

# Capítulo 1

## Controle de Posição

### 1.1 Objetivos

O objetivo deste experimento é familiarizar o estudante com o procedimento de ajuste dos parâmetros de controladores do tipo **PD**. Nesse sentido, serão desenvolvidos o projeto do controlador e a avaliação de seu desempenho.

### 1.2 Modelo matemático

Um motor elétrico de corrente contínua é composto por uma parte móvel (rotor), definida por um conjunto de espiras, e uma parte fixa (estator) geradora de campo magnético. O seguinte esquema eletromecânico, Figura ??, representa o motor elétrico CC:

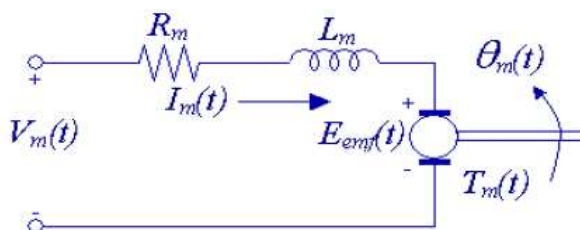


Figura 1.1: Diagrama eletromecânico do motor CC.

sendo  $V_m(t)$  a tensão aplicada ao rotor,  $I_m(t)$  a corrente que circula pelas espiras,  $R_m$  a resistência do conjunto de espiras,  $L_m$  a indutância característica do rotor,  $E_{emf}$  a força contra eletromotriz induzida nas espiras pelo campo magnético do estator,  $T_m(t)$  o torque desenvolvido pelo motor CC e  $\theta_m(t)$  a posição angular do eixo do motor.

Usando a lei de Kirchhoff de tensão, obtém-se a equação abaixo:

$$V_m - R_m I_m - L_m \frac{dI_m}{dt} - E_{emf} = 0. \quad (1.1)$$

Como  $L_m \ll R_m$ , pode-se desconsiderar a indutância do motor, assim:

$$I_m = \frac{V_m - E_{emf}}{R_m}. \quad (1.2)$$

Sabe-se que a força contra eletromotriz criada pelo motor é proporcional à velocidade do rotor  $\omega_m$  tal que:

$$I_m = \frac{V_m - K_m \dot{\theta}_m}{R_m} \quad (\dot{\theta}_m = \omega_m). \quad (1.3)$$

Do ponto de vista mecânico, aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do rotor do motor:

$$J_m \ddot{\theta}_m = T_m - \frac{T_l}{\eta_g K_g}, \quad (1.4)$$

sendo  $\frac{T_l}{\eta_g K_g}$  a carga de torque visto direto das engrenagens e  $\eta_g$  a eficiência da caixa de engrenagens; e ao movimento da carga acoplada ao eixo do motor:

$$J_l \ddot{\theta}_l = T_l - B_{eq} \dot{\theta}_l, \quad (1.5)$$

sendo  $B_{eq}$  o coeficiente viscoso de amortecimento; obtém-se a equação dinâmica do movimento dada por

$$J_l \ddot{\theta}_l = \eta_g K_g T_m - \eta_g K_g J_m \ddot{\theta}_m - B_{eq} \dot{\theta}_l. \quad (1.6)$$

Utilizando as transformações  $\theta_m = K_g \theta_l$  e  $T_m = \eta_m K_t I_m$  (sendo  $\eta_m$  a eficiência do

motor), a equação (??) pode ser reescrita como

$$J_l \ddot{\theta}_l + \eta_g K_g^2 J_m \ddot{\theta}_l + B_{eq} \dot{\theta}_l = \eta_g \eta_m K_g K_t I_m. \quad (1.7)$$

Finalmente, combinando as equações elétrica, (??), e mecânica, (??), a função de transferência que estabelece a relação entre a posição angular da carga acoplada ao eixo,  $\theta_l$  e a tensão aplicada ao motor,  $V_m$ , é dada por

$$\frac{\theta_l(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m s^2 + (B_{eq} R_m + \eta_g \eta_m K_m K_t K_g^2) s}, \quad (1.8)$$

sendo  $J_{eq} = J_l + \eta_g J_m K_g^2$ .

### 1.3 Controlador

Considerando os parâmetros descritos no Apêndice A, a função de transferência do motor CC utilizado nesta prática é dada por:

$$G(s) = \frac{\theta_l}{V} = \frac{61}{s^2 + 35s}. \quad (1.9)$$

O propósito nesta prática de laboratório é a implementação de um controlador do tipo **PID** para posicionar o eixo do motor CC. Observando a equação (??), verifica-se que a função de transferência da planta  $G(s)$  apresenta um pólo em  $s = 0$ . Sendo assim, o termo integrador  $K_I$  do controlador **PID** será omitido, uma vez que o objetivo de sua implementação seria introduzir esse pólo em  $s = 0$  no sistema em malha aberta. No sentido clássico, um controlador **PD** teria a forma:  $C(s) = K_P + K_D s$ . No entanto, acoplar esse controlador diretamente ao sistema resultaria na introdução de um zero no numerador da função de transferência em malha fechada:

$$T_{PD}(s) = \frac{\theta_l}{\theta_l^d} = \frac{61(K_P + K_D s)}{s^2 + (35 + 61K_D)s + 61K_P}. \quad (1.10)$$

Neste formato a equação (??) não se encaixa diretamente à função de transferência de segunda ordem geralmente utilizada na análise de especificações de desempenho de

tempo:

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (1.11)$$

Portanto, propõe-se a implementação de um controlador do tipo **PV**, como na Figura ??, tal que  $V_m(\theta_l) = -K_P(\theta_l - \theta_l^d) - K_V\dot{\theta}_l$ .

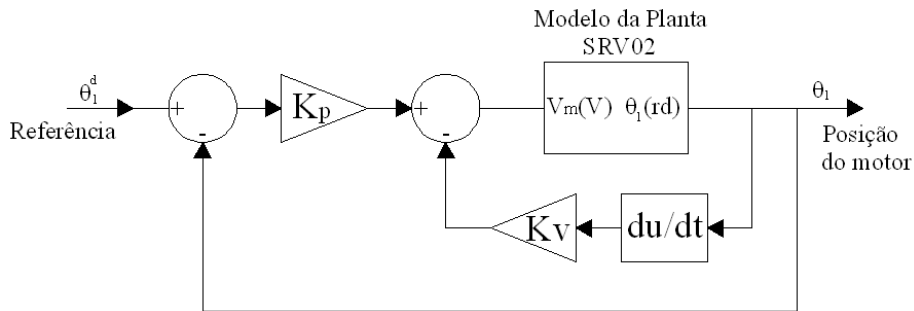


Figura 1.2: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com controlador PV.

A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$T_{PV}(s) = \frac{\theta_l}{\theta_l^d} = \frac{61K_P}{s^2 + (35 + 61K_D)s + 61K_P}. \quad (1.12)$$

As equações características da função de transferência de malha fechada com os controladores **PV** e **PD** são iguais. Um controlador **PV** é, em essência, um controlador **PD** sem o indesejado zero, possibilitando ao projetista atender às especificações de tempo utilizando somente a equação característica do sistema.

## 1.4 Procedimento de laboratório

### 1.4.1 Ligações e conexões

A primeira tarefa é assegurar que todo o sistema está ligado corretamente. Se você está inseguro com a ligação, chame o professor. Com todos os sinais ligados corretamente você estará pronto para iniciar o laboratório.

### 1.4.2 Implementação

Utilizando o instrumento virtual *SRV02\_position\_e\_pv\_ni.vi* no LabVIEW implemente o controlador e observe os efeitos físicos na planta. Configure a planta com **gear type = high gear** e **load type = disk load**.

## 1.5 Apêndice A: Parâmetros do motor (SRV02 - Quanser)

Símbolo	Nome	Valor	Unidades
$K_t$	Constante de Toque do Motor	0.00767	$N.m$
$K_m$	Constante da Força Contra Eletromotriz	0.00767	$V/(rad/s)$
$R_m$	Resistência da Armadura	2.6	$\Omega$
$K_g$	Redução	70	
$B_{eq}$	Coefficiente Viscoso de Amortecimento	$4e^{-3}$	$N.m.s$
$J_m$	Momento de Inércia do Rotor	$4.6e^{-7}$	$kg.m^2$
$J_{eq}$	Momento de Inércia Equivalente da Carga	$2e^{-3}$	$kg.m^2$
$\eta_m$	Eficiência do Motor	0.69	
$\eta_g$	Eficiência da Redução	0.9	

## Prática 02 - Controle de Posição

Data: \_\_\_\_\_

Integrantes do Grupo:

1: \_\_\_\_\_

2: \_\_\_\_\_

3: \_\_\_\_\_

4: \_\_\_\_\_

5: \_\_\_\_\_

6: \_\_\_\_\_

1. Para o sistema em malha fechada com controlador PV, obtenha as expressões de  $\omega_n$  e  $\zeta$  em função de  $K_P$  e  $K_V$ . O que acontece com  $\omega_n$  quando  $K_P$  aumenta/diminui? O que acontece com  $\zeta$  quando  $K_P$  e/ou  $K_V$  aumenta/diminui?

R. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

2. Varie o valor dos ganhos  $K_P$  e  $K_V$  e complete a tabela abaixo.

		Teórico				Experimental			
$K_p$	$K_v$	$M_p$	$t_p$	$\omega_n$	$\zeta$	$M_p$	$t_p$	$\omega_n$	$\zeta$
10	0.05								
10	0.1								
20	0.05								
20	0.1								
30	0.05								
30	0.1								
40	0.05								
40	0.1								

Sobressinal:  $M_P = e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$ , Tempo do pico:  $t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$ .

3. Crie o Lugar das Raízes no Matlab considerando a variação do parâmetro  $K_P$  e fixando o valor de  $K_v$  em 0.1. Compare os valores de  $\omega_n$  e  $\zeta$  obtidos no Lugar das Raízes com os resultados obtidos na tabela do item 2.

R. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4. Crie o Lugar das Raízes no Matlab considerando a variação do parâmetro  $K_V$  e fixando o valor de  $K_P$  em 20. Compare os valores de  $\omega_n$  e  $\zeta$  obtidos no Lugar das Raízes com os resultados obtidos na tabela do item 2.

R. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_