Lista de Exercícios III

① Considere uma onda plana monocromática no vácuo com uma dada frequência angular ω no tempo

$$\vec{E} = Acos[k(z - ct) + \delta]\hat{x} = Acos(kz - \omega t + \delta)\hat{x},$$

onde

$$k = \frac{\omega}{c},$$

é o número de onda e A é a amplitude.

(a) Identifique o período temporal, frequência, período espacial e a fase da onda.

(b) Obtenha o correspondente campo magnético $\vec{B}$.

(c) Qual a direção de propagação de onda. Qual o vetor de polarização de onda.

② Um capacitor de placas paralelas circulares de raio R eseparados por uma distância H é carregado através de um fio conductor carregando corrente I como mostra a figura.

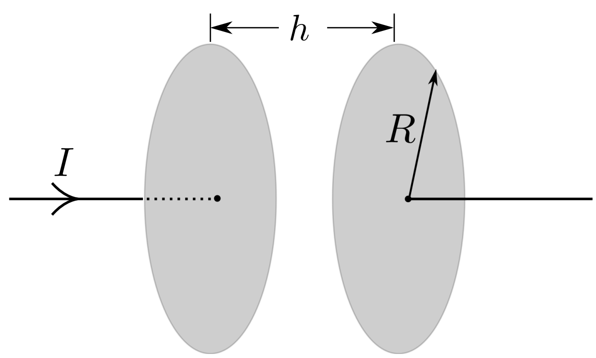

Figura 1

(a) Calcule o vetor de Poynting $\vec{S}$ durante o carregamento do capacitor. Discuta o seu significado.

(b) Integrando $\vec{S}$ sobre uma superficie cilindrica apropriada, mostre que a taxa com que a energia entra no capacitor é igual a taxa em que a energia eletrostática está sendo armazenada no campo $\vec{E}$.

③ Um condutor cilíndrico ôhmico de raio a e condutividade σ carrega corrente estacionária I distribuida uniformemente sobre a seção reta do condutor.

(a) Calcule o campo elétrico $\vec{E}$ dentro do condutor.

(b) Calcule o campo magnético $\vec{B}$ imediatamente fora do condutor.

(c) Calcule o vetor de Poynting $\vec{S}$ na superfície do condutor, para onde $\vec{S}$ aponta ?

(d) Integrando $\vec{S}$ sobre uma superfície apropriada mostre que a taxa em que a energia eletromagnética entra na superficie do condutor é igual a taxa em que a energia elétrica é dissipada no condutor.

④ Considere as duas soluções das equações de Maxwell no vácuo dadas por:

$$\vec{E}_1(z,t) = E_1 \hat{x} e^{-\frac{(z-ct)^2}{b^2}}; \qquad \vec{B}_1(z,t) = \frac{E_1}{c} \hat{y} e^{-\frac{(z-ct)^2}{b^2}},$$
$$\vec{E}_2(z,t) = E_2 \hat{x} e^{-\frac{(z+ct)^2}{b^2}}; \qquad \vec{B}_2(z,t) = -\frac{E_2}{c} \hat{y} e^{-\frac{(z+ct)^2}{b^2}}.$$

Elas representam pulsos gaussianos de largura b que se propagam na direção z, em sentidos opostos, e que se superpõem completamente em $t = 0$.

(a) Calcule a densidade de energia $u(z,t)$ e o vetor de Poynting $\vec{S}(z,t)$ que corresponde à soma dessas dessas duas soluções, isto é,

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_1(z,t) + \vec{E}_2(z,t), \qquad \vec{B}(z,t) = \vec{B}_1(z,t) + \vec{B}_2(z,t).$$

(b) Considere a situação num instante $t = -T_0$, com $T_0 \gg b/c$. Mostre que então tanto a densidade de energia u como o vetor de Poynting $\vec{S}$ se concentram em duas regiões distintas do espaço que se movem uma em direção da outra.

(c) Agora considere a situação em $t = 0$ em que os dois pulsos se superpõem. Descreva u e $\vec{S}$ nessa situação. O que acontece se $E_1 = E_2$ nesse casso ?

(d) Descreva a situação num tempo $t = T_0$, bem depois do instante em que os pulsos se superpõem.

(e) Como se modificam os resultados se a polarização da segunda solução $E_2(z,t)$, $B_2(z,t)$ acima dos modificada de modo que ela seja dada por

$$\vec{E}_2(z,t) = -E_2\hat{x}e^{-\frac{(z+ct)^2}{b^2}}; \quad \vec{B}_2(z,t) = \frac{E_2}{c}\hat{y}e^{-\frac{(z+ct)^2}{b^2}}$$

⑤ Suponha que tenhamos uma onda plana definida por

$$\vec{E}_0 = E_0 cos(\omega t - kx)\hat{y},$$
$$\vec{B}_0 = B_0 cos(\omega t - kx)\hat{z},$$

Incidindo sobre um plano condutor ôhmico de condutividade σ e espessura $D \ll \lambda$, colocado em $x = 0$, onde λ é a componente de onda incidente.

(a) Qual a corrente $\vec{J}$ que fluirá no plano condutor?

(b) Qual o campo $\vec{E}_1$ e $\vec{B}_1$ que esse plano oscilante gerará em $x > 0$ e $x < 0$?

(c) Encontre as condições para que $\vec{E}_1$, cancele exatamente $\vec{E}_0$. Mostre que nessas condições $\vec{E}_1$ para $x < 0$ gera uma onda refletida propagando-se no sentido oposto à onda incidente. Isso é como um condutor muito bom reflete totalmente as ondas eletromagnéticas.

(d) O que acontece com $\vec{B}_1$ para $x > 0$ e $x < 0$?

⑥ Considere as ondas eletromagnética no espaço livre da forma

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \vec{E}_0(x,y)e^{ikz-i\omega t},$$
$$\vec{B}(x,y,z,t) = \vec{B}_0(x,y)e^{ikz-i\omega t},$$

(a) Encontre a relação entre $\vec{E}_0(x, y)$ e $\vec{B}_0(x, y)$ e encontre a relação entre k e ω.

(b) Mostre que para qualquer ponto dessa onda, a densidade de energia armazenada em $\vec{E}$ é igual a $\vec{B}$. Qual a media temporal de energia total. (elétrico e magnético) armazenada na onda, em termos de $\vec{E}_0$?

(c) Essa onda cai sobre um objeto. Assumindo que a absorção é total mostre que a pressão de radiação no objeto é dada simplesmente pela média temporal da densidade de energia total de onda.

(d) A luz solar atinge a terra no tempo no topo de atmosfera com uma intensidade de $1350W/m^2$. Qual a média temporal da densidade de energia de luz solar? Um objeto em órbita da terra absorve totalmente a luz solar. Qual a pressão de radiação que ele sente?