Ondas Eletromagnéticas

Física Geral F-428

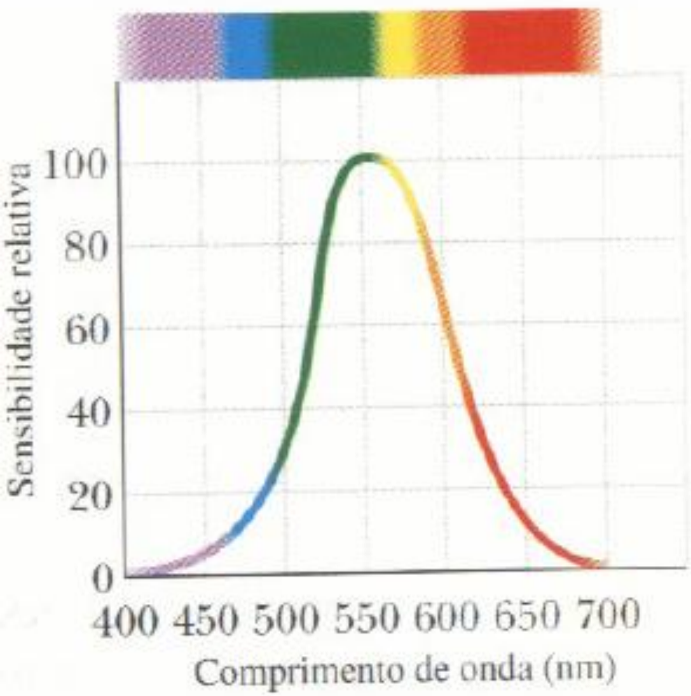
Radiação Eletromagnética
&
Ondas Eletromagnéticas

Ondas Eletromagnéticas:

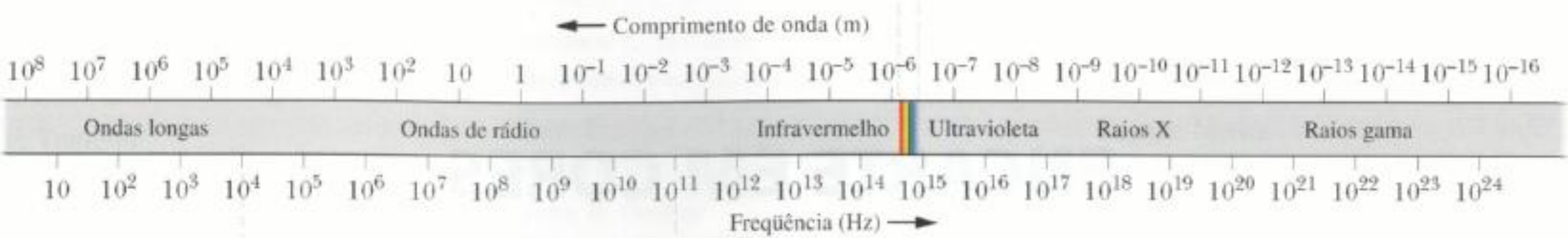
Veremos:

- Radiação eletromagnética é uma forma de energia que se propaga no espaço, em meios materiais ou mesmo no vácuo;
- No vácuo, ela se propaga na forma de **ondas eletromagnéticas** com uma velocidade bem definida, designada c , a velocidade da luz no vácuo;
- Ela é emitida e absorvida por partículas com carga elétrica aceleradas;
- Numa onda eletromagnética, temos o campo elétrico $\vec{E}$ e o campo magnético $\vec{B}$ que oscilam, e guardam uma relação fixa entre si;
- $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são perpendiculares entre si, e também perpendiculares à direção em que a onda se propaga.

Ondas eletromagnéticas



Sensibilidade do olho humano



As equações de Maxwell

No vácuo!!!!

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi_B}{dt} \Rightarrow \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 i + \mu_0\varepsilon_0\frac{d\phi_E}{dt} \Rightarrow \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

- **As duas últimas equações mostram que variações espaciais ou temporais do campo elétrico (magnético) implicam em variações espaciais ou temporais do campo magnético (elétrico).**

Um pouco da história.....

- Oersted mostrou que corrente elétrica produz campo magnético.
- Faraday mostrou que campos magnéticos variáveis no tempo produzem campos elétricos.
- Maxwell mostrou que campos elétricos variáveis no tempo produzem campos magnéticos variáveis no tempo (lei da indução de Maxwell).

$$\vec{E}\left(\vec{r},t\right) \Leftrightarrow \vec{B}\left(\vec{r},t\right)$$

(reciprocidade)

A equação de onda

Utilizando as quatro equações de Maxwell e um pouco de álgebra vetorial, podemos obter as seguintes equações de onda *com fontes* $\rho(\vec{r},t) \neq 0$ e $J(\vec{r},t) \neq 0$:

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} - \frac{\vec{\nabla} \rho}{\varepsilon_0}$$

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{J}$$

A equação de onda

i) A variação de $\vec{J}(\vec{r},t)$ e $\rho(\vec{r},t)$ no tempo gera a dinâmica dos campos $\vec{E}(\vec{r},t)$ e $\vec{B}(\vec{r},t)$

ii) Mesmo numa região onde $\vec{J}(\vec{r},t)$ e $\rho(\vec{r},t)$ são nulos pode haver $\vec{E}(\vec{r},t)$ e $\vec{B}(\vec{r},t)$ obedecendo as equações

$$\left.\begin{aligned} &\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\nabla^2\vec{E}=0 \\[2em] &\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}-\nabla^2\vec{B}=0 \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(\vec{r},t)}{\partial t^2}-\nabla^2 u(\vec{r},t)=0}$$

$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\approx 3\times 10^8\, m/s$$

Aqui u pode ser qualquer uma das componentes de ***E*** ou ***B*:** $E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z$.

A equação de onda

Assim as equações obedecidas pelas componentes de $\vec{E}(\vec{r},t)$ e $\vec{B}(\vec{r},t)$ são da forma

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(\vec{r},t)}{\partial t^2} - \nabla^2 u(\vec{r},t) = 0$$

onde $$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \, m/s$$

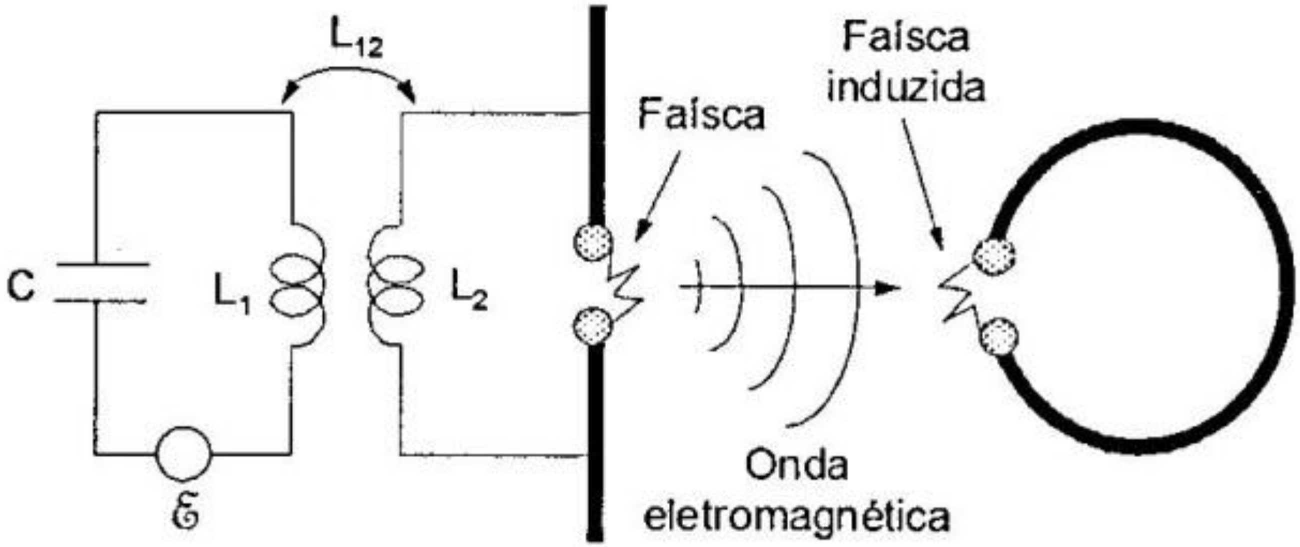
$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_0 = 8{,}85418 \times 10^{-12} \ \mathrm{C^2/\,N.\,m^2} \\ \\ \mu_0 = 4\,\pi\, 10^{-7} \ \mathrm{T.m/A} \end{array}\right\}$$

Hoje:
c = 299792458 m/s

James Clerk Maxwell 1862

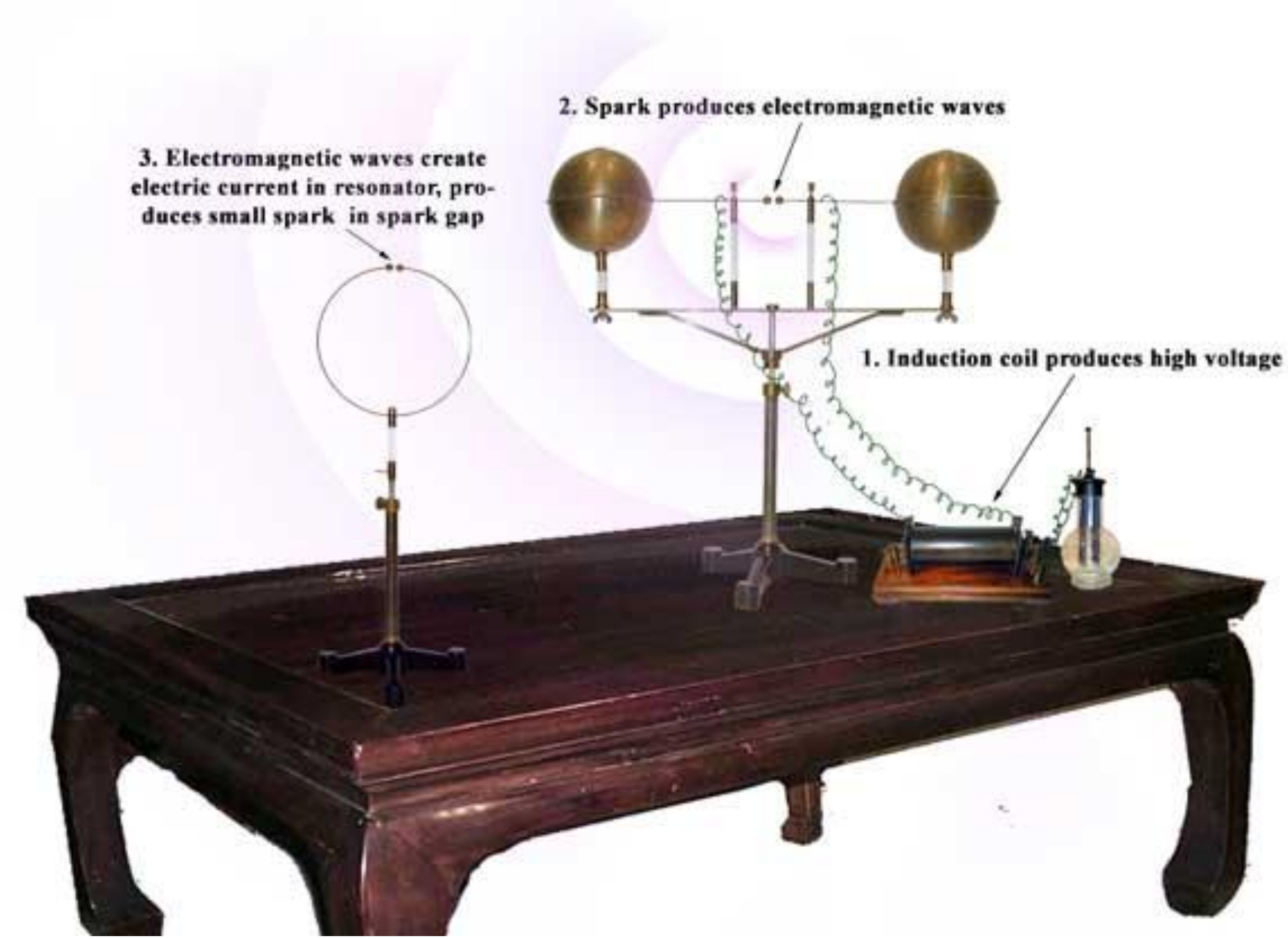
"A velocidade das ondas transversais em nosso meio hipotético, calculada a partir dos experimentos eletromagnéticos dos Srs. Kolhrausch e Weber, concorda tão exatamente com a velocidade da luz, calculada pelos experimentos óticos do Sr. Fizeau, que é difícil evitar a inferência de que a luz consiste nas ondulações transversais do mesmo meio que é a causa dos fenômenos elétricos e magnéticos".

O experimento de Hertz
(1885-1889)



(Descoberta das ondas de rádio)

A confirmação experimental veio com Heinrich Hertz



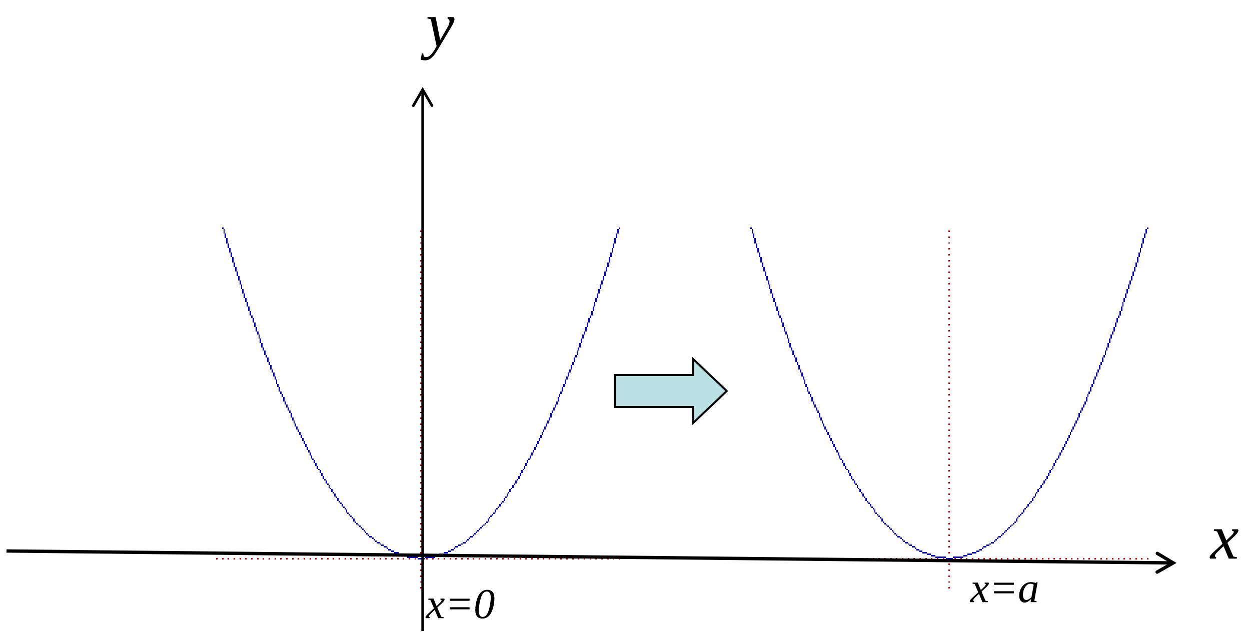
Ondas podem ser...

- Unidimensionais;
- Bidimensionais;
- Tridimensionais;

Vamos começar simples....

com as unidimensionais

Uma brincadeira... peguemos uma função ...



$$y=x^2$$

$$y=(x-a)^2$$

$$y=(x-a)^2=(x-vt)^2$$

No caso de uma função oscilante...

Podemos fazer a função se deslocar no sentido positivo ou negativo de x:

$$sen(kx - \omega t) \quad ou \quad sen(kx + \omega t)$$

No nosso caso:

$$E_y = E_{\max} sen\left(kx - \omega t \right)$$

$$B_z = B_{\max} sen\left(kx - \omega t \right)$$

A equação de onda

(onda se propaga na direção x)

A solução geral da equação de onda é

$$E_y(x,t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

Em particular

$$E_y(x,t) = E_0 \sin k(x - ct) = E_0 \sin(kx - \omega t); \quad \begin{cases} \omega = ck \\ k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \end{cases}$$

é solução da equação de onda

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

Ondas eletromagnéticas

Período: T

Comprimento de onda: λ

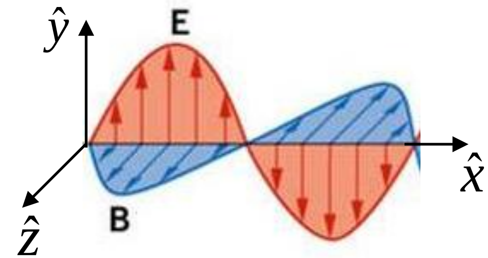
Freqüência: $f = \dfrac{1}{T}$

Freqüência angular: $\omega = 2\pi f$

Número de onda: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

Velocidade de uma onda: $v = \dfrac{\omega}{k} = \lambda f$

Ondas eletromagnéticas



Tomemos $\vec{E}(x,t) = E_y(x,t)\,\hat{y}$

(3ª Eq. de Maxwell) $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) =}\ \dfrac{\partial E_y(x,t)}{\partial x}\hat{z} = \boxed{-\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$

Assim, temos:

B_z transverso à direção de propagação da onda: $\dfrac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t}$

- Sejam: $E_y(x,t) = E_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$ e $B_z(x,t) = B_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$

$\Rightarrow$ $\boxed{\dfrac{E_m}{B_m} = \dfrac{\omega}{k} = c \quad \rightarrow \quad \dfrac{E_y}{B_z} = c}$ $\quad c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

Usando a forma integral...

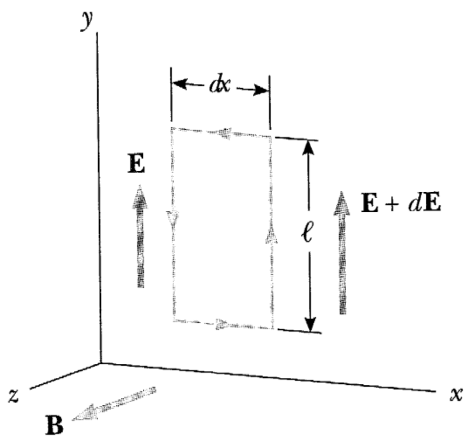


Figura 24.4

Quando uma onda plana deslocando-se na direção $+x$ atravessa uma trajetória retangular de largura dx que se localiza no plano xy, o campo elétrico na direção y varia de **E** para **E** + d**E**. Essa construção nos permite calcular a integral de linha de **E** sobre o perímetro do retângulo.

$$\oint \vec{E}.d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E}.d\vec{s} = [E(x+dx,t)]\ell - [E(x,t)]\ell \approx \ell\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)dx$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \ell dx \left.\frac{dB}{dt}\right|_{xconst} = \ell dx \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

E ainda...

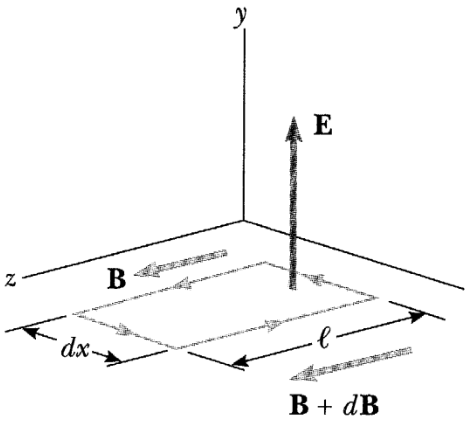


Figura 24.5

Quando uma onda plana deslocando-se na direção $+x$ atravessa uma trajetória retangular de largura dx que se localiza no plano xz, o campo magnético na direção z varia de **B** para **B** + d**B**. Essa construção nos permite calcular a integral de linha de **B** sobre o perímetro do retângulo.

$$\oint \vec{B}.d\vec{s} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

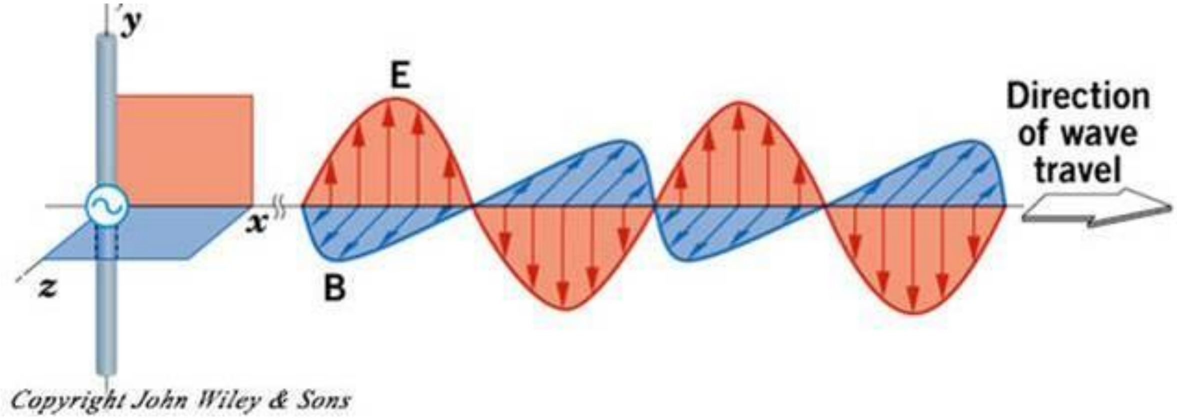
$$\oint \vec{B}.d\vec{s} = [B(x,t)]\ell - [B(x+dx,t)]\ell \approx -\ell\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)dx$$

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \ell dx \left.\frac{dE}{dt}\right|_{xconst} = \ell dx \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

Ondas eletromagnéticas planas

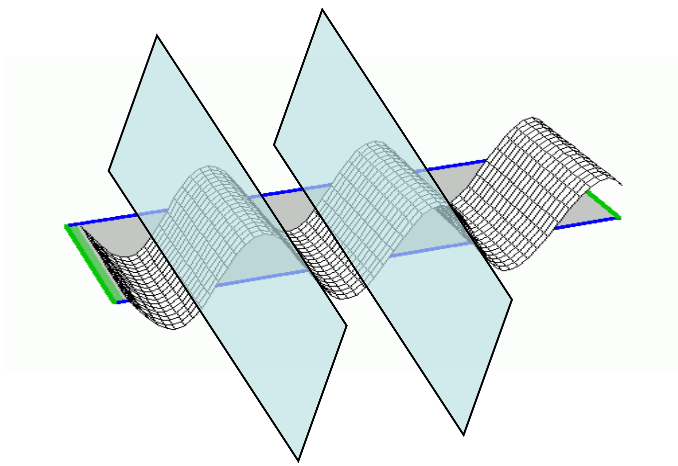
$$E_y(x,t) = E_0 \sin k(x - ct) = E_0 \sin(kx - \omega t); \quad \omega = ck$$



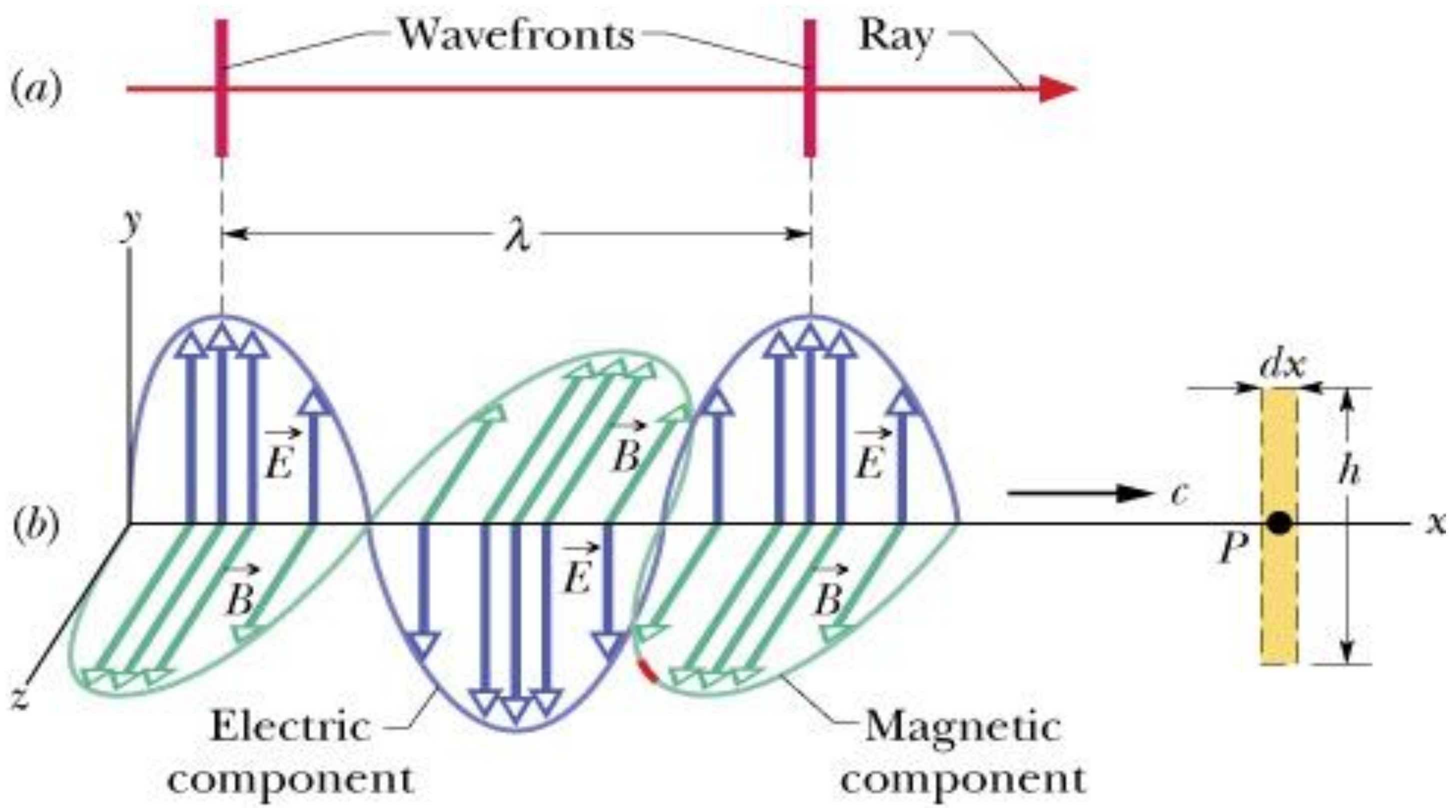
- ***E*** e ***B*** propagam-se em fase.

- ***E*** e ***B*** são mutuamente perpendiculares.

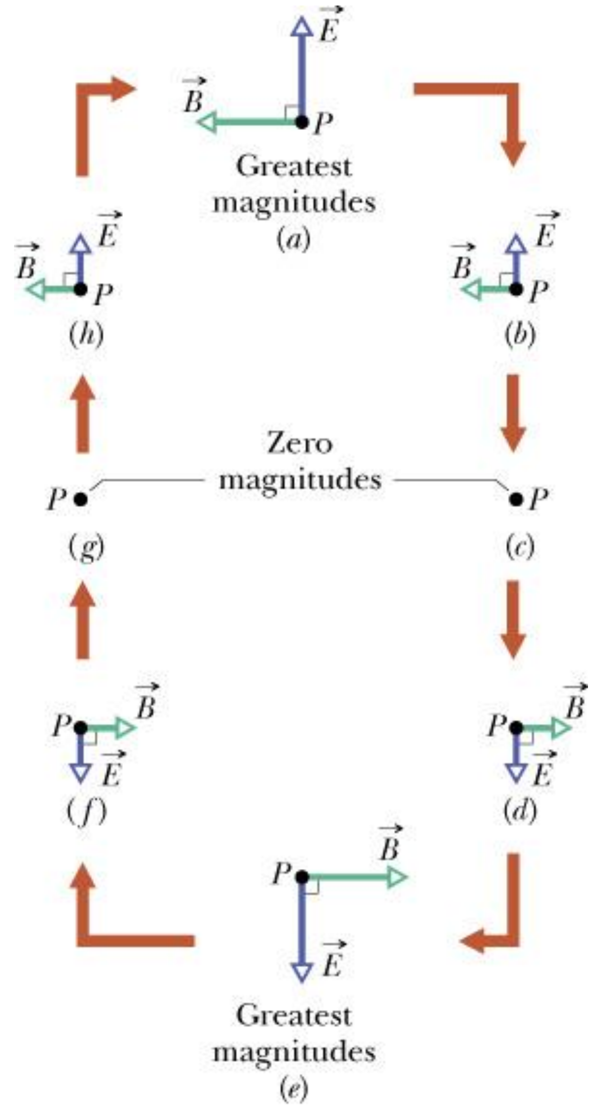
- ***E*** x ***B*** aponta na direção de propagação



Os campos em um ponto distante P....



Os campos no ponto distante P:

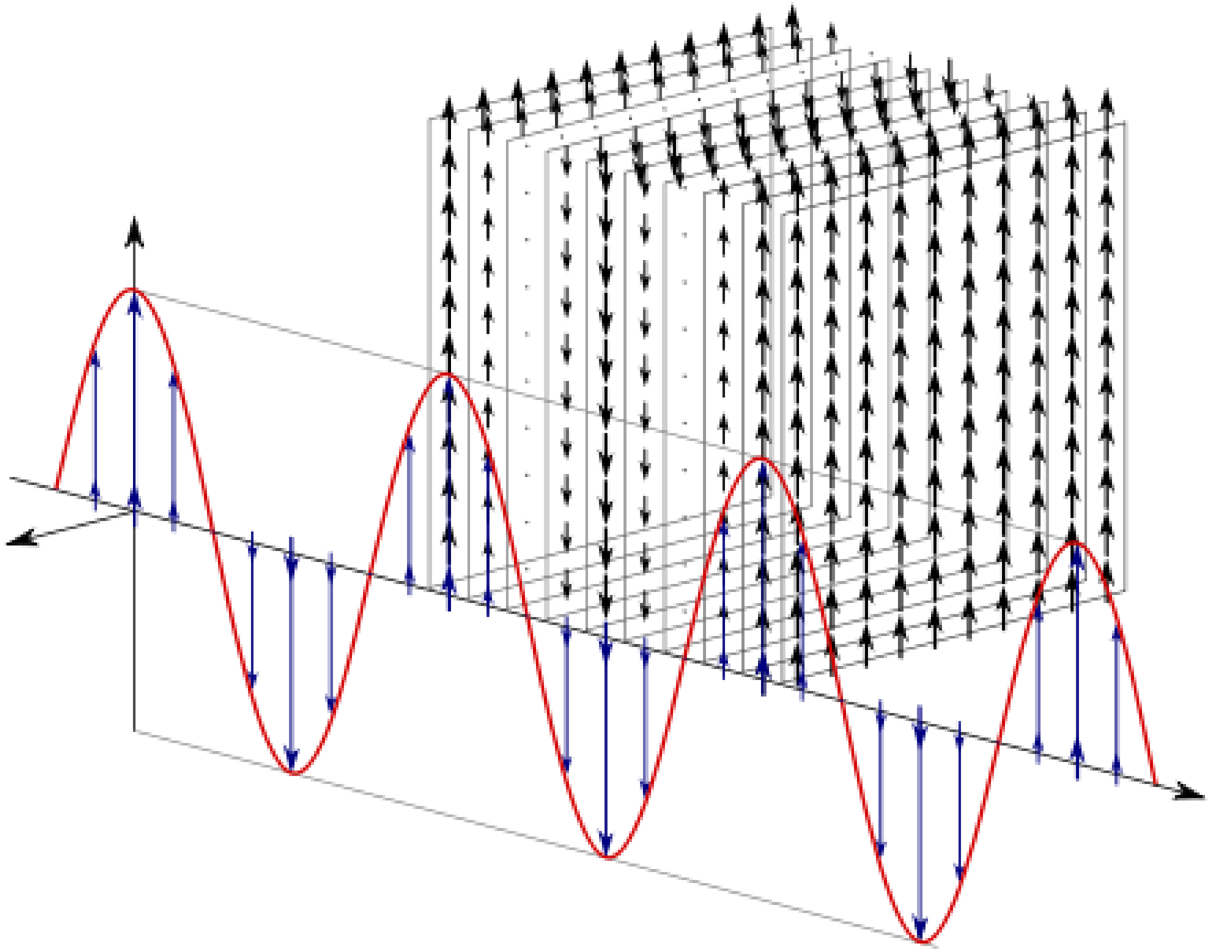


Ondas planas...

$$E_y = E_{\max} sen(kx - \omega t)$$
$$B_z = B_{\max} sen(kx - \omega t)$$

- As expressões para E_y e B_z nos dão as componentes respectivas para cada x e cada t.
- Agora os valores de E_y e B_z **dependem apenas de x** e não dependem das coordenadas y e z do ponto no espaço. Isso significa que **todos os pontos com o mesmo x terão as mesmas componentes dos campos**.
- Portanto, em todos os pontos do plano que corresponde a um dado x, os campos serão iguais.

Para ajudar você a imaginar uma onda plana...



Uma pergunta....

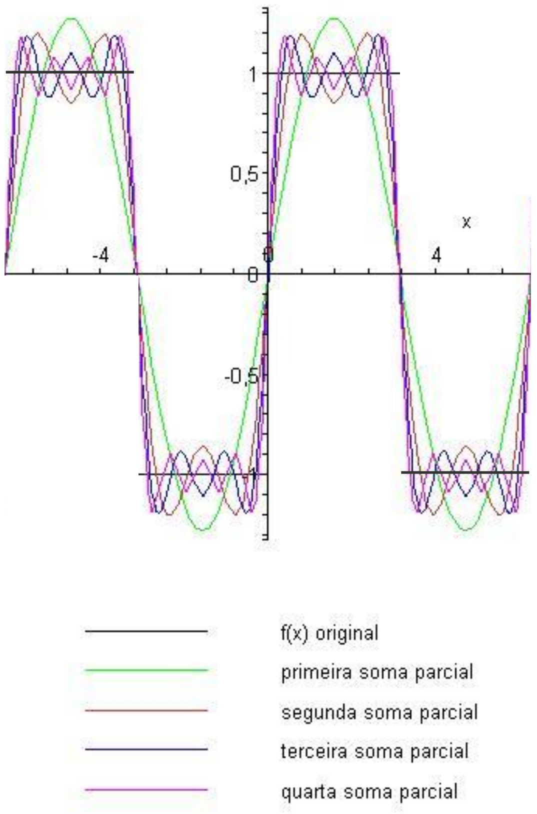
- E se a propagação da onda fosse na direção y?
- Se a propagação fosse na direção z?
- Se a propagação fosse numa direção qualquer ?

Outra pergunta...

- Por quê escolhemos a função seno?
- Não poderíamos escolher a função cosseno?
- E se a onda seguisse uma função mais complicada?

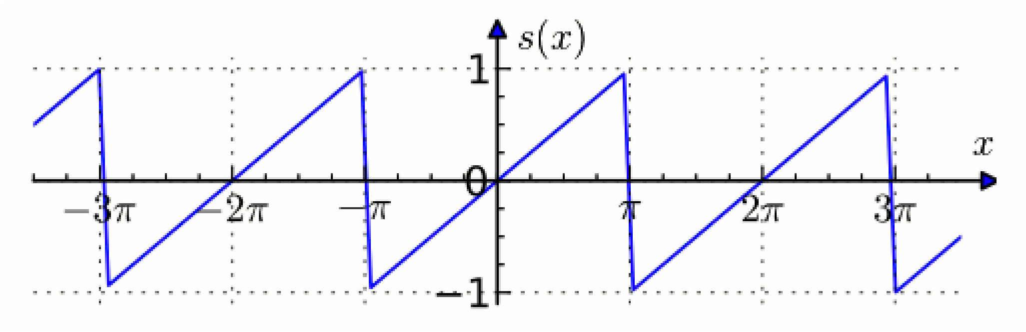
• Em geral, qualquer função **periódica** pode ser escrita como uma série (soma) possivelmente infinita de funções seno e cosseno: uma série de Fourier:

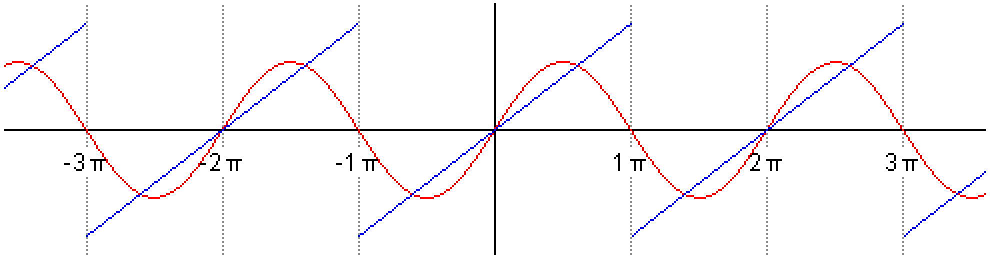
Ex.: *Onda quadrada*



$$\sigma_4 = \frac{4}{\pi}\sin x + \frac{4}{3\pi}\sin 3x + \frac{4}{5\pi}\sin 5x + \frac{4}{7\pi}\sin 7x$$

Outro exemplo:





Por essa razão...

- Já que as equações de onda são lineares nos campos (implicando que somas de soluções são solução),
- E qualquer função periódica pode ser escrita como uma soma de funções senos e cossenos,
- Então podemos simplificar e estudar apenas as soluções senoidais..

Ondas eletromagnéticas

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

Transporte de energia

As densidades de energia elétrica e magnética

$$u_E(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad \text{e} \qquad u_B(\vec{r},t) = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

como $\quad B = \dfrac{E}{c} \quad \Rightarrow \quad u_B(\vec{r},t) = \dfrac{E^2}{2c^2\mu_0} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

A densidade total de energia armazenada no campo de radiação

$$u\;(\vec{r},t) = u_E(\vec{r},t) + u_B(\vec{r},t) = \varepsilon_0 E^2$$

Ondas eletromagnéticas

Transporte de energia

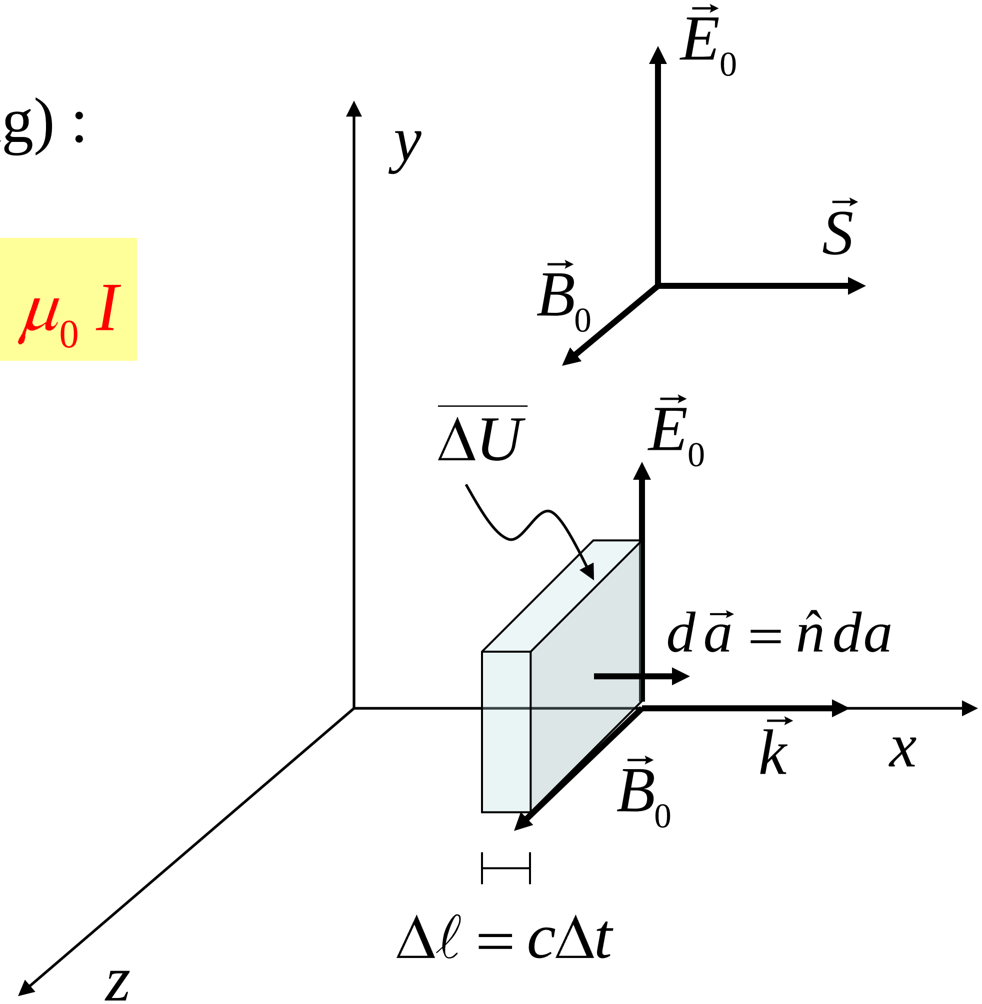
Definindo $\vec{S}$ (vetor de Poynting) :

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$\boxed{\overline{|\vec{E} \times \vec{B}|} = \mu_0 \, I}$$

$$\Rightarrow \quad I = \overline{|\vec{S}|}$$

$$I \equiv \frac{\overline{\Delta U}}{\Delta a \, \Delta t}$$



Potência transmitida:

$$P = \frac{dU}{dt} = \int_A \vec{S} \cdot \hat{n} \; da$$

Ondas eletromagnéticas

Transporte de energia

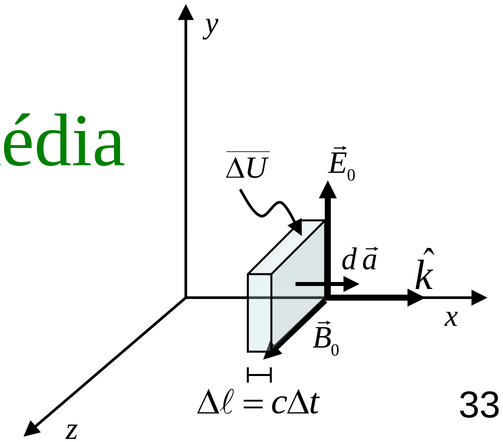
Como $\quad E^2(\vec{r},t) = E_0^2 \sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$

A média temporal da densidade de energia é dada por

$$\bar{u} = \varepsilon_0 \overline{E^2} = \varepsilon_0 E_0^2 \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T \sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\,dt}_{=\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$$

Intensidade da radiação: definida pela média

$$I \equiv \frac{\overline{\Delta U}}{\Delta a\,\Delta t} = \frac{\overline{\Delta U}}{\Delta a\,\Delta \ell}\frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \frac{\overline{\Delta U}}{\Delta V}c = \bar{u}\,c = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2$$



Ondas eletromagnéticas

$$I \equiv \frac{\overline{\Delta U}}{\Delta a\,\Delta t} = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_0^2$$

Transporte de energia

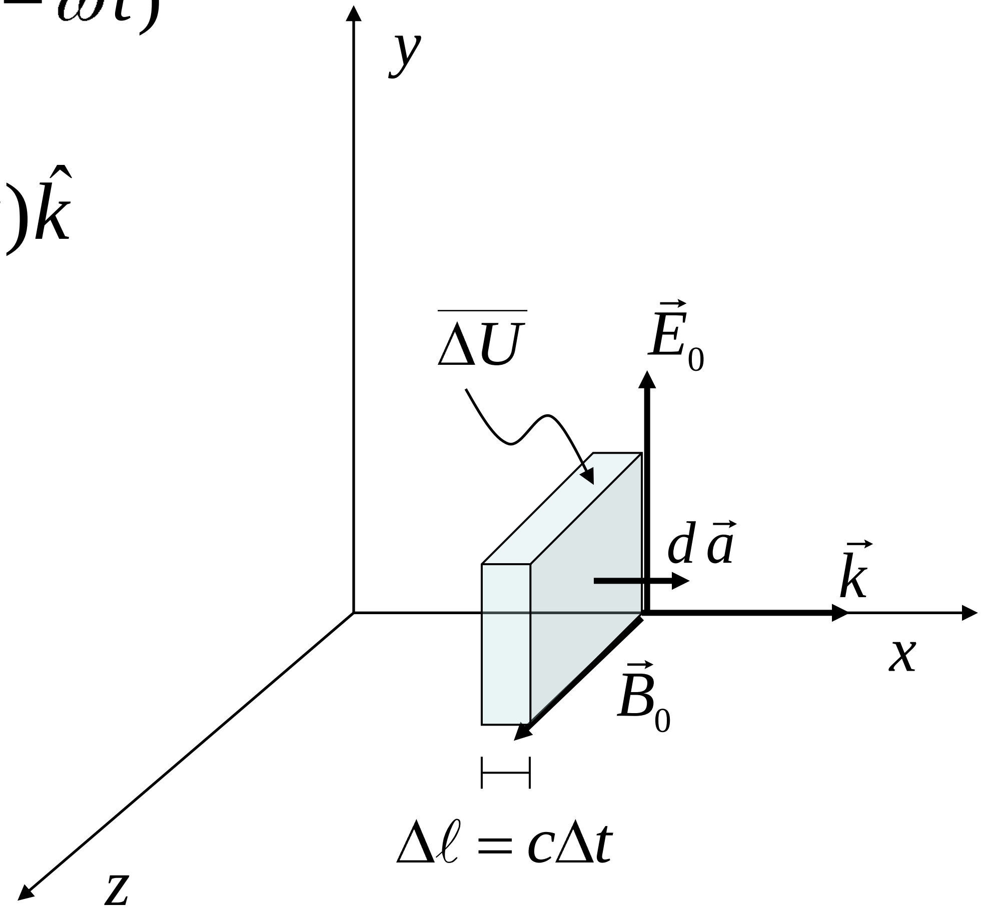
Como: $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$

$$\vec{E}\times\vec{B} = \frac{E_0^2}{c}\sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\hat{k}$$

$$\Downarrow$$

$$\overline{|\vec{E}\times\vec{B}|} = \frac{E_0^2}{2c} = \frac{1}{2}c\mu_0\varepsilon_0 E_0^2$$

$$\overline{|\vec{E}\times\vec{B}|} = \mu_0 I$$



Ondas eletromagnéticas esféricas

Transporte de energia

Se a potência fornecida pela fonte é P_f temos

$$P_f = \int_A \vec{S} \cdot \hat{n} \; da$$

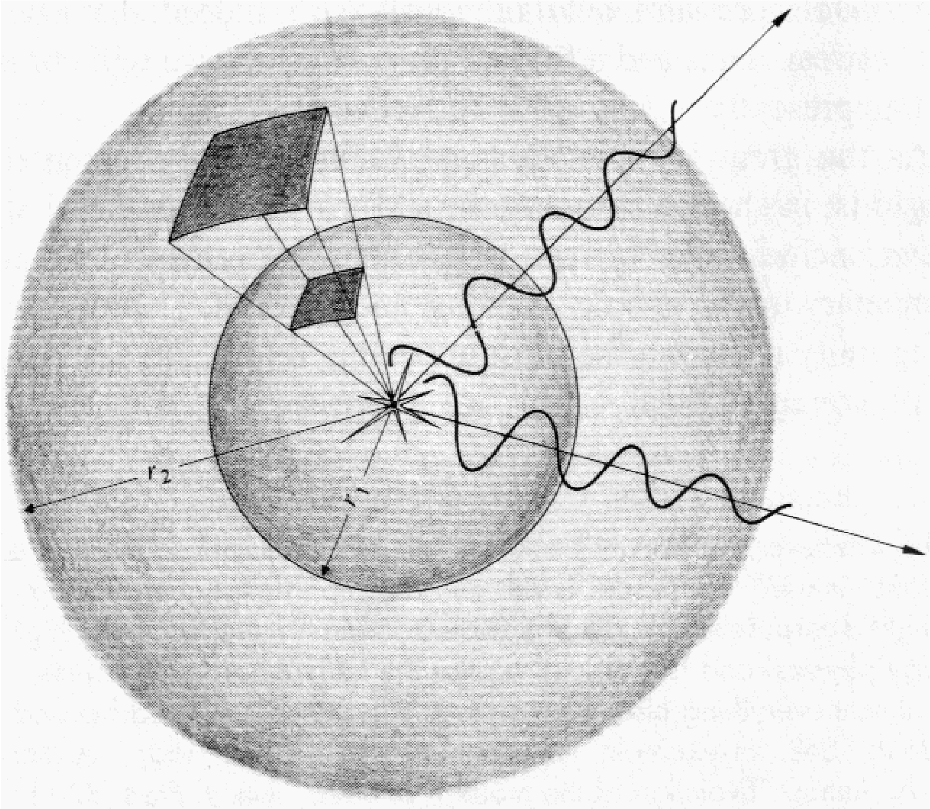
Emissão isotrópica:

$$P_f = 4\pi R^2 S$$

$$\vec{S} \cdot \hat{n} = \vec{S} \cdot \hat{r} = S$$

$$\Downarrow$$

$$I = S = \frac{P_f}{4\pi R^2}$$



Ondas eletromagnéticas

Transporte de momento linear: Pressão de radiação

O mesmo elemento que transporta a energia $\overline{\Delta U}$ também transporta o momento linear

$$\vec{p} = \frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}$$

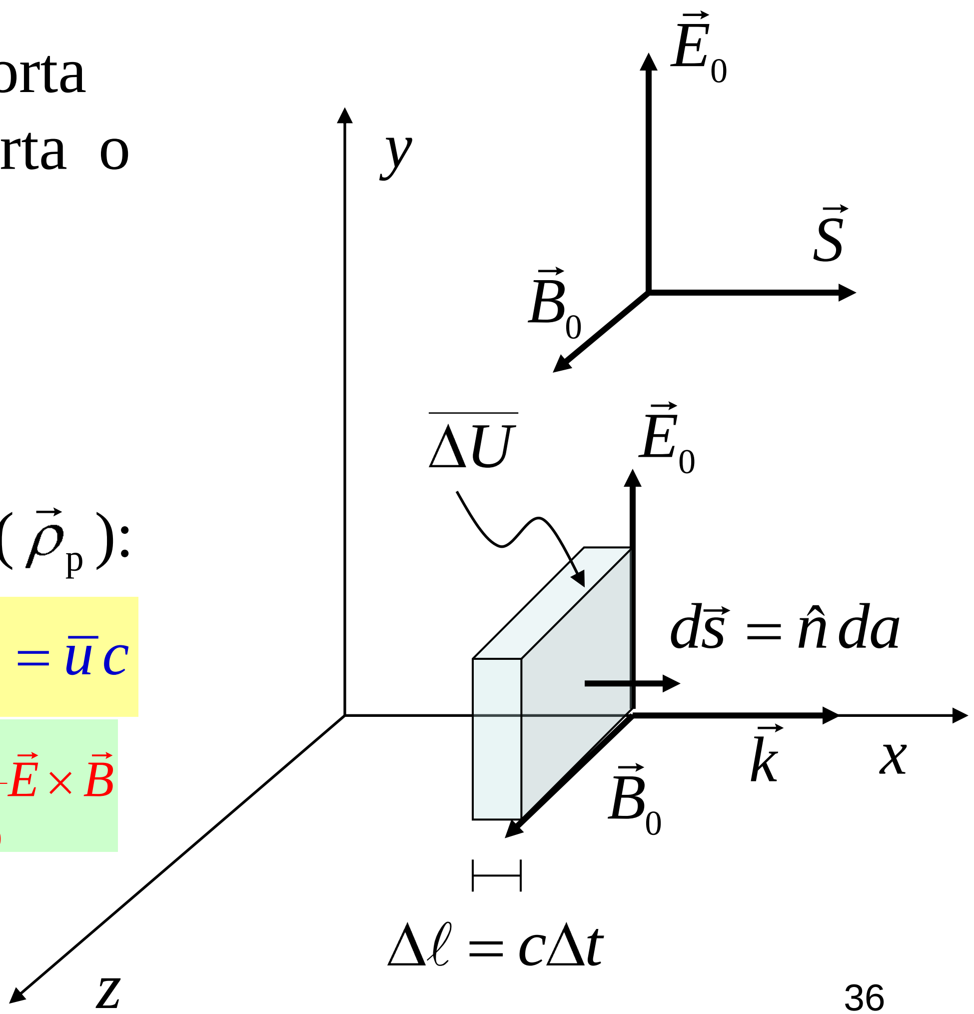
Densidade de momento linear ($\vec{\rho}_{\text{p}}$):

$$\frac{\vec{p}}{\Delta V} = \frac{\bar{u}}{c}\hat{k} = \frac{|\vec{S}\,|}{c^2}\hat{k}$$

$$\left|\vec{S}\right| = I = \bar{u}\,c$$

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$$

$$\vec{\rho}_{\text{p}} = \frac{\vec{S}}{c^2} = \varepsilon_0\vec{E}\times\vec{B}$$



Ondas eletromagnéticas

Transporte de momento linear: Pressão de radiação

Momento linear transferido para um objeto em que incide a radiação

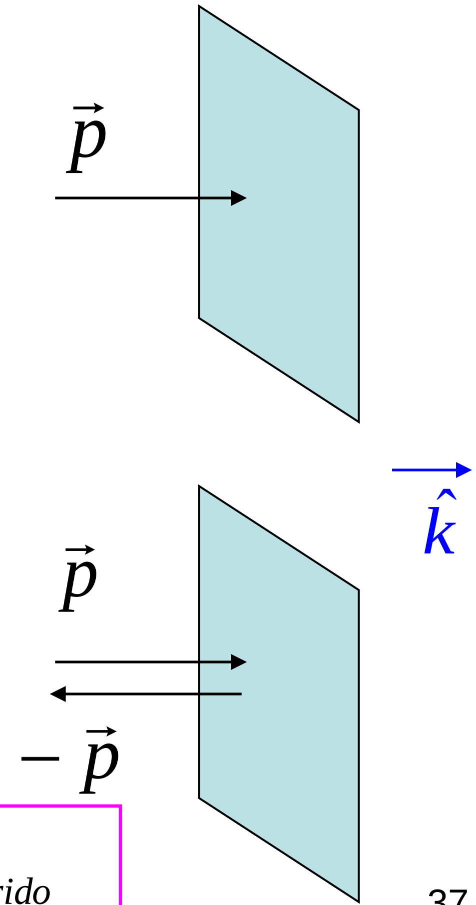
$$\Delta\vec{p}_a = \frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}$$

no caso de absorção total da radiação

$$\boxed{\vec{p} = \frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}}$$

$$\Delta\vec{p}_r = 2\frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}$$

no caso de reflexão total da radiação (colisão elástica)



$$\boxed{\text{Obs.:}\quad \Delta\vec{p}_{refletido} = (-\vec{p}) - (\vec{p}) = -2\vec{p} = -\Delta\vec{p}_{transferido}}$$

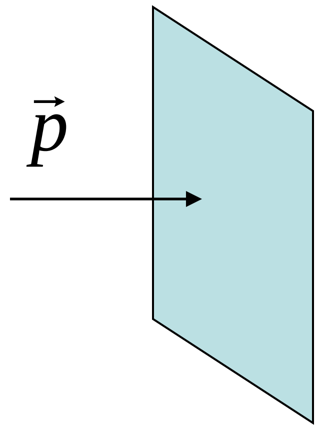
Ondas eletromagnéticas

Transporte de momento linear : Pressão de radiação

$$\overline{\Delta U} = IA\Delta t \qquad \Delta\vec{p}_a = \frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k} \qquad \Delta\vec{p}_r = 2\frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}$$

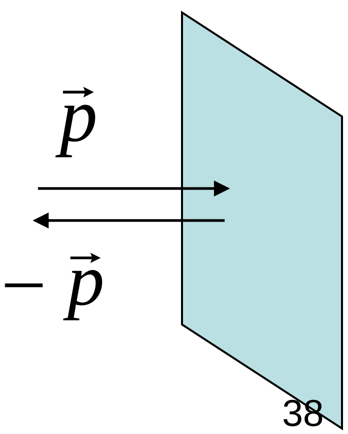
Pressão de radiação
na absorção total

$$F_a = \frac{\Delta p_a}{\Delta t} = \frac{IA}{c} \Rightarrow Pressão_{abs} = \frac{F_a}{A} = \frac{I}{c}$$



Pressão de radiação
na reflexão total

$$F_r = \frac{\Delta p_r}{\Delta t} = \frac{2IA}{c} \Rightarrow Pressão_{ref} = \frac{F_r}{A} = \frac{2I}{c}$$

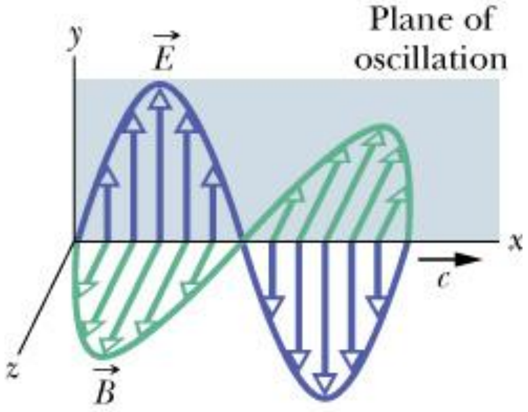


Ondas eletromagnéticas

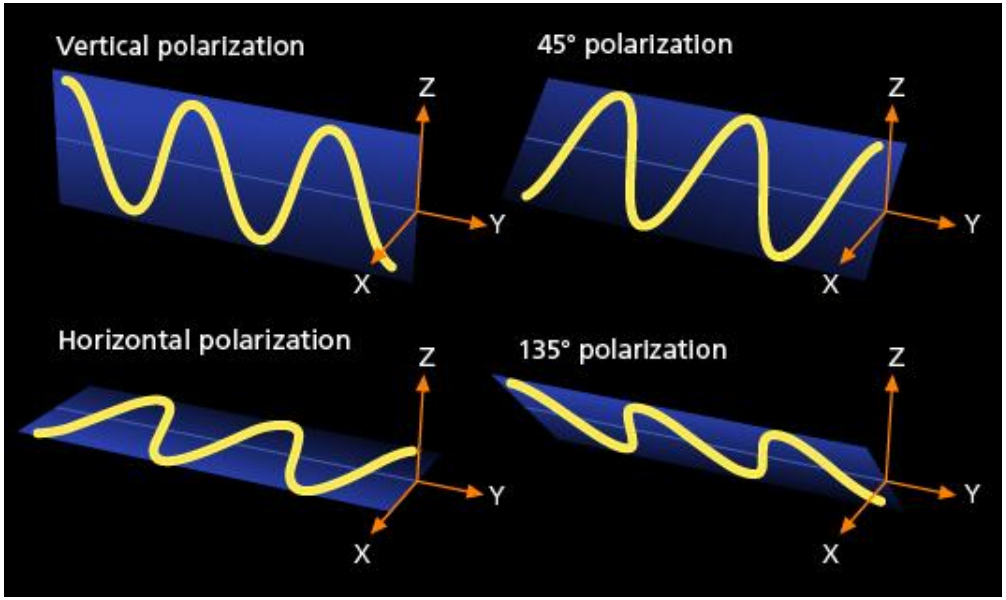
<u>Polarização da radiação</u>

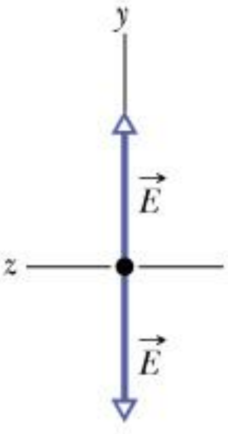
Polarização linear:

Direção do campo elétrico $\vec{E}(\vec{r},t)$



(a)





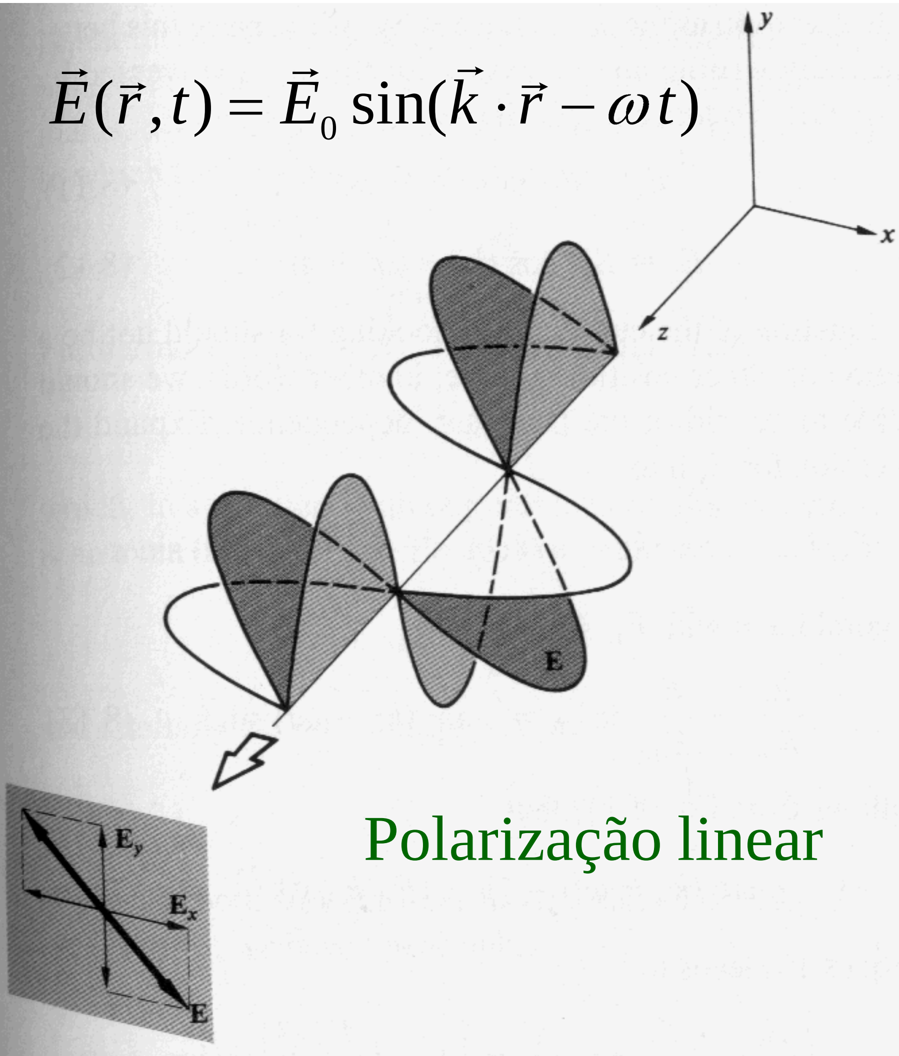
(b)

Onda linearmente polarizada

Ondas eletromagnéticas

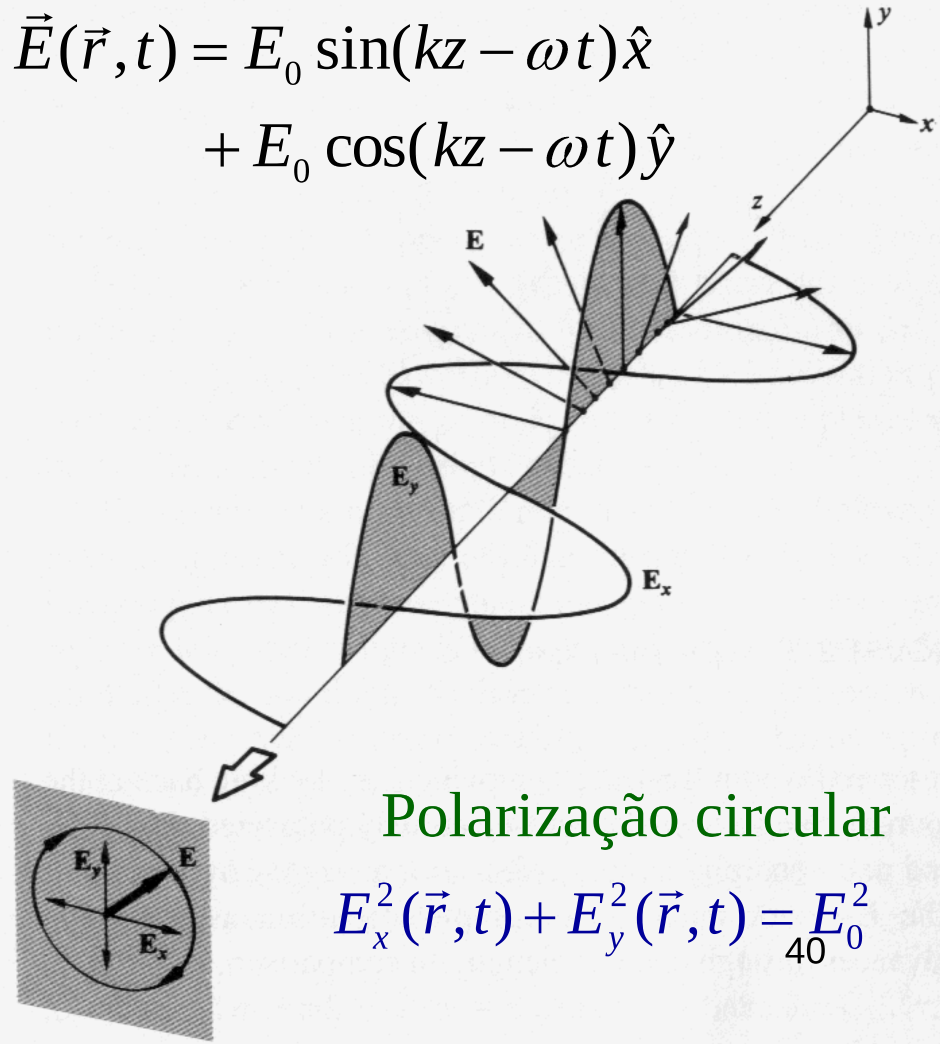
Polarização da radiação

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$$



Polarização linear

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \sin(kz - \omega t)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\hat{y}$$

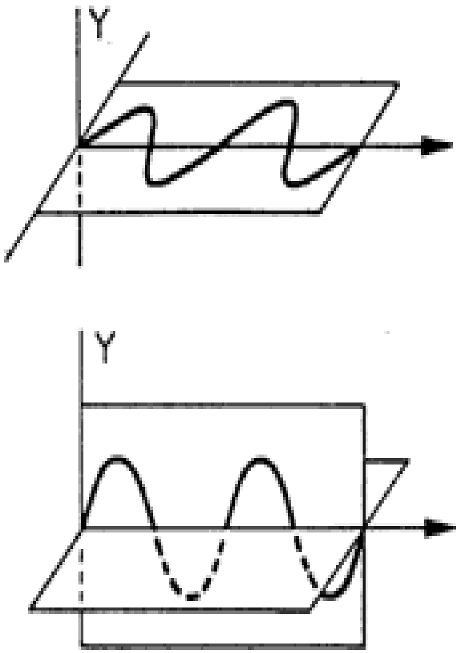


Polarização circular

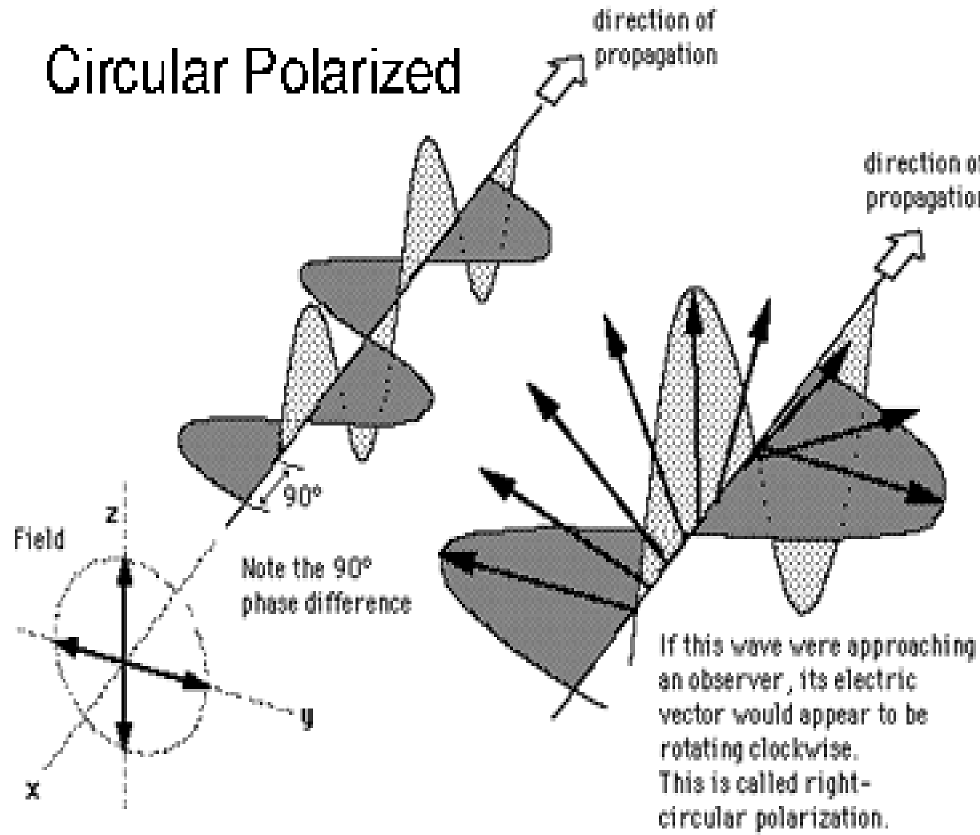
$$E_x^2(\vec{r},t) + E_y^2(\vec{r},t) = E_0^2$$

Ondas eletromagnéticas

Polarização da radiação



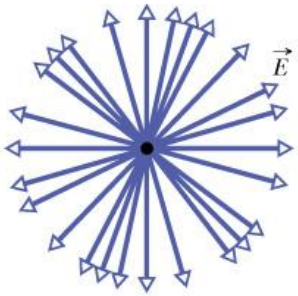
Linear Polarized



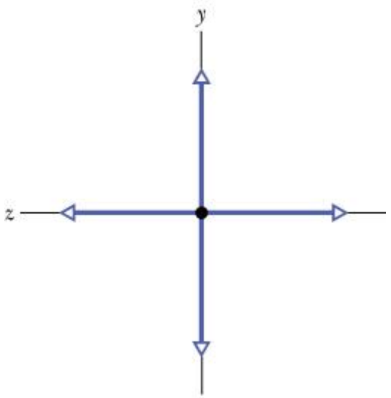
Ondas eletromagnéticas não polarizadas

Em uma **onda não polarizada** a direção instantânea do vetor polarização varia com o tempo. Pode-se produzir uma onda não-polarizada superpondo duas ondas linearmente polarizadas em direções perpendiculares e com amplitudes variando aleatoriamente (ao acaso).

ondas com ***E*** *em diferentes direções, mas todas elas saindo do papel com a mesma amplitude; ou superpondo duas ondas polarizadas* ⊥.

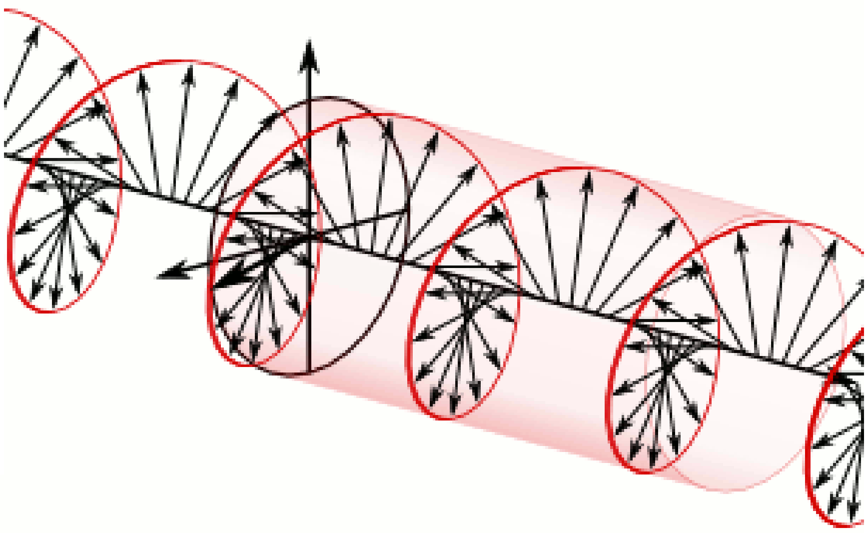


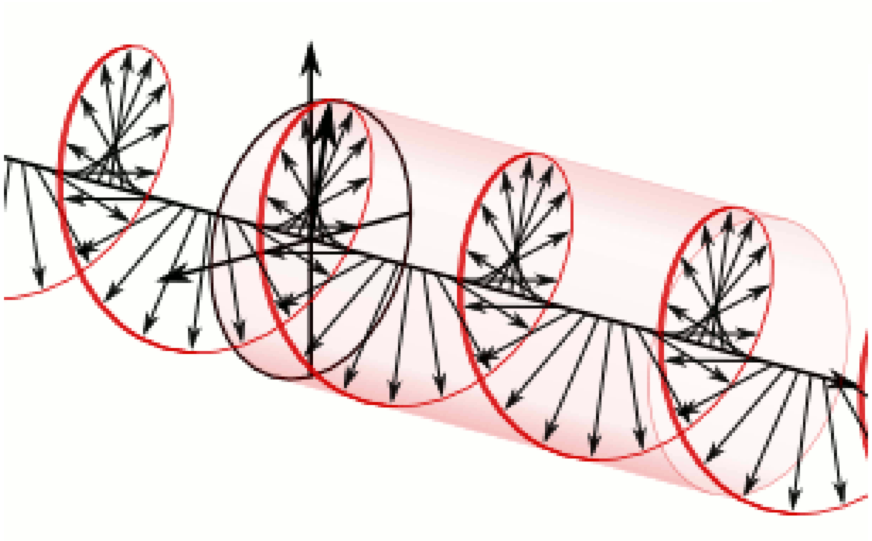
(a)



(b)

Polarização circular





Ondas eletromagnéticas

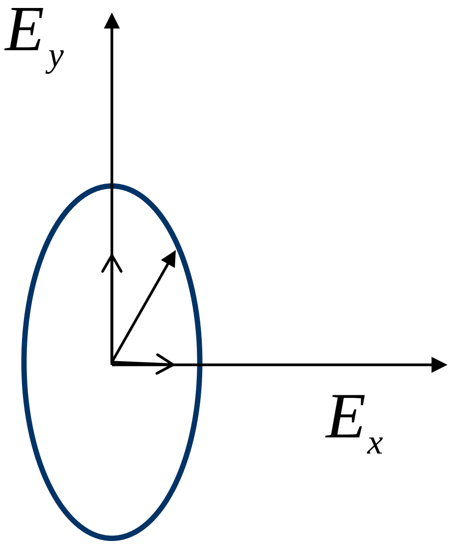
Polarização da radiação

Polarização elíptica

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_{x0}\sin(kz-\omega t)\hat{x} + E_{y0}\cos(kz-\omega t)\hat{y}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{E_x^2(\vec{r},t)}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2(\vec{r},t)}{E_{y0}^2} = 1$$

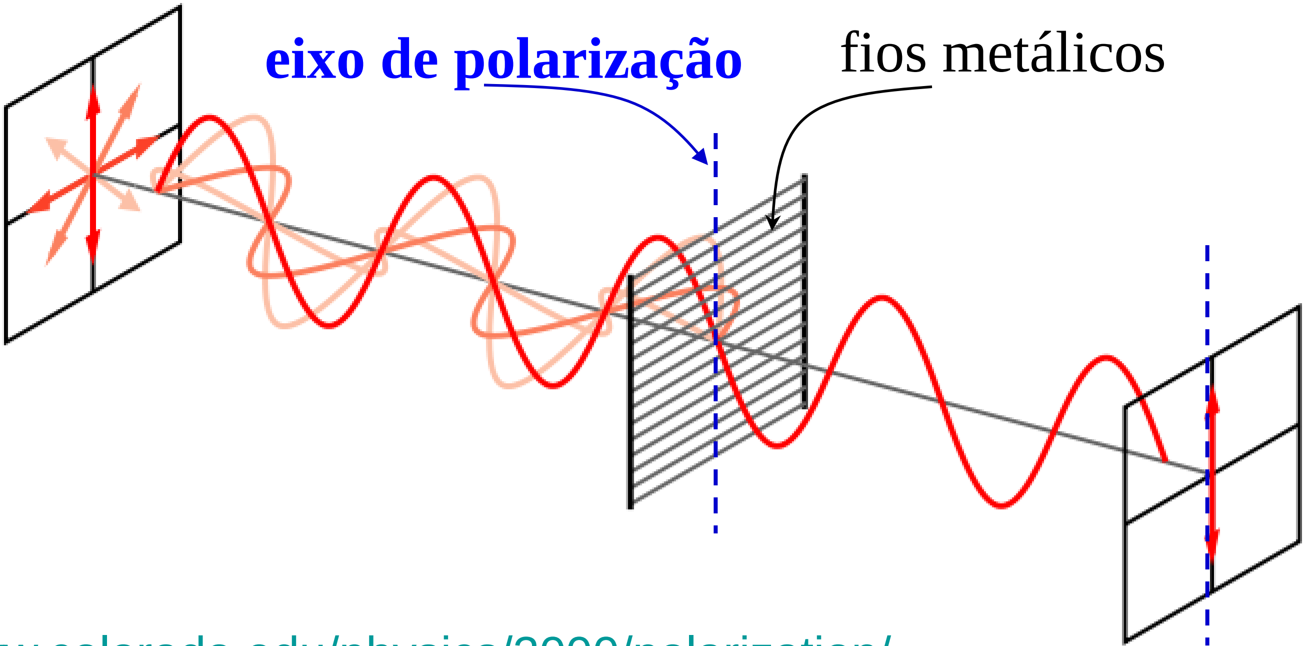


Ondas eletromagnéticas

Polarizadores

A luz polarizada em uma dada direção é absorvida pelo material usado na fabricação do polarizador. A intensidade da luz polarizada perpendicularmente a esta direção fica inalterada.

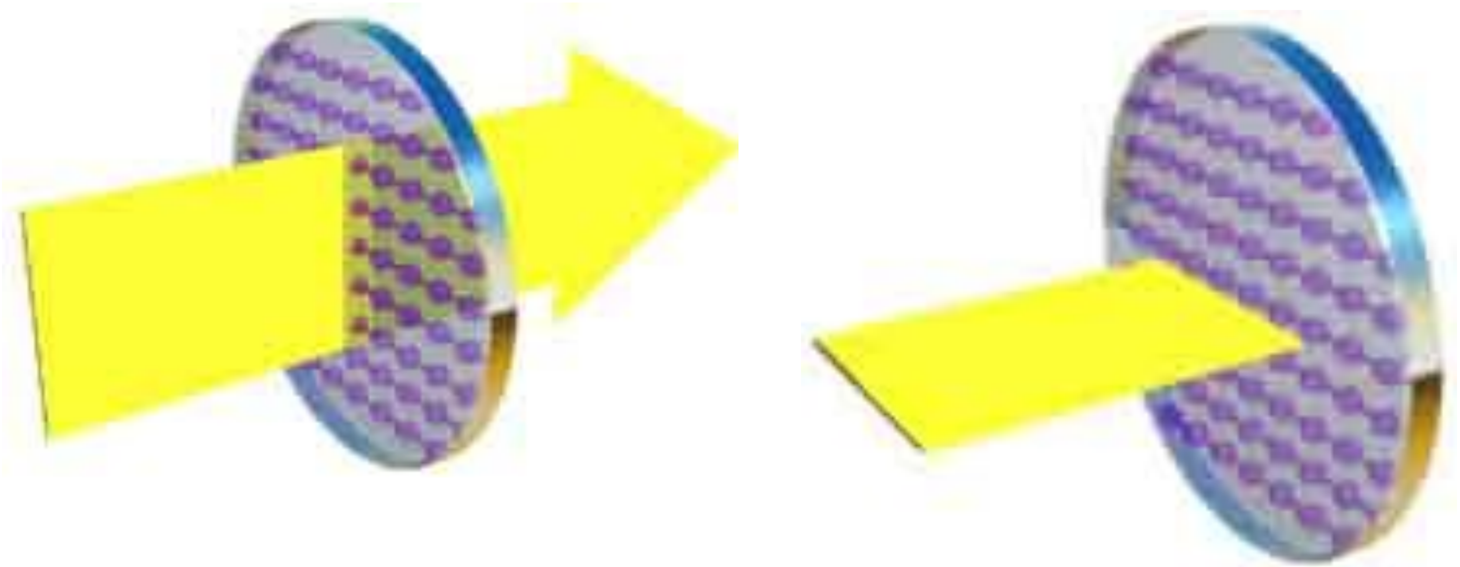
Exemplo:



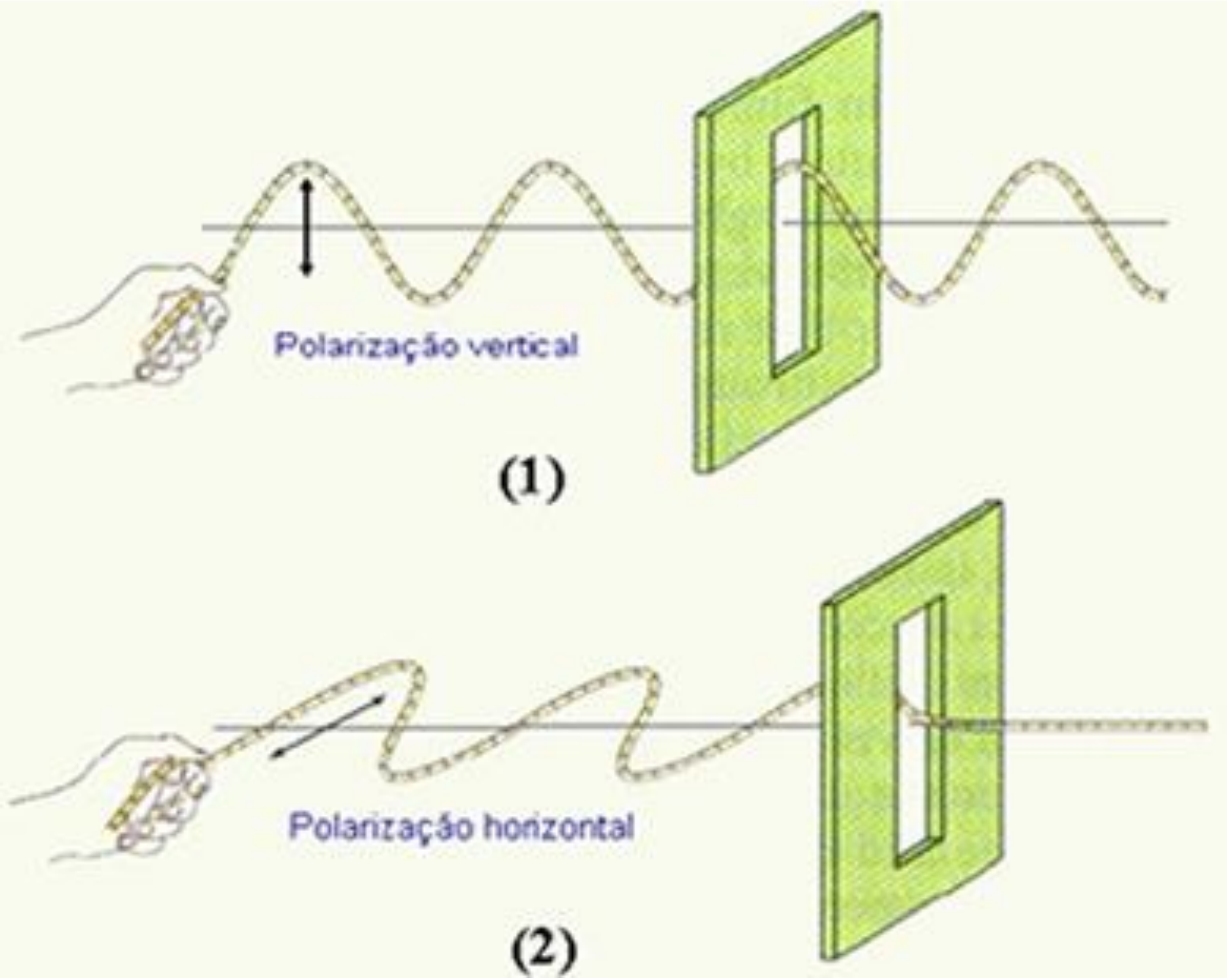
http://www.colorado.edu/physics/2000/polarization/

Você quer testar seus óculos de sol?

As lentes contêm cristais longos, alinhados em uma direção, que absorvem luz que neles incide // à direção do alinhamento e deixa passar luz polarizada ⊥ ao alinhamento.



Uma analogia mecânica



Ondas eletromagnéticas

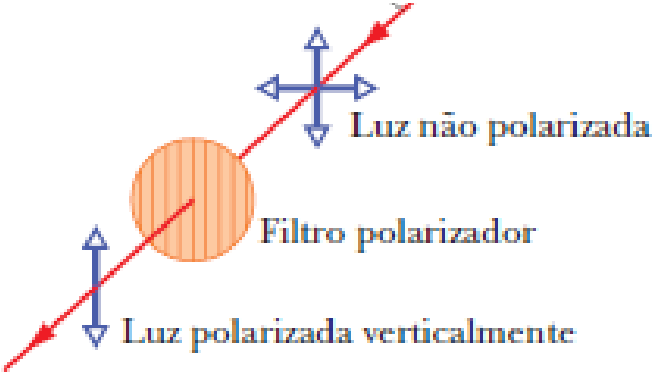
Ao invés de examinar o que está acontecendo microscopicamente com as moléculas do filtro ou material polarizador, vamos definir:

eixo de polarização ≡ direção de polarização

de modo que a componente do E **//** a essa direção é **transmitida** e a componente do E $\perp$ a essa direção é **absorvida**!

Exemplo:

luz não-polarizada fica polarizada ao passar pelo polarizador:



Apenas a componente da luz na direção de polarização do filtro consegue atravessá-lo:

$$I = \frac{1}{2} I_0$$

(regra da metade)

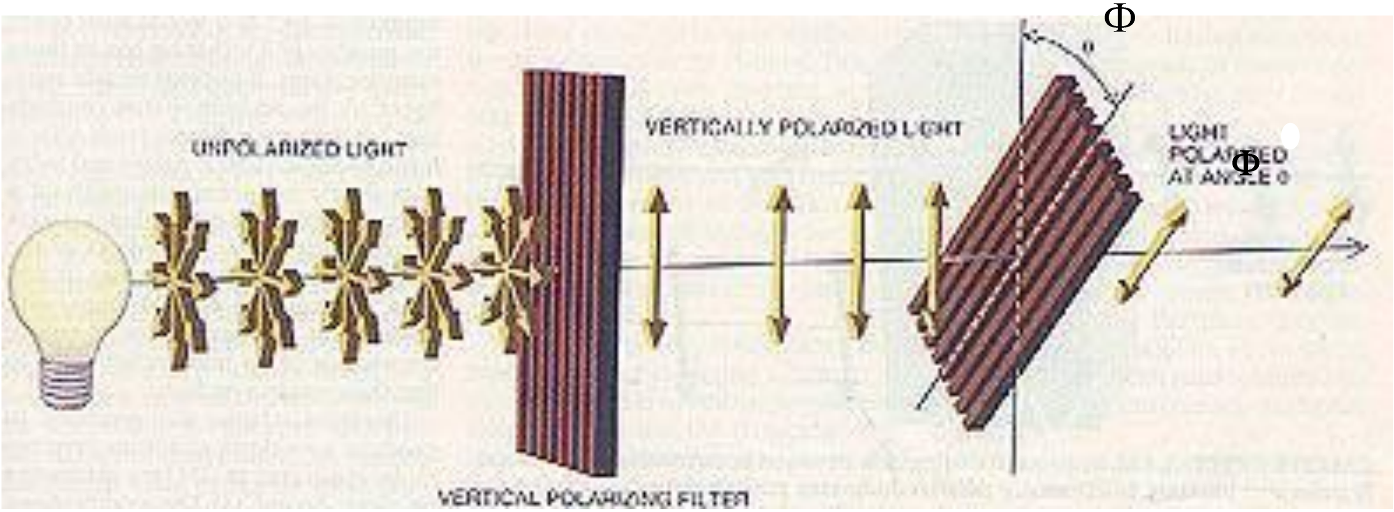
Ondas eletromagnéticas não polarizadas

Polarizadores

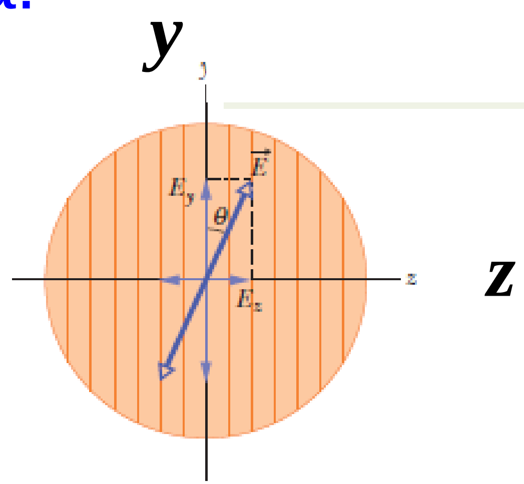
ANTES: Intensidade da radiação incidente não-polarizada (ex.: luz natural)

DEPOIS: Intensidade da radiação polarizada ao longo de $\hat{y}$:

$$I = I_0 \overline{\cos^2\theta} = \frac{I_0}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos^2\theta \, d\theta = \frac{I_0}{2}$$



Outro exemplo:
se a luz que incide
no filtro já for polarizada:



apenas a componente na direção de polarização (y) é transmitida!

Considerando que $E_y = E\cos\theta$, a intensidade da luz transmitida será

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

(lei de Malus, ou do cosseno ao quadrado)

Ondas eletromagnéticas

Polarizadores

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_{\perp 0}\hat{x} + \vec{E}_{//0}\hat{y}$$

Intensidade de uma componente da radiação incidente:

$$E_{0\parallel} = E_0 \cos\theta$$

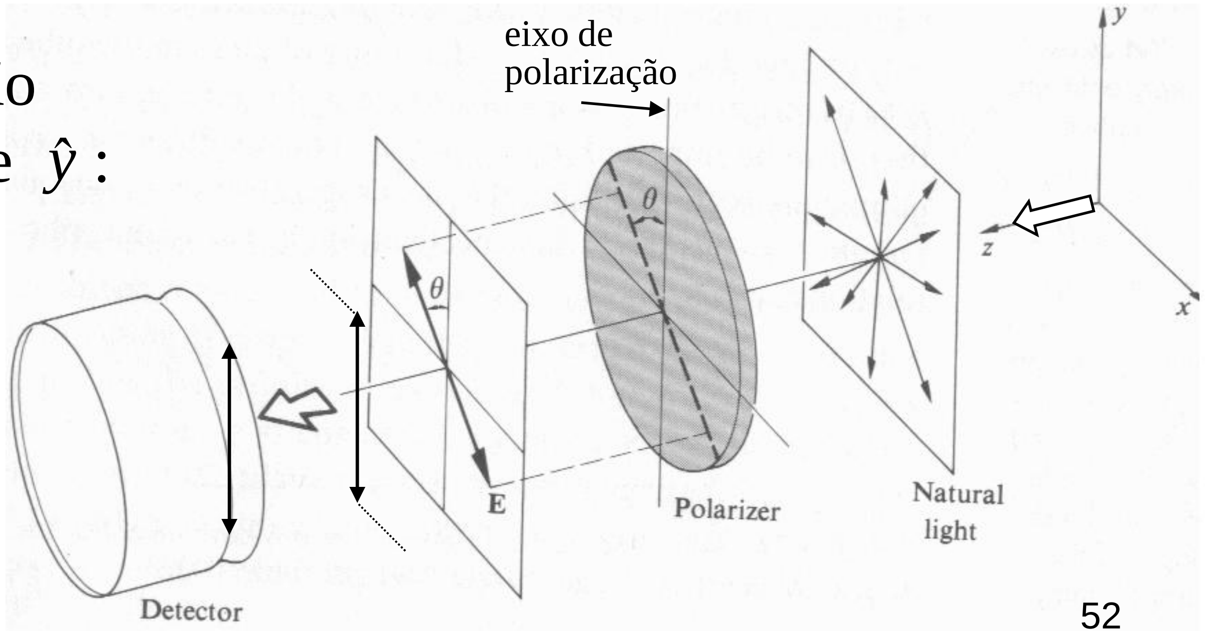
$$E_{0\perp} = E_0 \sin\theta$$

$$I_0 = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 (E_{0\parallel}^2 + E_{0\perp}^2)$$

Intensidade da radiação polarizada ao longo de $\hat{y}$:

$$I = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_{0\parallel}^2$$

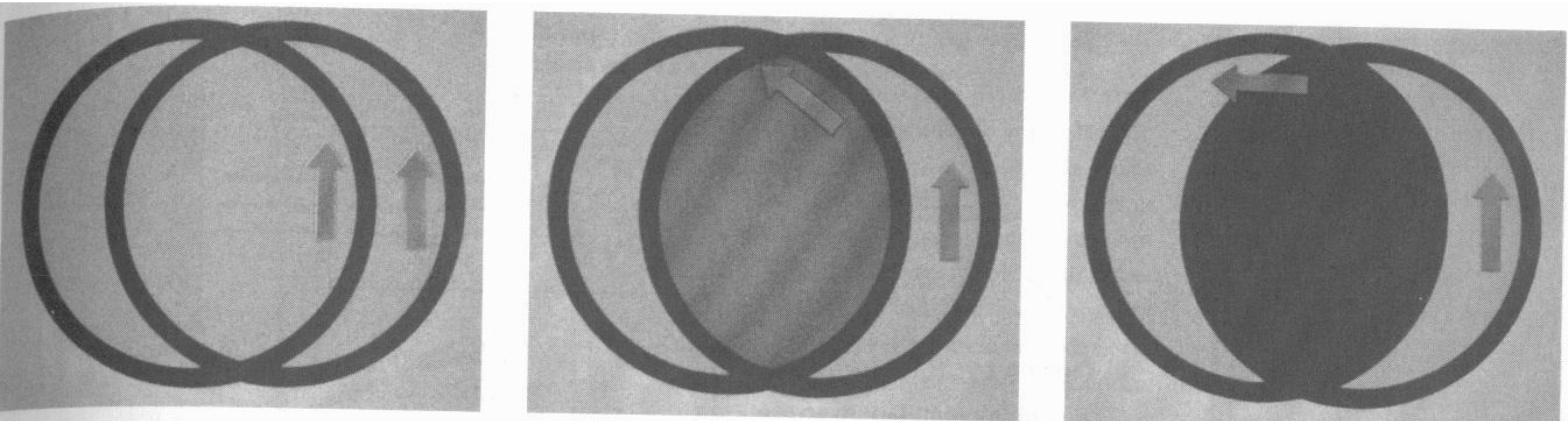
$$\boxed{I = I_0 \cos^2\theta}$$



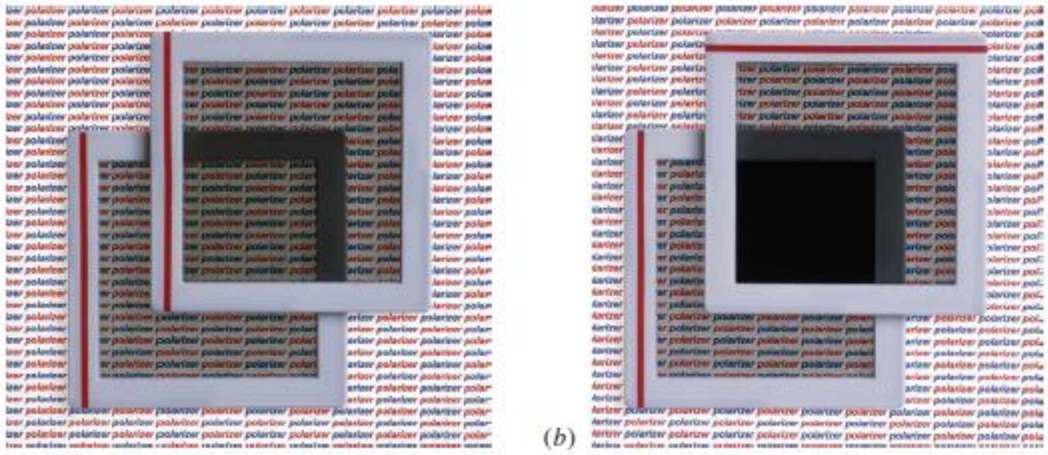
Ondas eletromagnéticas

Polarizadores

Visualização através de um polarizador:



(a) (b) (c)



(a) (b)

Figura 33-14 (*a*) A maior parte da luz passa por duas placas polarizadoras quando a direção de polarização das placas coincide, mas (*b*) a maior parte da luz é absorvida quando as direções de polarização das duas placas são perpendiculares. *(Richard Megna/Fundamental Photographs)*

Resumo da aula

- Ondas eletromagnéticas consistem de campos elétricos e magnéticos oscilantes;
- Os campos variáveis criam um ao outro reciprocamente, mantendo a propagação da onda autossustentável: um $\boldsymbol{E}$ variável cria $\boldsymbol{B}$ e um $\boldsymbol{B}$ variável cria um $\boldsymbol{E}$;
- $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ são perpendiculares à direção de propagação da onda (ondas transversais) e $\boldsymbol{E}$ é perpendicular a $\boldsymbol{B}$;
- Ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo com velocidade c.

$\boxed{c = 299\,792\,458 \text{ m/s (exato)!}}$

Resumo da aula

- A direção de $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ dá a direção de propagação da onda (lembre da regra da mão direita!);
- Ondas eletromagnéticas transportam energia ($\boldsymbol{S}$) e momento $\boldsymbol{p}$ (e, portanto, exercem pressão P);
- Ondas eletromagnéticas podem ser polarizadas (linear, circular, elíptica) ou não-polarizadas;
- Certos materiais polarizadores deixam passar apenas a componente do campo elétrico paralela ao eixo de polarização.

Ondas eletromagnéticas

Problema 1 (Cap.33; Ex.4)

Um certo laser de hélio-neônio emite luz vermelha em uma faixa estreita de comprimentos de onda em torno de 632,8 nm, com uma “largura”de 0,0100 nm. Qual é a “largura”, em unidades de frequência, da luz emitida?

Um certo laser de hélio-neônio emite luz vermelha em uma faixa estreita de comprimentos de onda em torno de 632,8 nm, com uma “largura”de 0,0100 nm. Qual é a “largura”, em unidades de frequência, da luz emitida?

$$\lambda = \bar{\lambda} \pm \frac{|\Delta\lambda|}{2} = (632{,}8 \pm 0{,}0050)\,\mathrm{nm}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = c\lambda^{-1} \quad \rightarrow \quad \frac{df}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2} \quad \Rightarrow \quad \Delta f = -\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda \quad \rightarrow \quad |\Delta f| = \frac{c}{\lambda^2}|\Delta\lambda|$$

$$|\Delta f| = \frac{3\times 10^8\ m/s}{(632{,}8\times 10^{-9})^2\ m^2}\left|10^{-2}\times 10^{-9}\right| m \approx 0{,}75\times 10^{10}\ Hz = 7{,}5\,GHz$$

mas: $$\bar{f} = \frac{3\times 10^8}{(632{,}8\times 10^{-9})} \approx 4{,}74083\times 10^{14}\ Hz!$$

$$f = \bar{f} \pm \frac{|\Delta f|}{2} = (474{,}083 \pm 0{,}004)\times 10^{12}\ \mathrm{Hz}$$

Note que: $$|\Delta f| = \frac{\bar{f}}{\bar{\lambda}}|\Delta\lambda| \quad \rightarrow \quad \frac{|\Delta f|}{\bar{f}} = \frac{|\Delta\lambda|}{\bar{\lambda}}$$

Ondas eletromagnéticas

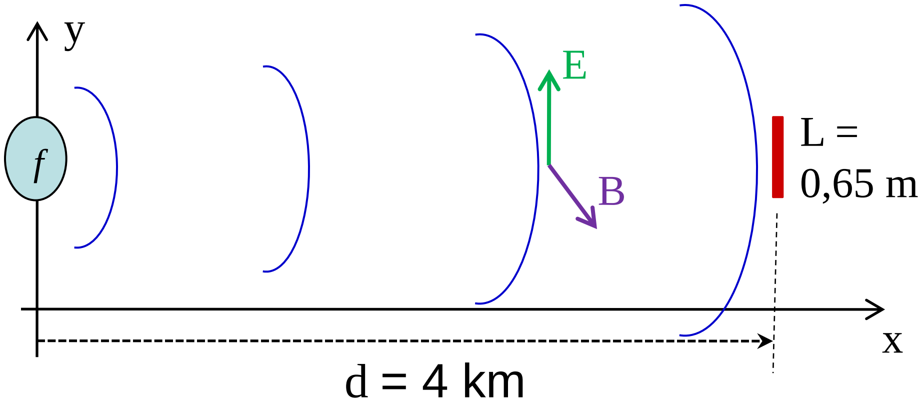
Problema 2

Uma estação de rádio AM transmite isotropicamente com uma potência média de 4,00 kW. Uma antena de dipolo de recepção de 65,0 cm de comprimento está a 4,00 km do transmissor. Calcule a amplitude da f.e.m. induzida por esse sinal entre as extremidades da antena receptora.

Uma estação de rádio AM transmite isotropicamente com uma potência média de 4,00 kW. Uma antena de dipolo de recepção de 65,0 cm de comprimento está a 4,00 km do transmissor. Calcule a amplitude da f.e.m. induzida por esse sinal entre as extremidades da antena receptora.

$$E = E_m \,\mathrm{sen}(kx - \omega t) \;;\quad I = \frac{\overline{P}_f}{4\pi d^2}$$

$$\overline{P}_f = 4\,kW$$



$$I = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_m^2 \quad \rightarrow \quad E_m(d) = \left(\frac{\overline{P}_f}{2\pi c \varepsilon_0 d^2}\right)^{1/2} \;;\qquad \varepsilon_0 \approx 8{,}85 \times 10^{-12}\, F/m$$

$$\boxed{f.e.m. = \varepsilon_L = \int_0^L E_m(d)\,dy = E_m(d)\,L = \frac{L}{d}\left(\frac{\overline{P}_f}{2\pi c \varepsilon_0}\right)^{1/2}}$$

$$\boxed{\varepsilon_L \approx \frac{0{,}65\,m}{4\times 10^3\,m}\left(\frac{4\times 10^3\,W}{2\pi \times (3\times 10^8\,m/s)\times(8{,}85\times 10^{-12}\,F/m)}\right)^{1/2} \approx 0{,}080\,V = 80\,mV}$$

Problema 3 (Cap.33; Ex.16)

Uma fonte pontual isotrópica emite luz com um comprimento de onda de 500 nm e uma potência de 200 W. Um detector de luz é posicionado a 400 m da fonte. Qual é a máxima taxa *dB/dt* com a qual a componente magnética da luz varia com o tempo na posição do detector?

$$B = B_m \,\mathrm{sen}(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\omega\, B_m \cos(kx - \omega t) \Rightarrow \left.\frac{\partial B}{\partial t}\right._{max} = \omega\, B_m \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

$$I = \frac{P}{4\pi\, r^2} = \overline{S} = \frac{c}{\mu_0}\,\overline{B^2} = \frac{B_m^2\, c}{\mu_0}\,\overline{\mathrm{sen}^2(kx - \omega t)} = \frac{B_m^2\, c}{2\,\mu_0}$$

$$\left.\frac{\partial B}{\partial t}\right._{max} = \frac{2\pi\, c}{\lambda}\sqrt{\frac{\mu_0\, P}{2\pi\, c\, r^2}} = \frac{\sqrt{2\pi\, c\, \mu_0\, P}}{\lambda\, r}$$

$c = 2{,}998 \times 10^8$ m/s

$\mu_0 = 1{,}256 \times 10^{-6} H/m$

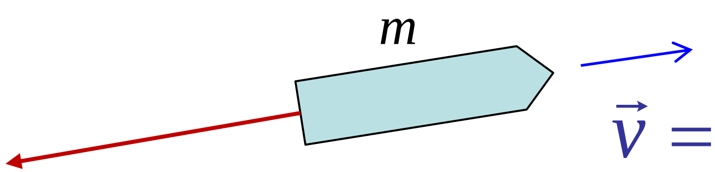
$$\left.\frac{\partial B}{\partial t}\right._{max} = 3{,}44 \times 10^6\ T/s$$

Ondas eletromagnéticas

Problema 4 (Cap.33; Ex.27)

Uma pequena espaçonave, cuja massa é 1,5 x 10^3 kg (incluindo um astronauta), está perdida no espaço, longe de qualquer campo gravitacional. Se o astronauta ligar um laser de 10 kW de potência, que velocidade a nave atingirá após transcorrer um dia, por causa do momento linear associado à luz do laser?

Uma pequena espaçonave, cuja massa é 1,5 x 10^3 kg (incluindo um astronauta), está perdida no espaço, longe de qualquer campo gravitacional. Se o astronauta ligar um laser de 10 kW de potência, que velocidade a nave atingirá após transcorrer um dia, por causa do momento linear associado à luz do laser?



$$\vec{v} = v\,\hat{x}$$

$$\vec{p}_{luz} = -\frac{U}{c}\,\hat{x} \qquad \vec{p}_n = -\vec{p}_{luz}$$

$$\vec{F}_n = \frac{d\,\vec{p}_n}{dt} \quad \rightarrow \quad F_n = \frac{dp_{luz}}{dt}$$

$$\frac{dp_{luz}}{dt} = \frac{1}{c}\frac{dU}{dt} = \frac{P}{c}$$

$$F_n = \frac{P}{c} = ma \quad \rightarrow \quad a = \frac{P}{mc}$$

$$\boxed{v(t) = v_0 + at\;; \quad \text{se } v_0 = 0 \quad \rightarrow \quad v(t) = at}$$

$$\boxed{P = 10\,kW\;; \quad m = 1500\,kg\;; \quad 1\text{dia} = 24 \times 60 \times 60 = 86400\,s}$$

$$\boxed{v = \frac{P}{mc}t = \frac{10^4\,W \times 86400\,s}{1500\,kg \times 3 \times 10^8\,m/s} \approx 1{,}9 \times 10^{-3}\,m/s\,!}$$

Problema 5 (Cap.33; Ex.30)

Pretende-se levitar uma pequena esfera, totalmente absorvente, 0,500 m acima de uma fonte luminosa pontual e isotrópica fazendo com que a força para cima exercida pela radiação seja igual ao peso da esfera. A esfera tem 2,00 mm de raio e uma massa específica de 19,0 g/cm^3. (a) Qual deve ser a potência da fonte luminosa? (b) Mesmo que fosse possível construir uma fonte com essa potência, por que o equilíbrio da esfera seria instável?

$$F = \frac{I\ A}{c} = m\ g$$

$$\frac{I\ A}{c} = \frac{1}{c}\ \frac{P}{4\pi\ d^2}\ \pi\ r^2$$

$$m = \frac{4\pi}{3}\ r^3\ m_{esp}$$

$$g = 9,8 m/s^2$$

$$P = \frac{16\pi}{3}\ c\ d^2\ r\ m_{esp}\ g = 4,68 \times 10^{11} W$$

Ondas eletromagnéticas

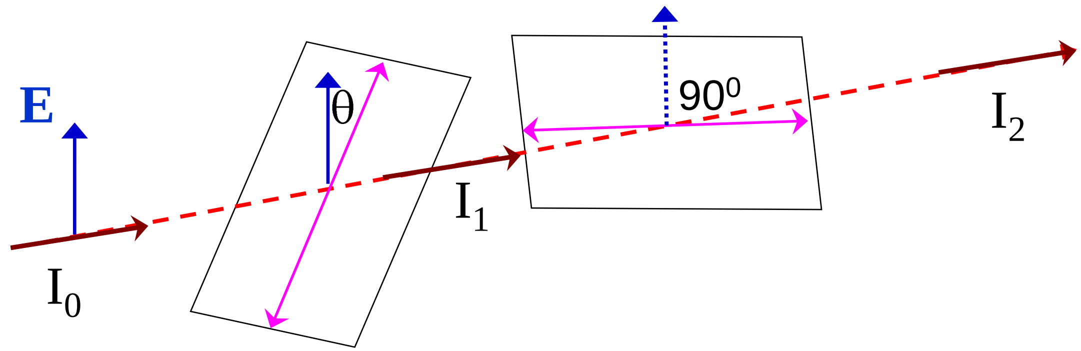
Problema 6 (Cap.33; Ex.37)

Um feixe de luz polarizada passa por um conjunto de dois filtros polarizadores. Em relação à direção de polarização da luz incidente, as direções de polarização dos filtros são θ para o primeiro filtro e 90º para o segundo. Se 10% da intensidade incidente é transmitida pelo conjunto, quanto vale θ ?

Um feixe de luz polarizada passa por um conjunto de dois filtros polarizadores. Em relação à direção de polarização da luz incidente, as direções de polarização dos filtros são θ para o primeiro filtro e 90º para o segundo. Se 10% da intensidade incidente é transmitida pelo conjunto, quanto vale θ ?

dado:

$$\boxed{\frac{I_2}{I_0} = 0{,}1}$$



$$I_1 = I_0 \cos^2\theta\,; \qquad I_2 = I_1 \cos^2(90-\theta) = I_0 \cos^2\theta \cos^2(90-\theta)$$

$$\frac{I_2}{I_0} = \cos^2\theta\,\left[\cos 90 \cos\theta + \mathrm{sen}\,90\ \mathrm{sen}\,\theta\right]^2 = \cos^2\theta\ \mathrm{sen}^2\theta = 0{,}1$$

$$\cos^4\theta - \cos^2\theta + 0{,}1 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - x + 0{,}1 = 0\,; \qquad x = \cos^2\theta$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-0{,}4}}{2} = \frac{1 \pm 0{,}775}{2} = \begin{cases} 0{,}8875 & \rightarrow \quad \cos\theta_1 = 0{,}9421 \quad \rightarrow \theta_1 \approx 19{,}6^\circ \\ 0{,}1125 & \rightarrow \quad \cos\theta_2 = 0{,}3354 \quad \rightarrow \theta_2 \approx 70{,}4^\circ \end{cases}$$