

VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS E INFERÊNCIA CAUSAL

Luiz Guilherme Scorzafave



BIBLIOGRAFIA

- Angrist, J.; Imbens, G. W.; and Rubin, D. (1996) Identification of Causal Effects Using Instrumental Variables (with discussion). *Journal of the American Statistical Association*, vol 91, no 434, 444-472.
- Morgan, S.L. (2001) Counterfactuals, Causal Effect Heterogeneity, and the Catholic School Effect on Learning. *Sociology of Education* v74, n4, 341-374.
- Morgan, S.L.; Winship C. (2008) Counterfactuals and causal inference. *Methods and Principles for Social Research*. Cambridge: Cambridge University Press
- ANGRIST, Joshua D.; PISCHKE, Jörn-Steffen. **Mostly harmless econometrics: An empiricist's companion**. Princeton university press, 2008



OBJETIVOS

- Vamos interpretar os estimadores de variáveis instrumentais permitindo que o efeito da variável endógena seja heterogêneo.
- Por que estimar um efeito heterogêneo é importante?
 - Validade Interna: se dada estratégia conseguiu obter os efeitos causais de interesse para certa população.
 - Validade Externa: se o valor encontrado para o efeito é válido em contextos diferentes do estudo em questão
- Exemplo: experimentos aleatórios tem geralmente pequena validade externa e grande validade interna.



OBJETIVOS

- Um instrumental econométrico com efeito heterôgeneo nos ajuda a ter uma ideia da validade interna e externa das estimativas baseadas em variáveis instrumentais.
- Para estimar o efeito populacional médio causal, precisamos de hipóteses fortes sob o efeito do instrumento na variável endógena: efeito do tratamento é constante (homogêneo).
- Sem esta hipótese, é possível identificar efeitos médios para subpopulações que são induzidas pelo instrumento a ter uma mudança no valor das variáveis endógenas (LATE)



VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

- O estimador de VI é dado por:
- $\hat{\beta}_{vi} = (z'x)^{-1} zy$, onde z é matriz de instrumentos para x (modelo exatamente identificado).
- $\hat{\beta}_{Gvi} = (x'P_zx)^{-1} x'P_zy$, onde $P = z(z'z)^{-1}z'$ (modelo sobreidentificado)



VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

- Considere que:

$$(1) \text{plim} \left(\frac{1}{n} z'u \right) = 0$$

$$(2) \text{plim} \left(\frac{1}{n} z'x \right) = M_n \rightarrow \text{positiva semidefinida, com posto } k$$



VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

- Consistência de $\hat{\beta}_{vi}$

$$plim(\hat{\beta}_{vi}) = plim[(z'x)^{-1}z'y] = \beta + plim[(z'x)^{-1}z'u]$$

- Equação de Slutsky (permite fatorar *plim*)

$$= \beta + plim\left[\frac{(z'x)^{-1}}{n}\right] plim\left[\frac{(z'u)}{n}\right],$$

- Por (1) $\rightarrow plim \hat{\beta}_{vi} = \beta$



VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

- A prova é análoga para $\hat{\beta}_{Gvi}$:
- $\text{plim } \hat{\beta}_{Gvi} = \beta + \text{plim } \left\{ \frac{x'z}{n} \left(\frac{z'z}{n} \right)^{-1} \frac{z'u}{n} \right\} = \beta$
- $\hat{\beta}_{Gvi}$ é consistente!



ESTIMADOR DE VI DE EFEITOS CAUSAIS

- A ideia é de que se houver alguma fonte exógena de variação que afete Y somente via D , variável de tratamento, essa variável pode ajudar na identificação do efeito causal de D em Y .
- Instrumento deve ser altamente correlacionado com D , mas não com não observáveis que afetam Y .



ESTIMADOR DE VI DE EFEITOS CAUSAIS

- Motivação: estimação de efeitos causais com variável instrumental binária.
- Seja: $Y = \alpha + \delta \cdot D + \varepsilon$ (7.1)
- Tratamento $\Rightarrow D = 1 \Rightarrow$ Tratado
 $D = 0 \Rightarrow$ Não tratado



ESTIMADOR DE VI DE EFEITOS CAUSAIS

- Suponha que $P(D=1) = f(z)$, z é binária. A figura abaixo representa 2 formas possíveis pelas quais z pode se relacionar com ambos D e Y .

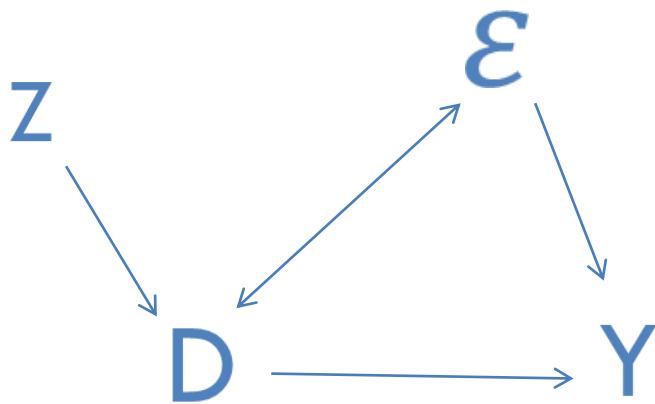


Figura A

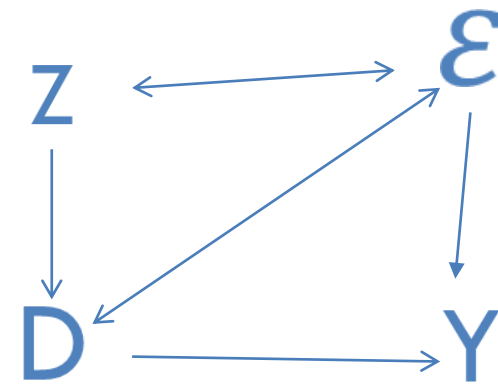


Figura B



ESTIMADOR DE VI DE EFEITOS CAUSAIS

- Como ε e D estão relacionados, em qualquer caso uma regressão de Y em D não captura de modo consistente o efeito de D em Y.
- Em A, associação de Z com Y é apenas via D. Em B também é via ε .
- No painel B, como Z e Y tem causas comuns (via ε), estratégia de efeito causal falha. Assim, a variação que Z parece gerar em D e Y pode, ao invés disso, ser gerada por não observáveis que causam tanto Z quanto Y.



ESTIMADOR DE VI DE EFEITOS CAUSAIS

- Mais formalmente, de (7.1):

- $E(y) = \alpha + \delta E(D) + E(\varepsilon)$

$$\left\{ \begin{array}{l} E(Y/Z=1) = \alpha + \delta E(D/Z=1) + E(\varepsilon/Z=1) \\ E(Y/Z=0) = \alpha + \delta E(D/Z=0) + E(\varepsilon/Z=0) \end{array} \right.$$

- $E(Y/Z=1) - E(Y/Z=0) = \delta [E(D/Z=1) - E(D/Z=0)] + [E(\varepsilon/Z=1) - E(\varepsilon/Z=0)] \quad (7.2)$



ESTIMADOR DE VI DE EFEITOS CAUSAIS

- Dividindo por $E(D/Z=1) - E(D/Z=0)$, vem:

$$\frac{E(Y/Z=1) - E(Y/Z=0)}{E(D/Z=1) - E(D/Z=0)} =$$

$$= \frac{\delta[E(D/Z=1) - E(D/Z=0)] + [E(\varepsilon/Z=1) - E(\varepsilon/Z=0)]}{E(D/Z=1) - E(D/Z=0)}$$

- Se vale a Figura A, Z e ε são não correlacionados, de modo que $E(\varepsilon/Z=1) = E(\varepsilon/Z=0)$ e o lado direito fica $=\delta$.



ESTIMADOR DE VI DE EFEITOS CAUSAIS

- Assim, o efeito causal de D em Y é dado pela razão das associações entre (Y e Z) e (D e Z). Assim, o estimador será:

$$\hat{\delta}_{VI,WALD} = \frac{E_n(y_i/Z_i=1) - E_n(y_i/Z_i=0)}{E_n(d_i/Z_i=1) - E_n(d_i/Z_i=0)}$$

→ Chamamos assim quando o instrumento é binário!

- A abordagem trata δ como um parâmetro fixo comum a todos os indivíduos.



ESTIMADOR DE VI DE EFEITOS CAUSAIS

- Do ponto de vista da abordagem de resultados potenciais, na qual geralmente se assume que os efeitos causais variam significativamente entre indivíduos, essa hipótese é limitante e não razoável.
- Assim, um dos objetivos aqui é explicar quando e como tal hipótese pode ser relaxada.



ESTIMADOR DE VI DE EFEITOS CAUSAIS

- No caso do painel B:

Inconsistência que decorre da relação entre ε e Z

$$\frac{E(Y/Z=1) - E(Y/Z=0)}{E(D/Z=1) - E(D/Z=0)} = \delta + \frac{E(\varepsilon /Z=1) - E(\varepsilon /Z=0)}{E(D/Z=1) - E(D/Z=0)}$$



EXEMPLO

- Avaliar efeito da escola privada na proficiência via programa que dá voucher via sorteio a alunos (sistema público e privado) via loteria.
- * $D=1$ (privado) e $D=0$ (público)
- Sendo que 10% dos estudantes elegíveis ganham voucher.
- Imagine que a configuração final de estudantes e escolas é a seguinte:



EXEMPLO

	Escola pública ($d_i=0$)	Escola privada ($d_i=1$)
Perde Voucher ($Z_i = 0$)	8000	1000
Ganha Voucher ($Z_i = 1$)	800	200



EXEMPLO

- Como a V.I., $Z = \text{ganhar voucher}$ é
 - Aleatorizada, independe de ε em $Y = \alpha + \delta \cdot D + \varepsilon$
 - $\underbrace{\text{cov}(Z, D) \neq 0}$, a princípio é bom instrumento.

Quem ganha voucher tem mais chance ir para a privada!

$$\hat{\delta}_{VI, WALD} = \frac{51.6 - 51.111}{0.2 - 0.111} = \frac{E_n(y_i/z_i=1) - E_n(y_i/z_i=0)}{E_n(d_i/z_i=1) - E_n(d_i/z_i=0)} = 5.5$$



EXEMPLO

- Sendo que rodando um MQO:

$$\hat{y} = 50,0 + 9,67 D \rightarrow \text{Viesado e inconsistente}$$
- De acordo com a teoria de VI tradicional, pode ser dada uma interpretação causal a este coeficiente. No entanto, o efeito causal que essa VI identifica é ligeiramente diferente: quando há heterogeneidade do efeito causal entre os indivíduos, não identifica efeito para todos os indivíduos.



EXEMPLO

- Iremos mostrar que identifica somente o efeito causal médio para aqueles estudantes que vão para a escola privada com voucher, mas que sem ele, ficariam na escola pública.
- Assim, por ex., não diz nada sobre o efeito causal entre os que poderiam se matricular na escola privada sem o voucher (que são a maioria da amostra da privada, $83\% = \frac{1000}{1200}$)
- Assim, a literatura de resultados potenciais fornece o *insight* para entender tal resultado.



LIMITAÇÕES DA ANÁLISE TRADICIONAL DE VI

- Na abordagem tradicional, desde que exista um instrumento que seja de “boa qualidade”, então um estimador de VI pode ser usado para efetivamente estimar um efeito causal.
- Mas mesmo na VI tradicional, há algumas limitações nessa estratégia de estimação.



LIMITAÇÕES DA ANÁLISE TRADICIONAL DE VI

- 1) Muitas vezes é difícil defender que Z não tem efeito direto sobre Y .
- 2) VI é viesado em amostras finitas
- 3) Viés pode ser grande se a correlação entre Z e D for fraca (instrumento fraco)



CASO (1)

- Mesmo “experimentos naturais” podem não estar imunes a esse problema. Suponha o caso em que a data de nascimento seja instrumento (Z) para status de veterano (D) para se estimar efeito do serviço militar no Vietnã sobre rendimento(Y).
- Mesmo Z sendo gerado aleatoriamente, depois do sorteio ter sido feito, empregadores podem ter comportamento diferente de acordo com o número sorteado (data de nascimento), investindo mais naqueles com menos chance de recrutamento.



CASOS (2) E (3)

- Mesmo que, na população, $cov(Z,D) = 0$, quando calculo isso na amostra pode dar ligeiramente $\neq 0$, o que permitirá que o computador cuspa um número.
- Ao mesmo tempo, a fórmula para calcular erro padrão das estimativas de VI falha, dando valores artificialmente pequenos (o erro padrão deveria ser infinito!)
- Se o instrumento também afetar Y diretamente, mesmo que “pouco” e o instrumento for fraco, o viés explode!



- Esse último ponto pode ser visto no Wald:

$$\hat{\delta}_{VI,WALD} = \frac{E(Y/Z=1) - E(Y/Z=0)}{E(D/Z=1) - E(D/Z=0)} = \delta + \frac{E(\varepsilon /Z=1) - E(\varepsilon /Z=0)}{E(D/Z=1) - E(D/Z=0)}$$

$$\frac{E(\varepsilon|Z = 1) - E(\varepsilon|Z = 0)}{E(D|Z = 1) - E(D|Z = 0)} = \textit{inconsist\^encia}$$

- Se viola $cov(\varepsilon, z) = 0$, numerador é diferente de zero, pois Z é associado com Y via ε . Quanto mais fraco o instrumento [menor $cov(D, z)$], menor o denominador e maior o viés.



ANGRIST, IMBENS E RUBIN (1996)

- **Inovação:** novo parâmetro para efeito do tratamento – *local average treatment effect* (LATE).
- Reconciliar VI com abordagem de resultados potenciais.

Rearranjando: $Y = D \cdot Y^1 + (1 - D) \cdot Y^0$

$$Y = Y^0 + \underbrace{(Y^1 - Y^0)}_{\delta} D = Y^0 + \delta \cdot D = \mu^0 + \delta \cdot D + v^0$$

δ não é mais um parâmetro estrutural como em (7.1)

Onde $\mu^0 \equiv E(Y^0)$ e $v^0 \equiv Y^0 - E(Y^0)$



LATE

Como interpretar um estimador de VI como estimador de efeito causal?

Imagine que D e Z sejam variáveis binárias. Pode-se definir 4 grupos:

Compliers ($\hat{C} = c$): $D^{Z=0} = 0$ e $D^{Z=1} = 1$

Defiers ($\hat{C} = d$): $D^{Z=0} = 1$ e $D^{Z=1} = 0$

Always takers ($\hat{C} = a$): $D^{Z=0} = 1$ e $D^{Z=1} = 1$

Never takers ($\hat{C} = n$): $D^{Z=0} = 0$ e $D^{Z=1} = 0$



LATE

No exemplo do efeito da escola privada (D) sobre nota (Y), loteria para receber o voucher (Z) é a V.I.

- **Compliers:** Estudantes que só ficam na escola privada se tiverem o voucher, senão ficam na pública;
- **Defiers:** Estudantes que só ficam na privada se NÃO receberem voucher.
 - **Always:** Estudantes que sempre ficam na privada, independente do voucher
 - **Never:** Estudantes que nunca ficam na privada, independente do voucher.



LATE

Analogamente à definição de Y , a variável D pode ser definida como:

$$D = D^{Z=0} + \underbrace{(D^{Z=1} - D^{Z=0})}_{K} \cdot Z$$

$$D = D^{Z=0} + K \cdot Z$$

- K representa o efeito causal individual do instrumento Z em D . Varia entre os indivíduos se $(D^{Z=1} - D^{Z=0})$ varia entre indivíduos.
- Para *compliers*, note que $K=1$; para *defiers*, $K=-1$; e para os demais, $K=0$.



LATE

- Dadas essas definições, um instrumento Z válido para o efeito causal de D em Y deve satisfazer as seguintes hipóteses para se identificar um LATE:



LATE

1. Independência: $(Y^1, Y^0, D^{Z=1}, D^{Z=0}) \perp\!\!\!\perp Z;$

- Hipótese de independência é análoga a hipótese que $E(u|Z) = 0$ na literatura de V.I. tradicional.
- Saber o valor do instrumento para o Δ_i não dá nenhuma informação, nem sobre o resultado potencial sob ambos os tratamentos, nem sobre a probabilidade de ser tratado sob valores alternativos hipotéticos do instrumento.



LATE

2. Efeito do Instrumento $\neq 0$ (restrição de exclusão): $K \neq 0$, para algum indivíduo i

- Hipótese diz que instrumento Z deve predizer atribuição ao tratamento para pelo menos alguns indivíduos (deve haver pelo menos alguns *compliers* ou *defiers*);
- Z só opera via D



LATE

3. Monotonicidade: ou $K \geq 0$ para todo mundo, ou $K \leq 0$ para todos indivíduos.

- *Compliers* e *defiers* não podem coexistir na população.



EXEMPLO ESCOLA PRIVADA

No caso da escola privada, como o instrumento Z é aleatório, vale a **hipótese 1** e como Z prediz D , vale a **hipótese 2** (ou seja, quem recebe voucher está mais na privada).

Para **hipótese 3**, deve excluir possibilidade de *defier*: razoável excluir caso em que evita escola privada se recebe voucher.



LATE

Assim, se $K \geq 0$ para todo i , então, sob as três hipóteses:

$$\hat{\delta}_{VI,WALD} \xrightarrow{P} E[\delta | \tilde{C} = c],$$

que é o efeito causal médio para os *compliers*.

- Analogamente, se $K \leq 0$, $\hat{\delta}_{VI,WALD} \xrightarrow{P} E[\delta | \tilde{C} = d]$.



Sob monotonicidade, exclui defier:

$\Pr[D = 1|Z = 0] = \textit{fração de "always"}$

$\Pr[D = 0|Z = 1] = \textit{fração de "never"}$

$\Pr[D = 1|Z = 1] - \Pr[D = 1|Z = 0]$
 $= \Pr[D = 0|Z = 0] - \Pr[D = 0|Z = 1]$
 $= \textit{fração de "compliers"}$

	Z=0	Z=1
D=0	Never Complier	Never Defier
D=1	Always Defier	Always Complier



LATE - DEMONSTRAÇÃO

$$\begin{aligned}
 & E(Y|Z = 1) \\
 &= E(Y|Z = 1, D = 1) \cdot \Pr(D = 1|Z = 1) \\
 &+ E(Y|Z = 1, D = 0) \cdot \Pr(D = 0|Z = 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & E(Y|Z = 0) \\
 &= E(Y|Z = 0, D = 1) \cdot \Pr(D = 1|Z = 0) \\
 &+ E(Y|Z = 0, D = 0) \cdot \Pr(D = 0|Z = 0)
 \end{aligned}$$



Numerador do Wald

Assim, $E(Y|Z = 1) - E(Y|Z = 0) =$

compliers

$= E(Y|Z=1, D=1) \cdot \{Pr(D=1|Z=1) - Pr(D=1|Z=0)\} -$

compliers

$E(Y|Z=0, D=0) \cdot \{Pr(D=0|Z=0) - Pr(D=0|Z=1)\} +$

always

$\{E(Y|Z=1, D=1) - E(Y|Z=0, D=1)\} \cdot Pr(D=1|Z=0) +$

never

$\{E(Y|Z=1, D=0) - E(Y|Z=0, D=0)\} \cdot Pr(D=0|Z=1)$



$$D = D^{Z=0} + (D^{Z=1} - D^{Z=0}) \cdot Z$$

$$D = D^{Z=0} + K \cdot Z$$



Note que, pela restrição de exclusão, se $K=0$, então $D^{Z=1} = D^{Z=0}$. Isso implica que:

$$* \left\{ \begin{array}{l} E(Y|Z = 1, D = 0) = E(Y|Z = 0, D = 0) \\ E(Y|Z = 1, D = 1) = E(Y|Z = 0, D = 1) \end{array} \right.$$

Ou seja, nesses casos Z não afeta D . Assim, $E(Y|\bullet)$ não depende de Z , mas apenas de D .



LATE - DEMONSTRAÇÃO

Colocando * na equação anterior, somem os termos *always* e *never*.

$$\begin{aligned}
 & \text{Assim, } E(Y|Z = 1) - E(Y|Z = 0) = \\
 & = E(Y|Z=1, D=1) \cdot \{\Pr(D=1|Z=1) - \Pr(D=1|Z=0)\} - \\
 & \quad E(Y|Z=0, D=0) \cdot \{\Pr(D=0|Z=0) - \Pr(D=0|Z=1)\} + \\
 & \quad \cancel{\{E(Y|Z=1, D=1) - E(Y|Z=0, D=1)\} \cdot \Pr(D=1|Z=0)} + \\
 & \quad \cancel{\{E(Y|Z=1, D=0) - E(Y|Z=0, D=0)\} \cdot \Pr(D=0|Z=1)}
 \end{aligned}$$



LATE - DEMONSTRAÇÃO

$$\begin{aligned} E(Y|Z = 1) - E(Y|Z = 0) \\ = [E(Y|Z = 1, D = 1) \end{aligned}$$

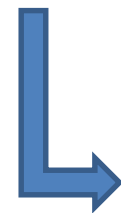


LATE - DEMONSTRAÇÃO

O efeito médio do tratamento para os *compliers* é, rearranjando:

$$E(Y|Z = 1, D = 1) - E(Y|Z = 0, D = 0) =$$

$$= \frac{E(Y|Z = 1) - E(Y|Z = 0)}{\Pr(D = 1|Z = 1) - \Pr(D = 1|Z = 0)}$$



Estimador $\hat{\delta}_{VI,WALD}!!!$



LATE

- Note que *always* e *never* não respondem ao instrumento (sua atribuição ao tratamento não é determinada por Z).
- Se só há *compliers*, estes contribuem com toda a variação que gera a estimativa de V.I., pois só seu comportamento responde ao instrumento.
- Se tanto *compliers* quanto *defiers* estão presentes, a estimativa de Wald não tem interpretação causal bem definida. Em geral, assume-se que $K \geq 0$ e não há *defiers*.



EXEMPLO (P.204 – MORGAN E WINSHIP)

	Di=0	Di=1
Zi=0	8000 ^{0,8} $E(Y \bullet)=50$	1000 ^{0,1} $E(Y \bullet)=60$
Zi=1	800 ^{0,08} $E(Y \bullet)=50$	200 ^{0,02} $E(Y \bullet)=58$

$$E(Y|Z = 1) = 51,6$$

$$E(Y|Z = 0) = 51,111$$

$$E(D|Z = 1) = 0,2$$

$$E(D|Z = 0) = 0,111$$



EXEMPLO – MORGAN E WINSHIP

$$\left\{ \begin{array}{l} E(Y|D = 1) = 60 \cdot \frac{1000}{1200} + 58 \cdot \frac{200}{1200} = 59,667 \\ E(Y|D = 0) = 50 \cdot \frac{8000}{8800} + 50 \cdot \frac{800}{8800} = 50,00 \end{array} \right\} - \text{OLS} = 9,667$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E(Y|Z = 1) = 50 \cdot \frac{800}{1000} + 58 \cdot \frac{200}{1000} = 51,6 \\ E(Y|Z = 0) = 50 \cdot \frac{8000}{9000} + 60 \cdot \frac{1000}{9000} = 51,111 \end{array} \right.$$



EXEMPLO – MORGAN E WINSHIP

Por independência, mesma distribuição de a , n e c para $Z=0$ e $Z=1$!!!

$$\Pr(a) = \frac{1000}{9000} = 0,111$$

Entre $Z=0$, 11,1% são *always*

Entre $Z=1$, 11,1% são *always*

$$\Pr(n) = \frac{800}{1000} = 0,8$$

Entre $Z=0$, 80% são *never*

Entre $Z=1$, 80% são *never*



EXEMPLO – MORGAN E WINSHIP

	D=0	D=1
Z=0	7200 <i>never</i> 800 <i>complier</i>	1000 <i>always</i>
Z=1	800 <i>never</i>	111 <i>always</i> 89 <i>compliers</i>

Razão A/N

$$\frac{1000}{7200} \approx \frac{111}{800}$$

Razão C/Total

$$\frac{800}{9000} \approx \frac{89}{1000}$$



EXEMPLO – MORGAN E WINSHIP

Como, nesse exemplo, mostrar que WALD é efeito sobre os *compliers*, vimos que $\hat{\delta}_{WALD} = 5,5$. Mas note que:

$$E(\delta | \hat{C} = c) = E(Y^1 | \hat{C} = c) - E(Y^0 | \hat{C} = c)$$

Como achar?

$$E(Y | D = 1, Z = 1) = \frac{\Pr(c)}{\Pr(c) + \Pr(a)} \cdot E(Y | \hat{C} = c) + \frac{\Pr(a)}{\Pr(c) + \Pr(a)} \cdot E(Y | \hat{C} = c)$$



EXEMPLO – MORGAN E WINSHIP

$$58 = \frac{0,089}{0,089 + 0,111} \cdot E(Y|\hat{C} = c) + \frac{0,111}{0,089 + 0,111} \cdot 60$$

$$\Rightarrow E(Y^1|\hat{C} = c)_{D=1,Z=1} = 55,5$$

$$E(Y|D = 0, Z = 0) = \frac{\Pr(n)}{\Pr(n)+\Pr(c)} \cdot E(Y|D = 0, Z = 0, n) +$$

$$\frac{\Pr(c)}{\Pr(n)+\Pr(c)} \cdot E(Y^0|D = 0, Z = 0, c)$$



EXEMPLO – MORGAN E WINSHIP

$$50 = \frac{0,8}{0,8+0,089} \cdot 50 + \frac{0,089}{0,8+0,089} \cdot E(Y^0 | D = 0, Z = 0, c) \Rightarrow$$

$$E(Y^0 | D = 0, Z = 0, c) = 50$$

$$\therefore \delta_{LATE} = E(Y^1 | \hat{C} = c) - E(Y^0 | \hat{C} = c) = 55,5 - 50$$

$$= 5,5$$



CONCLUSÕES

- Instrumento fraco é muito ruim;
- Se efeito heterogêneo causal ocorre, só deve usar V.I. se hipóteses 1 e 3 valerem, especialmente monotonicidade;
- Se efeito heterogêneo está presente, não deve combinar instrumentos via MQ2E e sim dar medida de LATE separada para os instrumentos que satisfazem monotonicidade.



CRÍTICAS E EXTENSÕES

Críticas

- LATE depende do instrumento, pois dependendo do instrumento, posso estar em *complier* ou *never* em cada caso.

Extensões

- Heckman e Vytlacil (2005): LATE é média ponderada de efeitos tratamento marginais.



EFEITO TRATAMENTO MARGINAL (MTE)

- Heckman e Vytlačil (2005) mostram que LATE pode ser visto como uma média ponderada de efeito tratamento marginal mais fundamentais.

Exemplo: Suponha que ao invés de 10% receberem um voucher de \$3000, 10% recebem voucher que varia entre \$1 e a mensalidade mais cara, sendo retirado de distribuição uniforme aleatoriamente.



EFEITO TRATAMENTO MARGINAL (MTE)

- Nesse caso, o tamanho do voucher é um instrumento válido Z , mantendo as mesmas hipóteses:
 - Z é atribuído aleatoriamente
 - Z possui efeito diferente de zero em D
 - Efeito Z em D é monotônico (nesse caso, essa hipótese estipula que a probabilidade real de receber o tratamento é maior para Δ 's com $Z=Z''$ do que do que para os com $Z=Z'$ se $Z''>Z'$).



EFEITO TRATAMENTO MARGINAL (MTE)

- Heckman e Vytlacil (2005) define dois conceitos relacionados:

a) Local instrumental variable (LIV): “VI local”

É o caso limite de uma retirada dupla de VI de Z na qual Z'' se aproxima de Z' , para quaisquer dois valores de Z tais que $Z'' > Z'$.

b) Efeito Tratamento Marginal (MTE)

Cada LIV define um efeito tratamento marginal, o qual é a forma limite do LATE, no qual a VI é uma LIV.



EFEITO TRATAMENTO MARGINAL (MTE)

Exemplo: Pode-se formar LIV's a partir de Z estratificando os dados pelos valores de Z e então considerando estratos vizinhos.

Dado uma amostra grande e programa voucher grande, LIV's podem ser construídas para cada aumento de 1 dólar no voucher.

Cada LIV pode ser usada para estimar um LATE e estes podem ser considerados MTE.

O problema dessa abordagem é ter as LIV's.

