



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos  
PSI – EPUSP

PSI 3214 - LABORATÓRIO DE INSTRUMENTAÇÃO ELÉTRICA (2017)  
EXPERIÊNCIA 3 – Análise de Fourier de Sinais Periódicos

GUIA DE EXPERIMENTOS

L.Q.O. ; D.C.;V.H.N.  
Leopoldo Yoshioka; Elisabete Galeazzo

**Objetivos gerais:**

- Realizar análise de Fourier de sinais periódicos pela *Transformada Discreta de Fourier* (TDF) e interpretação dos resultados.
- Determinar o *espectro* de um sinal periódico, ou seja, o conjunto dos coeficientes de Fourier de sua série.
- Usar um osciloscópio digital para a aquisição do sinal periódico, e um computador para capturar e processar os dados mostrados na tela do osciloscópio.
- Calcular os coeficientes da série de Fourier através da transformada discreta de Fourier (ver [1] para mais detalhes).

PARTE EXPERIMENTAL

**1 SINTETIZADOR DE FOURIER**

---

*Objetivos específicos: gerar ondas periódicas a partir da composição de ondas senoidais com frequências múltiplas. Obter uma onda quadrada a partir de uma série especial de senoides.*

---

Na pasta PSI3214 do computador de sua bancada, você encontrará o programa “*Sintetizador de Sinais.llb*”. Com ele você pode criar diferentes formas de onda, variando as amplitudes e fases dos diversos harmônicos. Além disso, o software permite que o sinal criado seja enviado ao gerador de funções **HP 33120A** para programá-lo. Neste item visualizaremos os sinais somente na tela do computador.

a) Gere um sinal  $v(t)$  através do “*Sintetizador de Sinais.llb*” com as características da função indicada a seguir:

$$v(t) = \frac{2A}{\pi} \text{sen}(\omega_0 t) + \frac{2A}{3\pi} \text{sen}(3\omega_0 t) + \frac{2A}{5\pi} \text{sen}(5\omega_0 t) + \dots$$

Note que este sinal é uma aproximação de uma onda quadrada com amplitude pico-a-pico  $A$  e nível DC nulo [3]. Para sintetizar este sinal, procure ajustar o maior número possível de harmônicos no software (sendo que um bom valor para  $\omega_0$  é  $10\pi$  krad/s, ou seja,  $f_0 = 5$  kHz). Ajuste também as fases dos harmônicos para obter a soma de sinais senoidais (e não cossenoidais), como indicado na expressão acima.

Indique na Tabela 1 os harmônicos ( $A_h$ ) e as fases ( $\theta_h$ ) escolhidos.

Esboce o sinal sintetizado e indique no gráfico o período e a amplitude do sinal (pico a pico).

b) Faça uma análise do sinal sintetizado, discutindo-se aspectos como o efeito da quantidade de harmônicos e a escolha das fases, entre outros.

## 2 FAMILIARIZAÇÃO COM O SISTEMA DE ANÁLISE ESPECTRAL

---

*Objetivos específicos: aprender a utilizar um sistema de análise espectral virtual e obter o espectro de sinais periódicos pela transformada discreta de Fourier.*

---

### 2.1 INFORMAÇÕES SOBRE O SISTEMA DE ANÁLISE ESPECTRAL UTILIZADO NO LABORATÓRIO

O sistema de análise espectral utilizado nesta experiência efetua aquisição e processamento dos sinais. Ele utiliza os seguintes instrumentos reais e software:

- Osciloscópio digital, com capacidade de condicionar os sinais, amostrá-los e enviar as amostras a um computador;
- Computador PC, com *interface* para comunicação com os demais instrumentos;
- Gerador de funções com interface para comunicação com o computador;
- Software desenvolvido em LabVIEW [4] denominado “*Análise Espectral\_I\_DSO-X2002A.llb*”, que desempenhará a função de um *Analizador de Espectros* virtual. Este software está situado na pasta **PSI3214**. A Figura 1 ilustra o painel frontal deste VI.

O “Analisador de Espectros Virtual”<sup>1</sup> efetua:

- O **controle** do gerador de funções real, por meio do comando “**GERADOR DE FUNÇÕES**” (via GPIB);
- A **aquisição** de amostras do sinal visualizado na tela do osciloscópio (pela porta USB);
- A **seleção** de subconjuntos das amostras adquiridas, por meio de cursores situados na janela “**Sinal Amostrado**”;
- O **cálculo** do espectro de Fourier destas amostras selecionadas, através do comando “**ANÁLISE DE FOURIER**”.

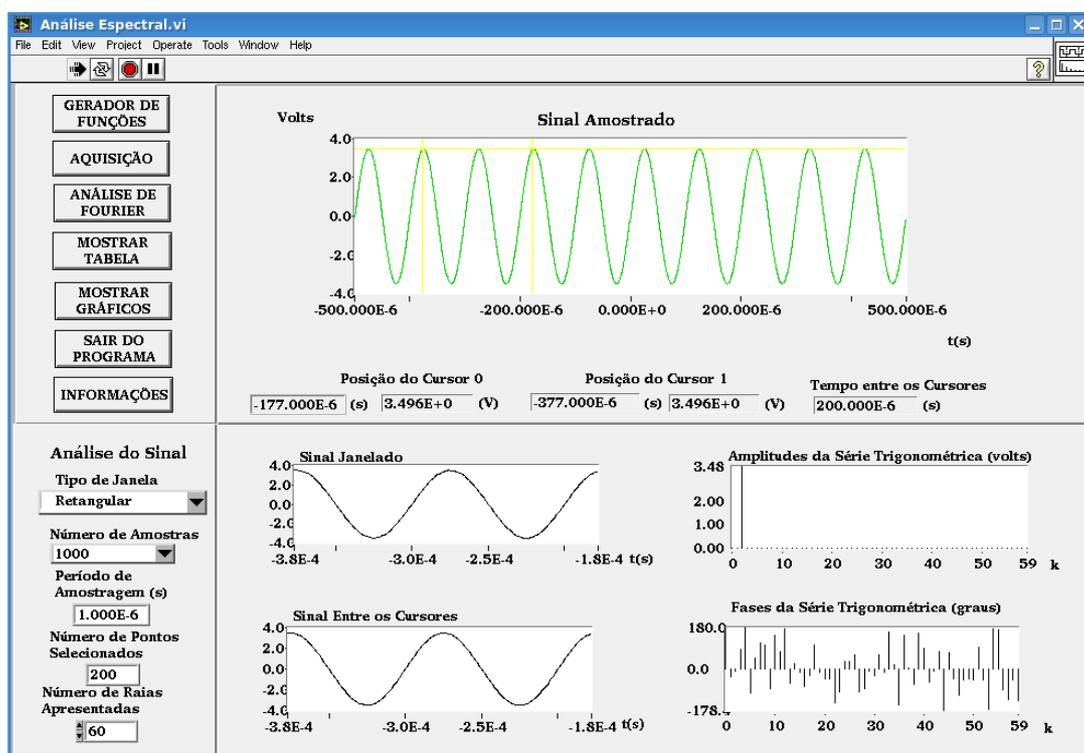


Figura 1 - Painel frontal do Analisador de Espectros Virtual.

Os comandos do programa e suas funções são descritos com mais detalhes a seguir:

- **GERADOR DE FUNÇÕES**: permite configurar e comandar o gerador de funções (**HP33120A**) remotamente.
- **AQUISIÇÃO**: permite que amostras (ou pontos) do sinal do osciloscópio sejam capturadas.

<sup>1</sup> Desenvolvido pelos estagiários Filipe Medeiros Braga, Harm D.P. Jorge, Luiz Henrique S. Rosa e Rogério T. Fujimoto, sob orientação da Prof<sup>a</sup>. Denise Consonni.

Note que:

- i) **Número de Amostras** : indica o número de amostras do sinal a serem capturadas do osciloscópio, e este valor deve ser informado pelo usuário antes da aquisição;
- ii) **Período de Amostragem [s]** : informa ao usuário um valor calculado (não é possível alterá-lo). É a relação entre o intervalo de tempo total visualizado na tela do osciloscópio pelo número de amostras capturadas.
- iii) O sinal capturado do osciloscópio será visualizado na janela “**Sinal Amostrado**” no painel superior do software.

- **ANÁLISE DE FOURIER** : esta função processa os dados situados entre os cursores da janela definida pelo usuário, calculando o espectro do sinal através da Transformada Discreta de Fourier (TDF).

Observe que:

- i) **Tipo de Janela** Retangular ▼ : o usuário deve escolher o tipo de janela antes da análise. Nesta experiência só utilizaremos a janela **Retangular**;

- iii) **Número de Pontos Selecionados** : o software indica o número de pontos (ou amostras) contidos ou selecionados entre os cursores e utilizados para calcular a TDF.

- iv) Na apresentação dos resultados, os elementos da TDF são convertidos para os fasores da série trigonométrica polar de Fourier (amplitudes e fases), por meio das relações (15) e (19) de [2].

- **Número de Raias Apresentadas** : esta função indica o número de raias espectrais a serem calculadas pela TDF e apresentadas nos gráficos e tabelas. O usuário deve escolher este valor antes de efetuar a análise espectral.

- **MOstrar TABELA** : permite obter os valores numéricos que resultaram da aplicação da TDF.

- **MOstrar GRÁFICOS** : permite visualizar os gráficos gerados com maior resolução.

## 2.2 ANÁLISE ESPECTRAL DE SINAIS PERIÓDICOS:

Vamos efetuar a análise espectral de alguns sinais com o sistema apresentado, seguindo-se as instruções a seguir.

### 2.2.1 ANÁLISE DE SINAIS SENOIDAIS:

a) Ajuste manualmente o gerador de funções\* (gerador real) para fornecer um sinal senoidal de **10 kHz**, amplitude **7 V<sub>pp</sub>**, no modo High Z.

**Nota:** Se o gerador estiver no modo “**rmt**”, tecle “**local**” no painel frontal do equipamento para ele voltar à condição padrão.

**\*Importante:** Neste experimento utilizaremos apenas o gerador modelo **HP33120A**.

b) No osciloscópio, visualize 10 períodos do sinal senoidal fazendo as conexões necessárias. Fixe a taxa de varredura do osciloscópio em **100 μs/div** e meça os seguintes parâmetros: frequência do sinal, a amplitude (pico a pico) e o valor eficaz. Indique as grandezas medidas na Tabela 2.

c) Com o software *Analisador de Espectros*, capture este sinal com **200** amostras.

**Nota:** Como a leitura dos sinais é feita através da conexão USB, não é necessário efetuar nenhuma ligação a mais entre o osciloscópio e o computador.

d) Em seguida, confira no software se os parâmetros **Tipo de Janela** e **Número de Raias Espectrais Apresentadas** estão selecionados como *Retangular* e *60*, respectivamente.

e) Efetue a análise de Fourier do sinal, selecionando-se exatamente **1** período do sinal. Para isso siga as etapas descritas a seguir:

- . Posicione com cuidado os dois cursores contidos na janela *Sinal Amostrado* para delimitar um período do sinal com a maior exatidão possível. Use a indicação “*Tempo entre os Cursores*” situada abaixo do gráfico para certificar-se sobre os intervalos delimitados.

**Dica:** Para conseguir delimitar períodos inteiros do sinal com exatidão, coloque o cursor do mouse no gráfico e clique o seu botão da direita. Selecione *visible itens* → *graphic palette*. Uma janela surgirá no painel frontal para efetuar zoom no gráfico.

**ATENÇÃO:** Caso não selecione um número inteiro de períodos do seu sinal, ocorrerá um efeito denominado “**VAZAMENTO ESPECTRAL**”. Como consequência, componentes espúrios de frequência alta serão observados no espectro, e que não corresponderão ao sinal original. Informações adicionais sobre este efeito estão descritas no arquivo em anexo “**Erros da TDF**”. Vale a pena ler sobre este tipo de erro.

- . Realize a **Análise de Fourier**, ativando o comando adequado.

Note que a *frequência fundamental* ( $f_d$ ) da análise espectral (ou *resolução espectral*) é calculada por:

$$(1) \quad f_d = 1/T_d,$$

em que  $T_d$  é a duração da janela, indicada sob o título “*Tempo entre os Cursores*”, no painel *Sinal Amostrado*.

A frequência da *k-ésima raia espectral* ( $f_k$ ) é calculada por:

$$(2) \quad f_k = k f_d.$$

Os índices  $k$  das raias espectrais estão representados no eixo x dos gráficos “*Amplitude da série trigonométrica (volts)*” e “*Fases da série trigonométrica (graus)*”.

**f)** Faça uma análise do espectro obtido, com atenção às seguintes perguntas:

- . Qual raia espectral da TDF apresentou amplitude significativa?
- . Qual é a amplitude e a frequência associada a essa raia?
- . Qual é a relação desse resultado com o sinal original?

**g)** Complete a 1ª linha da Tabela 3 no seu relatório com as demais informações solicitadas, considerando que:

- $k_{\max}$  = índice da última raia espectral calculada pela TDF;
- $f_a$  = frequência de amostragem.

**h)** Altere o tamanho da janela para selecionar exatamente **4** períodos do sinal. Efetue a análise espectral e complete os campos correspondentes na Tabela 3 com as informações solicitadas.

**i)** Compare os dois espectros obtidos e descreva quais foram as principais diferenças ao aumentar o número de períodos numa determinada janela para realizar a TDF.

**j)** Volte a selecionar um único período do sinal e refaça a análise de Fourier. Veja o efeito de deslocar a posição da janela para outras regiões do sinal amostrado, observando o que ocorre com os espectros de Amplitudes e de Fases ao efetuar a análise de Fourier.

k) Altere a frequência do sinal senoidal para **47,5 kHz** no gerador de funções. Ajuste a taxa de varredura do osciloscópio para **200  $\mu\text{s}/\text{div}$**  e meça as grandezas indicadas na Tabela 4. Faça a aquisição do sinal com **1000 amostras**. Selecione uma janela de duração igual a **400  $\mu\text{s}$**  e “*número de raias espectrais apresentadas*” igual a **200**. A seguir faça a análise espectral. Preencha a Tabela 5 do seu relatório com as informações solicitadas.

l) Repita a aquisição do mesmo sinal agora com **100 amostras**, selecionando-se uma janela de igual duração (**400  $\mu\text{s}$** ). Faça a análise espectral e compare os resultados com o obtido no espectro anterior.

**ATENÇÃO:** *Toda vez que o sinal a ser analisado contiver componentes espectrais com frequência superior a metade da frequência de amostragem ocorrerá o ERRO DE REBATIMENTO, dando origem a um falso componente de frequência baixa. Informações adicionais sobre este erro estão descritas no arquivo “**Erros da TDF**”.*

m) Faça uma análise dos espectros obtidos nos dois últimos itens, com atenção às seguintes perguntas:

- . Por que a resolução espectral é a mesma nos dois casos?
- . Os sinais visualizados na tela “Sinal Amostrado” correspondem ao sinal observado no osciloscópio nas duas condições?
- . No segundo caso, por que a frequência do sinal analisado pela TDF não corresponde à frequência do sinal do osciloscópio?

### 2.2.2 ANÁLISE DA ONDA QUADRADA:

a) Ajuste o gerador de funções para gerar uma onda quadrada, adotando-se a mesma amplitude do sinal utilizado **no item 1.a** e  $f_0 = 5 \text{ kHz}$ . Visualize o sinal no osciloscópio com taxa de varredura em **300  $\mu\text{s}/\text{div}$** . Indique na Tabela 6 os valores das grandezas obtidas no osciloscópio.

b) Faça a aquisição do sinal com **1000 (mil)** amostras. Com os cursores, janelle **nove (9)** períodos do sinal. Faça a análise de Fourier, mantendo-se o número de raias espectrais = **100**. Indique somente os harmônicos relevantes da sua análise na Tabela 7.

c) Examine os resultados e compare-os com os valores que você usou no item 1.a. Verifique especialmente se os harmônicos pares são ou não desprezíveis. Discuta também qual foi o efeito de janelar o sinal com 9 períodos na análise de Fourier. Procure explicar eventuais discrepâncias.

### 2.2.3 EFEITO DE REBATIMENTO:

Mantendo-se o mesmo sinal e a mesma taxa de varredura do osciloscópio do item anterior, faça uma nova aquisição com **100** amostras. Delimite **9 períodos** do sinal entre os cursores e efetue a análise de Fourier.

Anote na Tabela 8 somente as frequências e as amplitudes das raias espectrais mais significativas do espectro obtido, e compare os valores com os resultados esperados teoricamente (ou seja, sem o efeito de rebatimento).

Considere os seguintes aspectos na sua discussão:

- . A frequência de amostragem e o critério de Nyquist;
- . As frequências reais e espúrias do sinal observadas após realizar a análise de Fourier.
- . Identifique que harmônicos do sinal real estão relacionados com as frequências espúrias observadas na análise.

Frequências espúrias ( $f_e$ ) são determinadas através da seguinte expressão:

$$f_e = |m f_a - f|, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

onde:  $m = 1$  se  $f_a/2 < f < 3f_a/2$ ;  $m = 2$  se  $3f_a/2 < f < 5f_a/2$  .....

## ITEM ADICIONAL:

### 3 ANÁLISE DE FOURIER DA RESPOSTA DE UM CIRCUITO RC

---

*Objetivo específico: avaliar a resposta de um circuito passa-baixas por meio da análise espectral.*

---

a) Selecione no gerador de funções **HP33120A** uma função “**sinc**”, acionando as teclas *shift* → *arb* → *sinc* no painel do equipamento, com frequência de **100 Hz** e amplitude pico a pico de **5 V**. Observe vários períodos do sinal no osciloscópio e faça sua análise espectral do sinal de entrada ( $v_e$ ) adquirindo-se **1000** amostras do sinal. Imprima o espectro obtido.

*Dica: ajuste o nível de trigger para visualizar adequadamente o sinal na tela do osciloscópio.*

b) Use esse sinal para alimentar o circuito RC esboçado a seguir, com  $R = 1,2 \text{ k}\Omega$  e  $C=220 \text{ nF}$ .

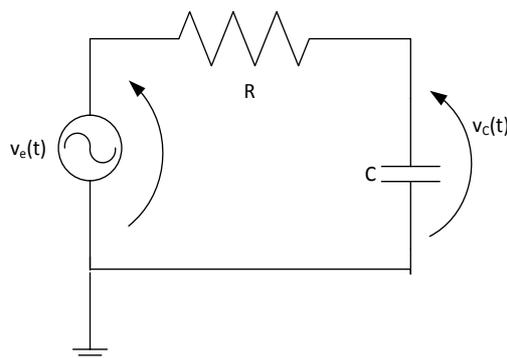


Figura 2: Circuito RC.

c) Faça a análise de Fourier da tensão de saída (sobre o capacitor) com o Analisador de Espectros\*, e compare o resultado obtido com o espectro da tensão  $v_e$  (tensão de alimentação = função sinc). Discuta se o resultado obtido é o esperado e comente como a análise de Fourier pode ajudar na caracterização de um filtro passa-baixas (como por exemplo, determinar a frequência de corte do filtro).

Imprima o espectro de  $v_C$  para auxiliá-lo na análise dos resultados.

\* O software *Análise Espectral\_I\_DSO-X2002A.llb* só adquire sinais do canal 1 do osciloscópio.

## 4 LISTA DE MATERIAL

1 computador com o programa LabVIEW instalado e placa GPIB.

1 osciloscópio digital DSO-X2002A.

1 gerador de funções HP33120A, com interface GPIB.

1 resistor de  $1,2 \text{ k}\Omega$  e 1 capacitor de  $220 \text{ nF}$

## 5 PROGRAMAS

*Análise Espectral\_I\_DSO-X2002A* e *Sintetizador de Sinais*, baseados somente com instrumentos virtuais, a serem utilizados em qualquer micro.

## BIBLIOGRAFIA

[1] - ORSINI, L. Q., CONSONNI, D., *Curso de Circuitos Elétricos*, vol. 2, S. Paulo, ed. Blucher, 2004.

[2] – NASCIMENTO, V.H., *Introdução à Análise de Fourier*. Apostila do curso PSI3214, EPUSP, 2015.

[3] – NASCIMENTO, V. H., *Exemplos com Séries de Fourier*. Apostila do curso PSI3214, EPUSP, 2015.