

**MAE 224 - PROBABILIDADE II**  
**Segunda Lista de Exercícios Continuada**  
Prof. Vanderlei da Costa Bueno

1) Seja  $(X_n)_{n \geq 1}$  uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d., com função densidade de probabilidade

$$f(x) = e^{-(x+0,5)}, \text{ se } x \geq -0,5; \text{ e } 0 \text{ c.c.}$$

Prove que  $S_n = \sum_{i=1}^n X_i \xrightarrow{qc} \infty$ .

2) Seja  $(X_n)_{n \geq 1}$  uma sequência de variáveis aleatórias independentes com distribuições Gamas de parâmetros  $n$  e  $\lambda$ .

Seja  $(Y_n)_{n \geq 1}$  uma sequência de variáveis aleatórias independentes com distribuições normais com médias  $\frac{n}{\lambda}$  e variâncias  $n\lambda$ .

$(Y_n)_{n \geq 1}$  sequências de variáveis aleatórias.

As sequências são independentes entre si. Qual o limite em probabilidade de  $\frac{X_n}{Y_n}$ ?

3) Seja  $(X_n)_{n \geq 1}$  uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d com distribuição  $N(0, 1)$ . Qual o limite em probabilidade de

$$\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{(X_1 - 1)^2 + (X_2 - 1)^2 + \dots + (X_n - 1)^2}?$$

4) Seja  $(X_n)_{n \geq 1}$  uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d com  $E[X_1] = 1 = Var(X_1)$ . Então

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_i^2}} \xrightarrow{qc} \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

5) Seja  $(X_n)_{n \geq 1}$  uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d. com distribuição uniforme no intervalo  $(0, 1)$ . Qual o limite em probabilidade de

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-\ln X_i)?$$