejador começa a sugar ar, é $p_g = p_a$, resultando da relação anterior:

$$V_{g\,\min} = \left(\frac{2gH}{1-\beta^4}\right)^{1/2} \quad \Rightarrow \quad Q_{\min} = \frac{\pi}{4} d^2 \left(\frac{2gH}{1-\beta^4}\right)^{1/2}$$

3. (3 pontos) O torque M produzido no eixo de uma turbina axial, dividido pela vazão Q, é uma função do diâmetro da turbina D, massa específica do fluido ρ e velocidade angular Ω, de modo que:

$M/Q = f(D, \rho, \Omega)$

Um modelo da turbina é ensaiado e para determinar M/Q em função dos parâmetros D, ρ e Ω. Responda:

a) O que ocorre com M/Q se construirmos um protótipo com o dobro do diâmetro do modelo, mantendo os outros parâmetros iguais?

b) O que ocorre com M/Q se a velocidade angular do protótipo for o dobro da velocidade angular do modelo, mantendo os outros parâmetros iguais?

Solução:

Temos a matriz dimensional:

	M/Q	D	ρ	Ω
M	1	0	1	0
L	-1	1	-3	0
T	-1	0	0	-1

É fácil ver que resulta apenas um adimensional, logo ele tem que ser uma constante (não é função de nada):

$$\Pi_1 = \frac{M/Q}{\rho \Omega D^2} = \text{constante}$$

Fica fácil ver que, ao dobramos o diâmetro, M/Q será quadruplicado, e ao dobrarmos a velocidade angular, M/Q será duplicado.