PQI-3202 Fenômenos de Transporte I

Lista de Exercícios 1 - extra

1) Um fluido newtoniano incompressível (densidade ρ, viscosidade dinâmica μ) escoa em regime permanente, laminar, sobre uma placa plana inclinada (ângulo formado com vertical = α). Adota-se o sistema de coordenadas com origem no início da placa. O comprimento da placa é L (direção x) e a sua largura, W (direção z). A espessura do filme de fluido sobre a placa é constante e igual a δ (direção y). A superfície livre do fluido está exposta à pressão atmosférica. A temperatura do sistema é constante. Pode-se desprezar os efeitos de extremidade. (a) A partir dos balanços diferenciais pertinentes, deduzir a expressão do perfil de velocidades do escoamento. (b) Obter a expressão da velocidade média de escoamento. (c) Obter a expressão da força do fluido sobre a placa. Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

Resposta:(a) $v = \dfrac{\rho g \delta y \cos\alpha}{\mu}\left[1 - \left(\dfrac{y}{2\delta}\right)\right]$*; (b)* $v_b = \dfrac{\rho g \delta^2 \cos\alpha}{3\mu}$*; (c)* $F = \rho g \delta L W \cos\alpha$

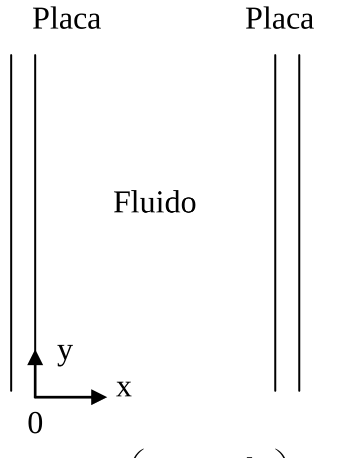
2) Determinar o perfil de velocidades num escoamento unidirecional (direção axial) sob regime laminar, estado estacionário, isotérmico, desenvolvido, de um fluido newtoniano incompressível (densidade ρ e viscosidade μ), no interior de um tubo circular horizontal de raio constante R e comprimento L, com pressões de entrada e saída iguais a P_1 e P_2 respectivamente. Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

Resposta: $v_z = \dfrac{(P_1 - P_2)R^2}{4\mu L}\left[1 - \left(\dfrac{r}{R}\right)^2\right]$

3) Repetir o problema anterior para o escoamento no espaço anular formado por dois tubos circulares concêntricos horizontais de raios constantes respectivamente iguais a R_1 e R_2 e comprimento L. Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

Resposta: $v_z = \dfrac{(P_2 - P_1)}{2\mu L}\left[\dfrac{(r^2 - R_1^2)}{2} - R_{max}^2 \ln\left(\dfrac{r}{R_1}\right)\right]$ *onde* $R_{max} = \sqrt{\dfrac{(R_2^2 - R_1^2)}{2}\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}$

4) Um fluido newtoniano incompressível (densidade ρ, viscosidade dinâmica μ) está confinado entre duas placas planas verticais, espaçadas de distância L, conforme o esquema mostrado a seguir. A placa à esquerda é fixa e a da direita é movida no sentido ascendente, com velocidade constante V_p. Considerando que o escoamento seja em regime permanente, desenvolvido, laminar, determinar a partir dos balanços diferenciais o perfil de velocidades resultante.



Resposta: $v_y = \dfrac{1}{2\mu}\left(-\rho g - \dfrac{dP}{dy}\right)(Lx - x^2) + \dfrac{V_p x}{L}$

5) Repetir o problema anterior para o caso de a placa da direita ser movida no sentido ascendente com velocidade constante V_p.

Resposta: $v_y = \frac{1}{2\mu}\left(-\rho g - \frac{dP}{dy}\right)\left(Lx - x^2\right) - \frac{V_p x}{L}$

6) Repetir o problema anterior para o caso de as duas placas estarem paradas.

Resposta: $v_y = \frac{1}{2\mu}\left(-\rho g - \frac{dP}{dy}\right)\left(Lx - x^2\right)$

7) Um fluido newtoniano incompressível (densidade p, viscosidade dinâmica p) escoa em regime permanente, laminar, desenvolvido, através de um duto reto horizontal de seção quadrada, com comprimento L (direção z) e contornos x = ±B e y = ±B (a aresta da seção é igual a 2B portanto). s pressões na entrada e na saída do duto são iguais a P_0 e P_L respectivamente. Foi proposto o seguinte perfil de velocidades para o escoamento descrito:

$$v_x = 0$$

$$v_y = 0$$

$$v_z = \frac{\left(P_0 - P_L\right)B^2}{4\mu L}\left[1 - \left(\frac{x}{B}\right)^2\right]\left[1 - \left(\frac{y}{B}\right)^2\right]$$

(a) Verificar se o perfil proposto satisfaz as condições de contorno. Justificar a resposta. (b) Verificar se o perfil proposto satisfaz os balanços diferenciais de conservação pertinentes. Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

8) O gradiente do vetor velocidade **∇v** é um tensor de segunda ordem (9 componentes).

a) escreva ∇v em coordenadas <u>cartesianas</u> na forma matricial.

$\nabla v = \partial v_i / \partial x_j$

b) Verifique que o traço de ∇v é igual ao divergente de v:

tr (∇v) = ∇.v

c) transponha o gradiente ∇v , some com ∇v e escreva na forma matricial a parte simétrica de ∇v denominada de tensor elongação:

$\Gamma = \nabla^S v = (\nabla v + \nabla^t v)/2$ onde $(\nabla^S v)_{ij} = (\nabla^S v)_{ji}$

d) multiplique tr(∇v) por δ/3 e subtraia de $\nabla^S v$, escreva então a parcela simetrica do gradiente sem o traço:

$\Gamma^o = \nabla^S v - \mathrm{tr}(\nabla v)\,\delta/3$

e) escreva na forma matricial a parte anti-simétrica de ∇v denominada de tensor vorticidade:

$\Omega = \nabla^a v = (\nabla v - \nabla^t v)/2$

f) escreva o rotacional de v e compare as suas três componentes com as componentes da parte anti-simétrica de ∇v:

$w = \nabla \times v \Leftrightarrow \Omega$

g) verifique que: $\nabla v = \frac{1}{3}\nabla . v\,\delta + \overset{o}{\Gamma} + \Omega$

9) Demonstre a partir de

$$\frac{\partial \rho\varphi}{\partial t} + \mathrm{div}\,\rho\vec{v}\varphi = -\,\mathrm{div}\,\vec{j}_\Phi + \dot{\sigma}_{\forall\Phi}$$

que:

a) $$\rho \frac{D\varphi}{Dt} = -\operatorname{div} \vec{j}_\Phi + \dot{\sigma}_{\forall_\Phi}$$

b) $$\rho \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \rho\, \vec{v} \cdot \vec{\operatorname{grad}}\, \varphi = -\operatorname{div} \vec{j}_\Phi + \dot{\sigma}_{\forall_\Phi}$$

c) $$\frac{D\rho\varphi}{Dt} + \rho\varphi \operatorname{div} \vec{v} = -\operatorname{div} \vec{j}_\Phi + \dot{\sigma}_{\forall_\Phi}$$

10) Um bastão cilíndrico longo de raio R é colocado verticalmente em um tanque grande contendo líquido e rodado a uma velocidade angular w. Para região muito distante do cilindro, o nível da interface líquido–ar é $z = h_o$.

a) Determine a velocidade e pressão no líquido.
b) Admitindo-se que o comprimento do bastão imerso é L, calcule o torque para manutenção da rotação constante.
c) Desprezando-se os efeitos da tensão superficial, determine a altura da interface líquido-ar, h (r).
d) Calcule o grad **v** e rot **v** .

11) Se a densidade é constante o escoamento é incompressível?

12) Se o escoamento é incompressível a densidade é constante?

13) Quais as dimensões de **grad v** , rot **v** e div **v** ?

14) Quais as dimensões de **grad** p , lap **v** e div (ρ**vv**)?

15) Obtenha e equação de Euler (fluidos ideais) a partir da Navier-Stokes.

16) Obtenha a equação da hidrostática a partir da Navier-Stokes.

17)

Thickness of a falling film. Water at 20°C is flowing down a vertical wall with Re = 10. Calculate **(a)** the flow rate, in gallons per hour per foot of wall width, and **(b)** the film thickness in inches.

Answers: **(a)** 0.727 gal/hr · ft; **(b)** 0.00361 in.

18)

Drainage of liquids[9] (see Fig. 2D.2). How much liquid clings to the inside surface of a large vessel when it is drained? As shown in the figure there is a thin film of liquid left behind on the wall as the liquid level in the vessel falls. The local film thickness is a function of both z (the distance down from the initial liquid level) and t (the elapsed time).

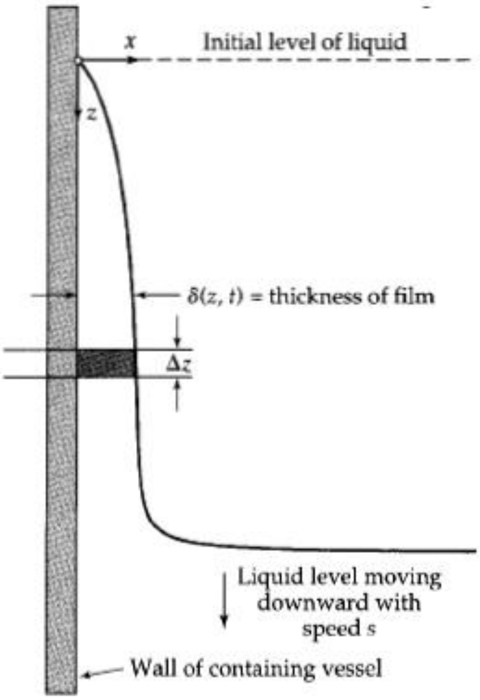


Fig. 2D.2 Clinging of a viscous fluid to wall of vessel during draining.

(a) Make an unsteady-state mass balance on a portion of the film between z and $z + \Delta z$ to get

$$\frac{\partial}{\partial z}\langle v_z\rangle\delta = -\frac{\partial\delta}{\partial t} \qquad \text{(2D.2-1)}$$

(b) Use Eq. 2.2-18 and a quasi-steady-assumption to obtain the following first-order partial differential equation for $\delta(z, t)$:

$$\frac{\partial\delta}{\partial t} + \frac{\rho g}{\mu}\delta^2\frac{\partial\delta}{\partial z} = 0 \qquad \text{(2D.2-2)}$$

(c) Solve this equation to get

$$\delta(z, t) = \sqrt{\frac{\mu}{\rho g}\frac{z}{t}} \qquad \text{(2D.2-3)}$$

What restrictions have to be placed on this result?

19)

3B.9 Slow transverse flow around a cylinder (see Fig. 3.7-1). An incompressible Newtonian fluid approaches a stationary cylinder with a uniform, steady velocity v_∞ in the positive x direction. When the equations of change are solved for creeping flow, the following expressions[5] are found for the pressure and velocity in the immediate vicinity of the cylinder (they are *not* valid at large distances):

$$p(r,\theta) = p_\infty - C\mu\frac{v_\infty \cos\theta}{r} - \rho g r \sin\theta \qquad (3B.9\text{-}1)$$

$$v_r = Cv_\infty\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{r}{R}\right) - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\left(\frac{R}{r}\right)^2\right]\cos\theta \qquad (3B.9\text{-}2)$$

$$v_\theta = -Cv_\infty\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{r}{R}\right) + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\left(\frac{R}{r}\right)^2\right]\sin\theta \qquad (3B.9\text{-}3)$$

Here p_∞ is the pressure far from the cylinder at $y = 0$ and

$$C = \frac{2}{\ln(7.4/\text{Re})} \qquad (3B.9\text{-}4)$$

with the Reynolds number defined as $\text{Re} = 2Rv_\infty\rho/\mu$.

(a) Use these results to get the pressure p, the shear stress $\tau_{r\theta}$, and the normal stress τ_{rr} at the surface of the cylinder.

(b) Show that the x-component of the force per unit area exerted by the liquid on the cylinder is

$$-p|_{r=R}\cos\theta + \tau_{r\theta}|_{r=R}\sin\theta \qquad (3B.9\text{-}5)$$

(c) Obtain the force $F_x = 2C\pi L\mu v_\infty$ exerted in the x direction on a length L of the cylinder.