

MODELAGEM E CONTROLE DE MANIPULADORES

Ettore A. de Barros

1) MODELO DINÂMICO:

a) Resultado Original: Para cada Ligamento “ i ”, temos:

$$\sum_{j=1}^n H_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k + G_i = Q_i \quad (1)$$

$$h_{ijk} = \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{jk}}{\partial q_i}$$

$$G_i = \sum_{j=1}^n m_j \vec{g}^T J^{(j)} V_i$$

b) Formulação Vetorial:

$$B(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = Q_i \quad (2)$$

Para cada linha de $B(q)$, temos :

$$b_{i,j} = H_{i,j}$$

Para cada linha de $C(q, \dot{q})\dot{q}$, temos :

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} \dot{q}_j = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{ijk} \dot{q}_k \dot{q}_j \quad (2.1)$$

Há mais de uma solução para a matriz “C” que satisfaz a igualdade (2.1). Para uma solução particular, temos propriedades interessantes:

Desenvolvendo a expressão (2.1), temos :

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} \dot{q}_j = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{ijk} \dot{q}_k \dot{q}_j = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial H_{i,j}}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{i,j}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_k \dot{q}_j$$

Separando o termo anterior e trocando “j” por “k”, temos :

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} \dot{q}_j = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial H_{i,j}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_k \dot{q}_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial H_{i,k}}{\partial q_j} - \frac{\partial H_{i,j}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_k \dot{q}_j$$

Desta forma, podemos representar os elementos da matriz C por :

$$c_{i,j,k} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial H_{i,j}}{\partial q_k} + \frac{\partial H_{i,k}}{\partial q_j} - \frac{\partial H_{j,k}}{\partial q_i} \right)$$

OU SEJA,

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^n c_{i,j,k} \dot{q}_k$$

PROPRIEDADES:

1) $c_{i,j,k} = c_{i,k,j}$

2) $N(q, \dot{q}) = \dot{B}(q) - 2C(q, \dot{q})$ é "Skew - Simétrica"

De fato :

$$n_{i,j} = \dot{b}_{i,j} - 2c_{i,j} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial H_{j,k}}{\partial q_i} - \frac{\partial H_{i,k}}{\partial q_j} \right) \dot{q}_k$$

Portanto,

$$n_{i,j} = -n_{j,i}$$

SENDO ASSIM:

$$X^T N(q, \dot{q}) X = 0$$

X é QUALQUER **(VIDE PROBLEMA PROPOSTO)

2) CONTROLE NO ESPAÇO DAS JUNTAS:

MODELO CONSIDERADO:

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + G(q) = \tau \quad (3)$$

TRAJETÓRIA DESEJADA:

$$q(t) = q_d(t) \quad (4)$$

TRANSMISSÃO:

$$K_r q(t) = q_m(t) \quad (5)$$

K_r é a matriz $n \times n$, considerada Diagonal

PORTANTO, OS ATUADORES FORNECEM

$$\tau_m = K_r^{-1} \tau \quad (6)$$

A MATRIZ $B(q)$ PODE SER DECOMPOSTA NUMA PARTE CONSTANTE E OUTRA DEPENDENTE DA CONFIGURAÇÃO DO MANIPULADOR (FUNÇÃO DE SENOS E COSSENOS DOS ÂNGULOS DAS JUNTAS):

$$B(q) = \bar{B} + \Delta B(q) \quad (7)$$

MODELO COMPLETO:

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + F_s \operatorname{sign}(\dot{q}) + G(q) = \tau - J^T(q)F$$

Onde:

F_v é o coeficiente de atrito dinâmico;

F_s é a magnitude do atrito estático

F é a força aplicada no ambiente.

**** PROBLEMA:**

PELO BALANÇO DE ENERGIA, SABE-SE QUE A VARIAÇÃO TEMPORAL DA ENERGIA CINÉTICA É IGUAL À POTÊNCIA DOS ESFORÇOS ATUANTES SOBRE O MANIPULADOR.

MOSTRE QUE ISSO IMPLICA EM

$$\dot{q}^T N(q, \dot{q})q = 0$$

QUALQUER QUE SEJA A CONSTRUÇÃO DA MATRIZ “C”.

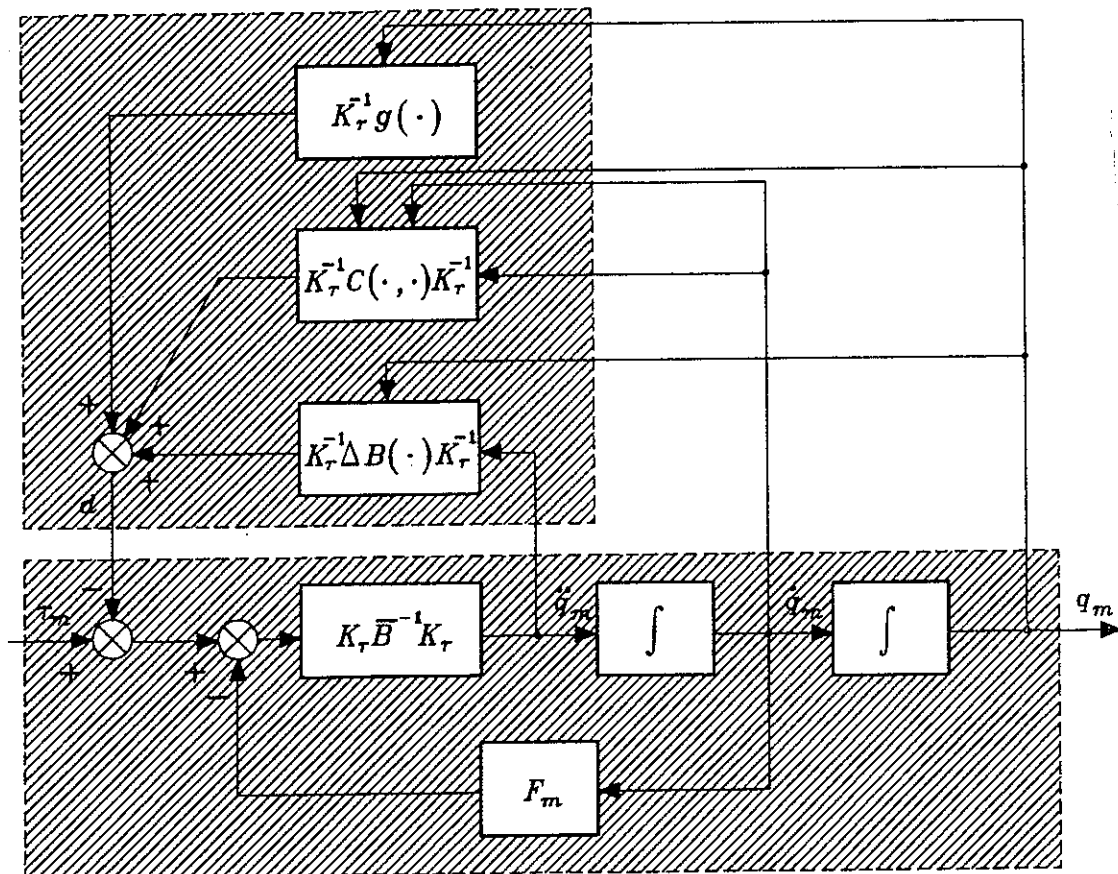
SUBSTITUINDO NA EXPRESSÃO DOS ESFORÇOS PRODUZIDOS PELOS ATUADORES E, USANDO A EXPRESSÃO (3):

$$\tau_m = K_r^{-1} \bar{B} K_r^{-1} \ddot{q}_m + F_m \dot{q}_m + d \quad (8)$$

ONDE,

$$F_m = K_r^{-1} F_v K_r^{-1}$$

$$d = K_r^{-1} \Delta \bar{B}(q) K_r^{-1} \ddot{q}_m + K_r^{-1} C(q, \dot{q}) K_r^{-1} \dot{q}_m + K_r^{-1} G(q) \quad (9)$$



MODELO LINEAR COM SERVOMOTOR

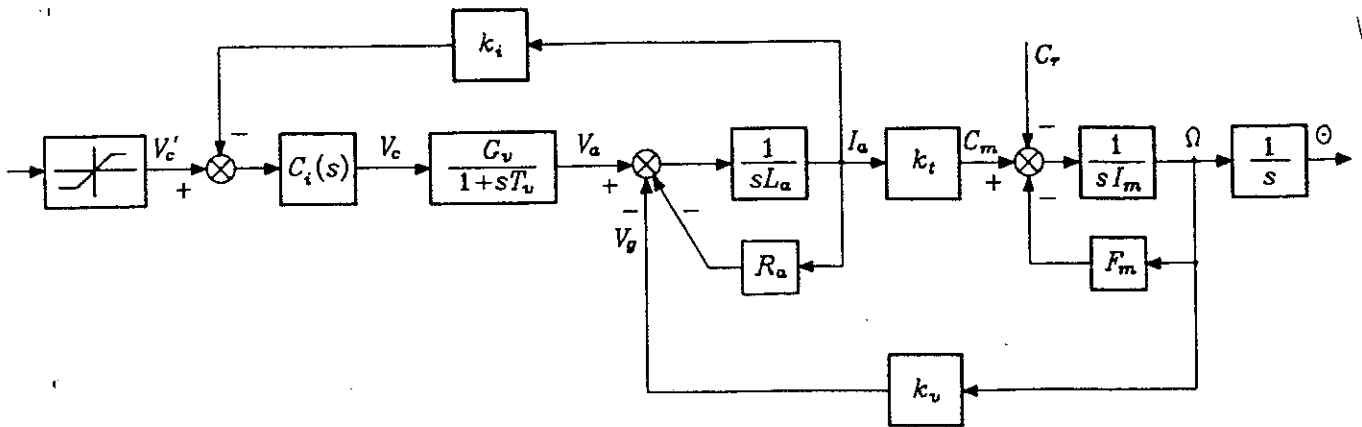


FIGURE 8.2
Block scheme of an electric servomotor with amplifier.

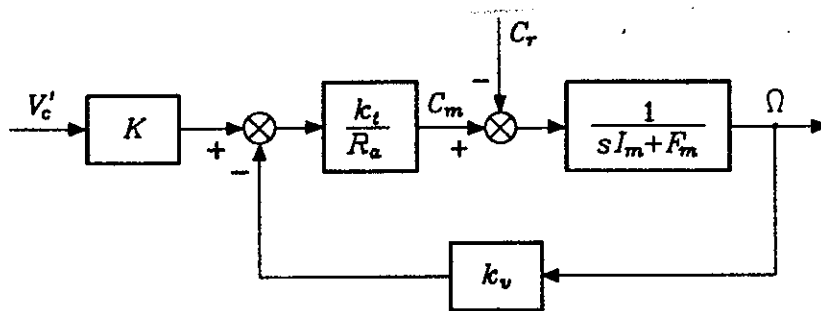


FIGURE 8.3
Block scheme of an electric servomotor as a velocity-controlled generator.

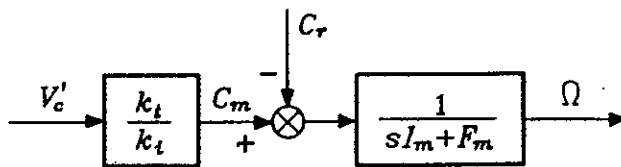


FIGURE 8.4
Block scheme of an electric servomotor as a torque-controlled generator.

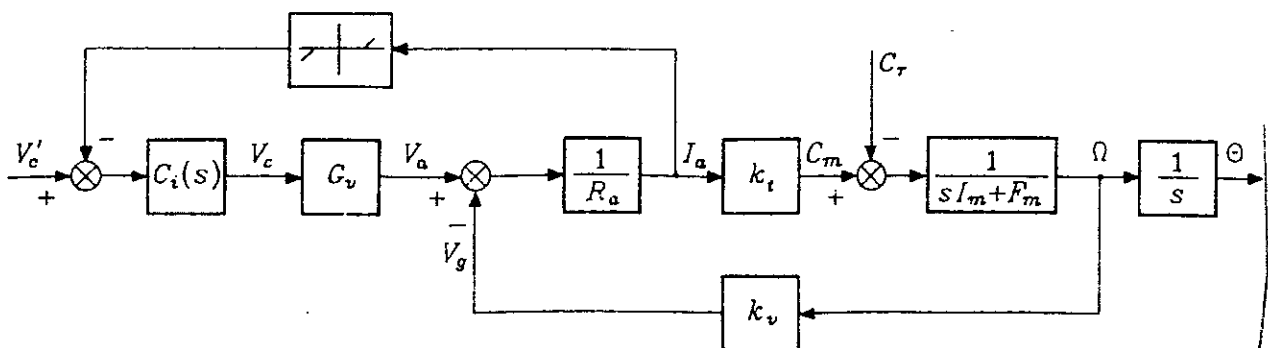
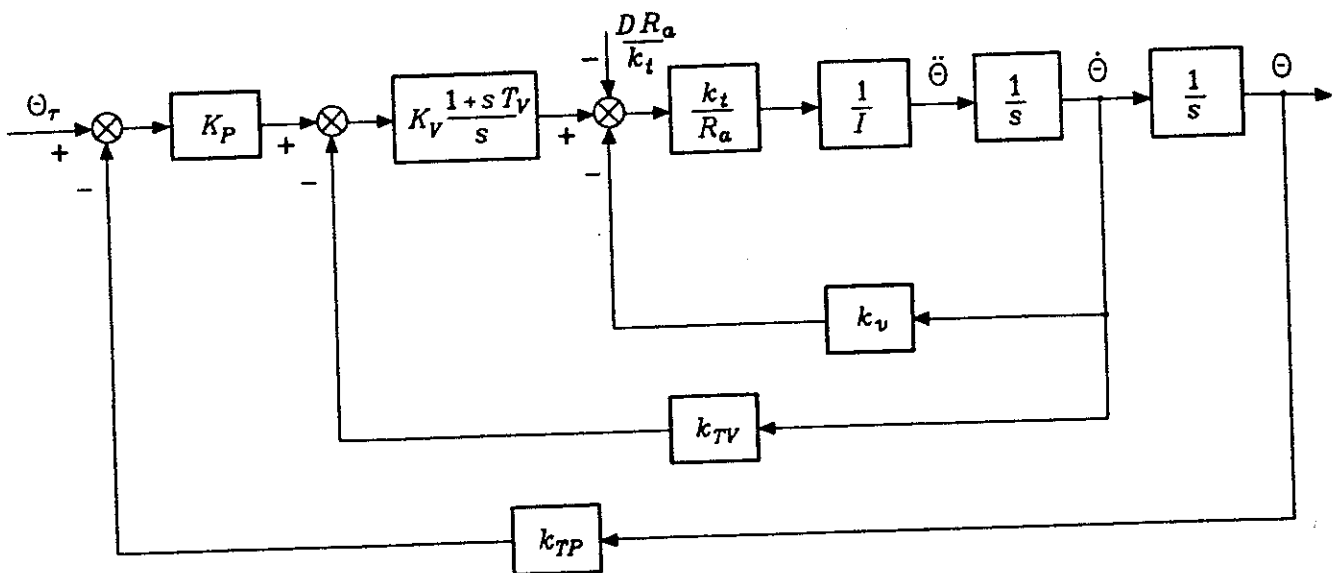
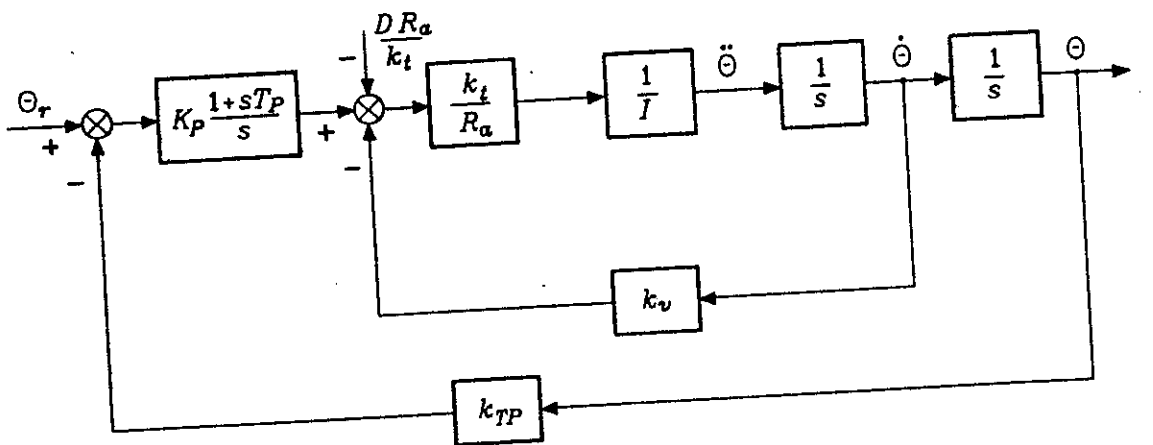
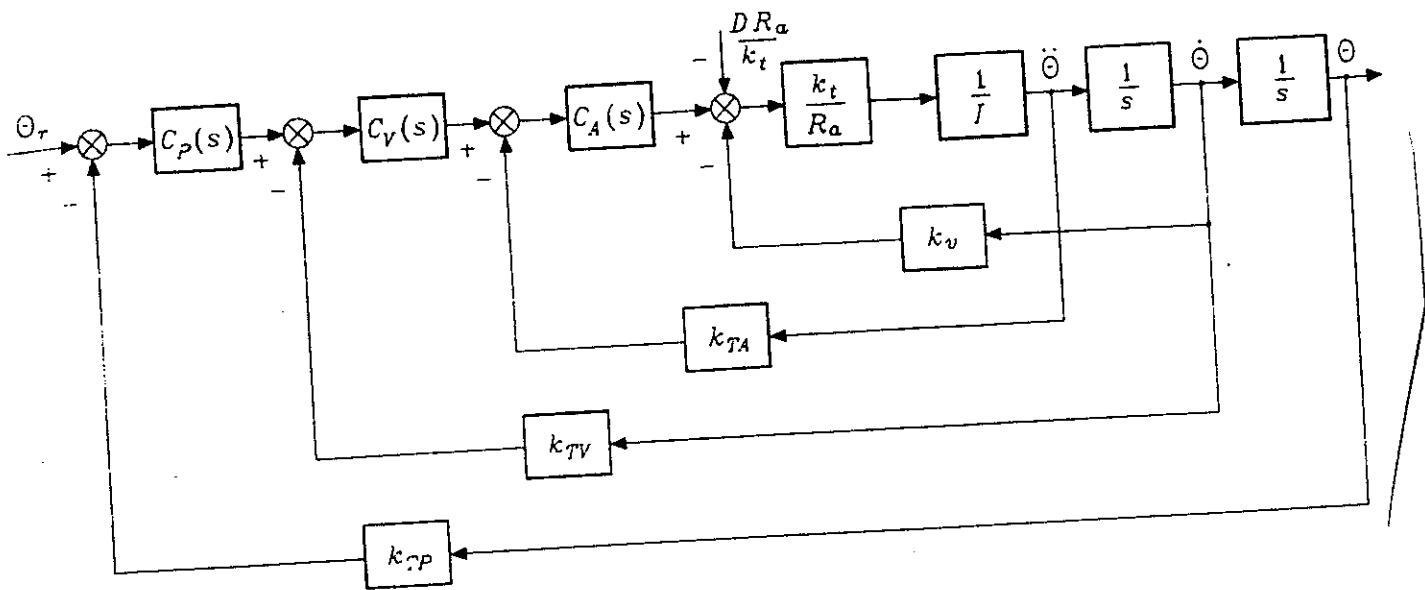


FIGURE 8.5
Block scheme of an electric servomotor with nonlinear current feedback.



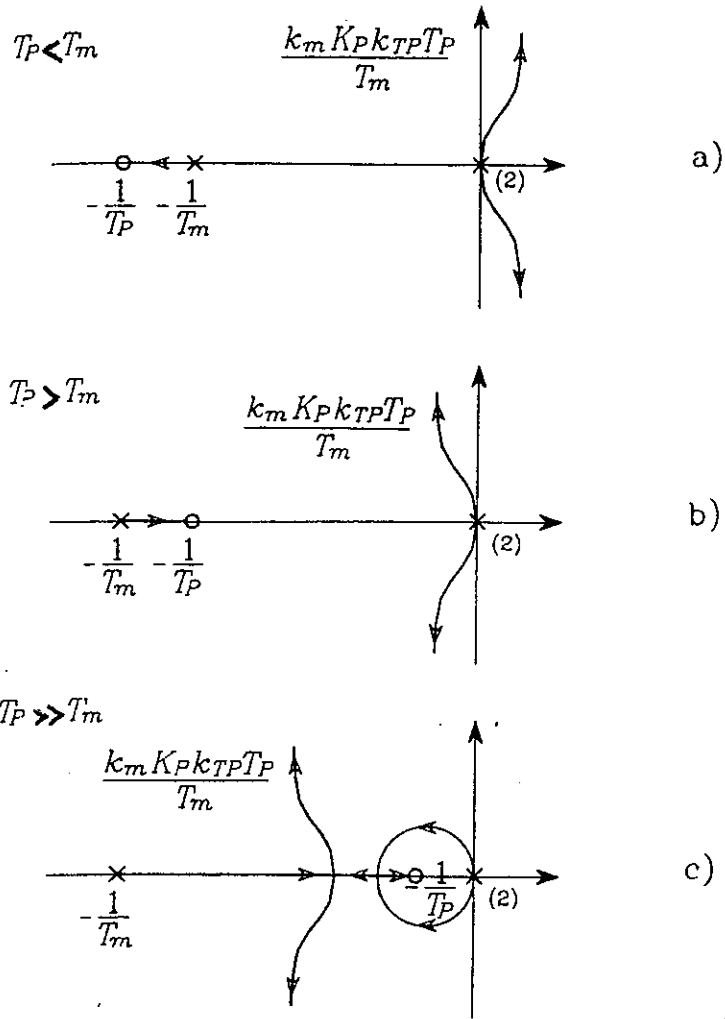


FIGURE 6.7
Root loci for the position feedback control scheme.

