

Estudo do sistema das bobinas de Mirnov no TCABR

Bruno Murino
Leonardo Alakija
Taymara Dias

● Introdução

Pensar numa produção de energia capaz de suprir a crescente demanda global de modo a associar um baixo impacto ambiental, pequeno resíduo, e grande produtividade é uma das prioridades da ciência atual. Nesse contexto, uma das principais alternativas às fontes convencionais que vem sendo investigada desde meados do último século é a fusão nuclear.

No entanto, reproduzir a síntese energética que ocorre nas estrelas se mostrou um desafio maior que o esperado. As condições necessárias para que a reação ocorra são difíceis de conseguir e mais difíceis ainda de controlar. Contudo, grandes avanços já foram feitos desde o primeiro Tokamak russo até o International Thermonuclear Experimental Reactor(ITER) - esforço internacional para construir o maior tokamak do mundo.

Porém, apesar de desatualizados tecnologicamente, a importância dos mais antigos e pequenos Tokamaks não deve ser subestimada, visto que testes em menor escala podem fornecer resultados úteis no sentido de aprimorar as novas máquinas bem como entender as fontes de erro e instabilidades existentes. No Brasil, há ao menos três Tokamaks: o TCABR(USP), o Tokamak Nova-Unicamp e o Experimento Tokamak Esférico(ETE) - os dois primeiros de menor porte -. O presente trabalho foi feito tendo base no Tokamak da Universidade de São Paulo(TCABR)

O TCABR é formado por uma câmara em formato de donut e seu funcionamento se dá aquecendo gás de hidrogênio que é injetado dentro da câmara principal e acelerado até atingir altas temperaturas. A fim de fazer fusão nuclear, certas condições devem ser atingidas pelo plasma, sendo elas a elevadíssima temperatura e pressão, então qualquer coisa que diminua a energia do plasma deve ser eliminada. Assim, durante o processo, a ação de fortes campos magnéticos produzidos pelas bobinas internas e externas fazem com que o plasma resultante se mantenha confinado, impedindo que ele se choque com as paredes da câmara, uma vez que tais choques fazem com que o plasma perca uma grande quantidade de energia.

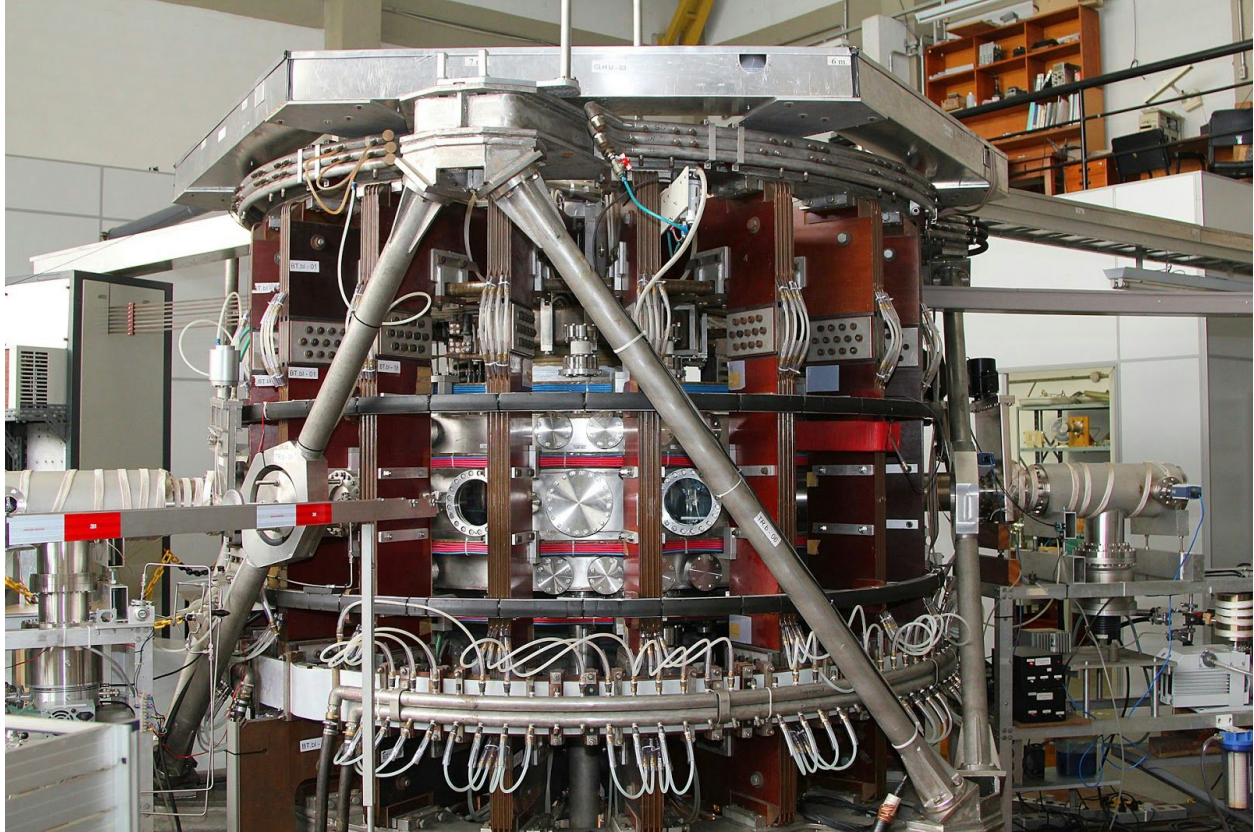


Foto TCABR

Estaremos interessados, neste presente trabalho, no estudo das bobinas de Mirnov do TCABR. O sistema de bobinas de Mirnov é constituído por 24 bobinas, chamadas de bobinas de Mirnov, dispostas de maneira aproximadamente uniforme, em uma secção vertical da câmara de confinamento do plasma. Além disso será importante um conjunto de bobinas externas à câmara, o chamado sistema vertical, este é formado por 8 bobinas(4 no raio interno da câmara e 4 no raio externo) por onde passam duas correntes distintas, com o objetivo de a combinação do campo magnético gerado por essas tenha a direção desejada para controlar a coluna de plasma gerada, fazendo com que colisões com as paredes sejam evitadas.

Dito isso, é objetivo deste trabalho calcular a área das bobinas de Minorv mediante o análise das correntes geradas pelas bobinas internas e externas.

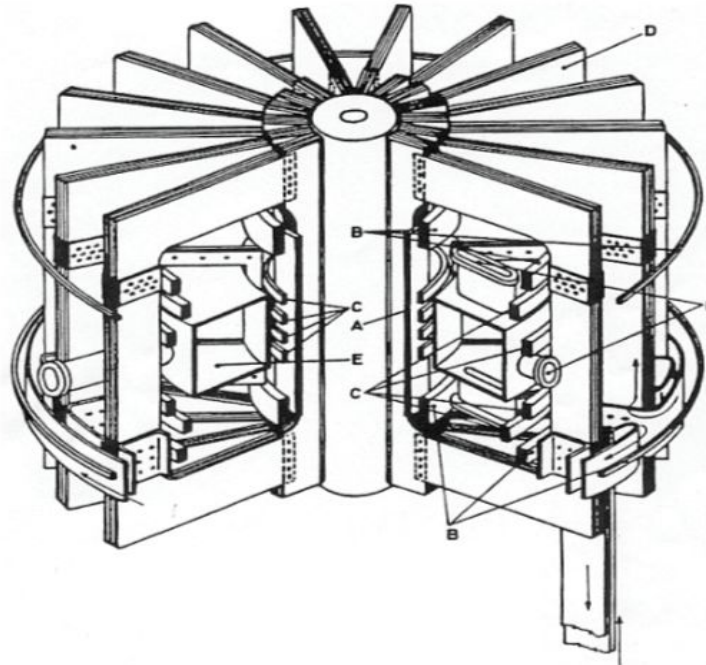
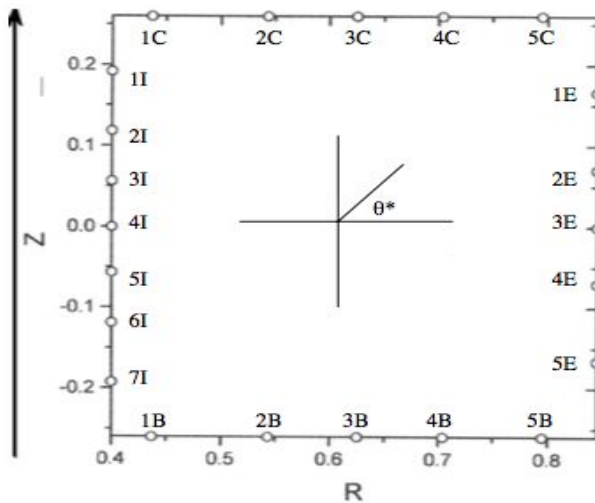


Imagem ilustrando o TCABR onde C são as bobinas do sistema vertical.



À esquerda, diagrama mostrando o posicionamento das bobinas na câmara, onde os círculos brancos representam as bobinas. E a direita foto de uma bobina de Mirnov

Alguns parâmetros do TCABR:

Raio Maior: $R_0 = 0,61$ m

Raio Menor: $a = 0,18$ m

Corrente de Plasma: $I_P = 120$ kA

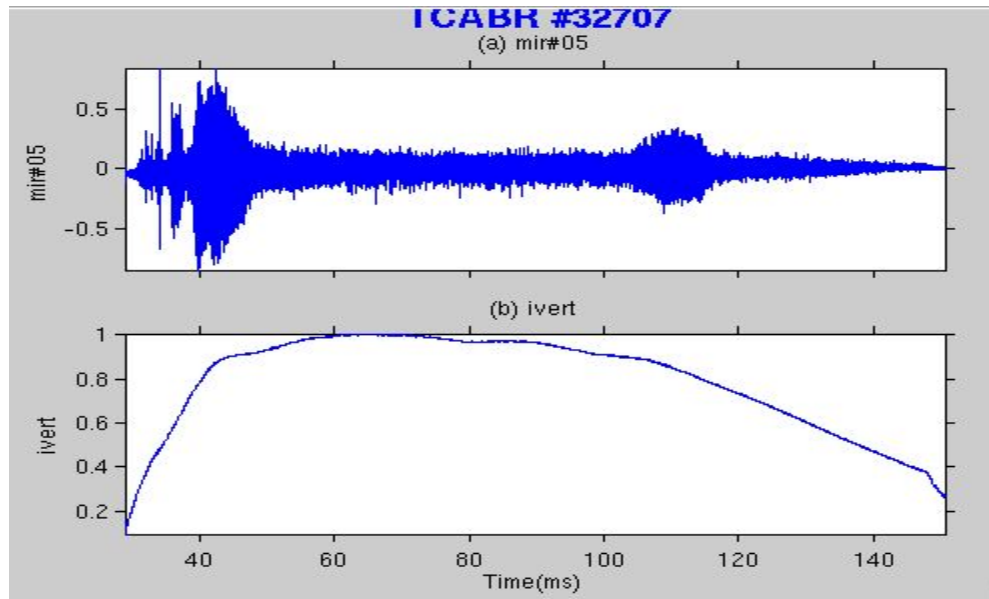
Duração da Descarga: $T_d = 120$ ms

Temperatura Central de Elétrons: $T_e = 500$ eV

Densidade Central de Elétrons: $n_e = 6 \times 10^{19}$ m⁻³

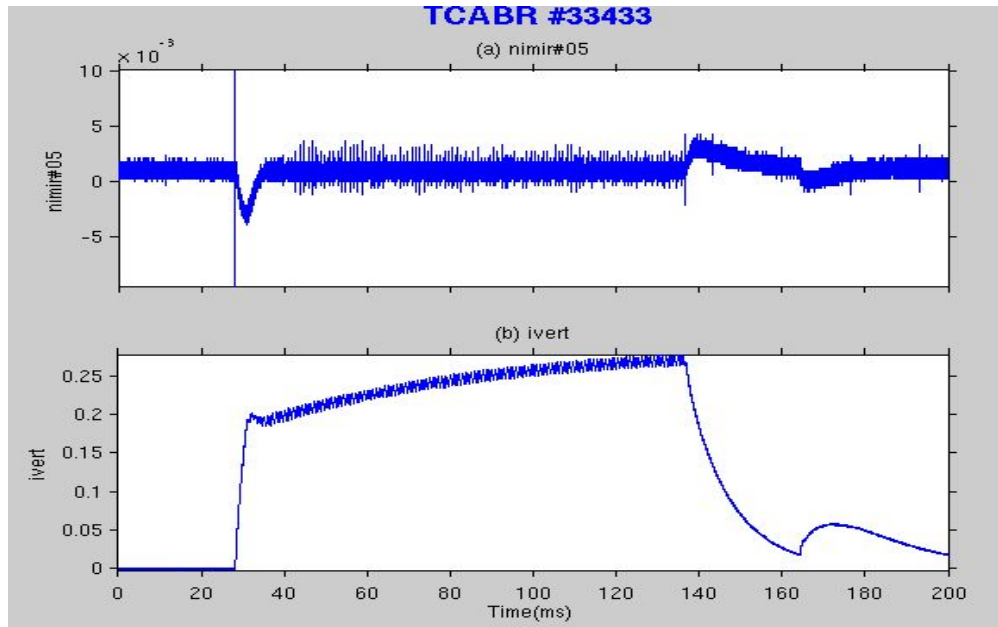
Campo Magnético Toroidal: $B_T = 1,2$ T

A cada descarga do equipamento temos milhares de dados tomados pelas diversas sondas e sensores acoplados a câmara. Cada uma possui uma característica específica, de modo a estudar determinada característica do plasma. As bobinas de Mirnov, objeto de estudo, medem de forma indireta a tensão induzida nestas. Outro sinal importante para este trabalho será os sinal das correntes que passam nas bobinas externas. Estes sinais são captados e transformados de modo que podemos obter curvas tais como:



Sinais respectivamente de uma das bobinas de Mirnov(V) e de uma das correntes do sistema vertical(kA), para um disparo comum sem altas perturbações no plasma.

Porém, no estudo das bobinas de Mirnov, os disparos foram feitos somente com o sistema vertical ligado de modo que não havia presença de plasma nem de gás, ou seja, somente o campo magnético gerado pelas bobinas externas agindo nas bobinas de Mirnov. Assim os sinais anteriores tomam formas características tais qual:



Sinais da tensão em uma bobina de Mirnov(V) e a corrente que passa nas bobinas externas(kA), para um disparo onde apenas o sistema vertical esta em funcionamento.

Diferenças significativas podem ser notadas entre os disparos representados. A primeira delas é a maior homogeneidade do sinal de corrente, e de fato, quando não há plasma para ser guiado, esta não deve variar de forma abrupta. Também é possível ver que o sinal da bobina de Mirnov é significativamente mais limpo de ruído quando sem plasma.

Portanto sobre estas condições estudaremos a relação entre a tensão medida e as correntes medidas. É um bom palpite que a tensão medida seja gerada de acordo com a lei de Lenz, onde o campo magnético em questão é o gerado pela corrente variável que passa nas bobinas externas.

● Modelos

Uma vez que as bobinas externas são circulares, basta calcular o campo magnético gerado por um circuito circular de raio R a uma altura H , onde passa uma corrente de intensidade I , somar a contribuição de cada uma das bobinas externas (8), e, por fim, calcular o campo magnético em todo o espaço, em função desse raio R , da altura H com relação a um plano de referência. Note que, ao omitirmos a intensidade da corrente (tomaremos como sendo igual a 1 ampère), o resultado obtido não mais é o campo magnético, e sim uma espécie de indutância. Não devemos esquecer de considerar o número de espiras que as bobinas possuem, tanto as bobinas externas quanto as bobinas de Mirnov. No entanto, faremos a aproximação de que as espiras estão todas no mesmo lugar, ou seja, por exemplo, para a bobina de Mirnov, todas as espiras estão em uma única circunferência, de modo que não trataremos as bobinas de Mirnov como pequenos tubos, e sim como pequenos anéis.

Para usarmos a lei de Lenz, definiremos uma superfície que é uma secção reta da bobina de Mirnov, devidamente orientada, na qual o campo magnético será considerado constante e

igual ao campo no centro da superfície (dadas as pequenas dimensões das bobinas de Mirnov, essa aproximação parece razoável). Assim, podemos tomar como o fluxo magnético que atravessa essa superfície como sendo apenas o produto interno entre o campo magnético e o vetor normal à superfície, multiplicados pela área da superfície.

O campo magnético gerado por um único circuito circular de raio R a uma altura H tem a forma:

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{z^2 + (a+r)^2}} \left(\frac{a^2 - z^2 - r^2}{z^2 + (r-a)^2} E_2(k) + E_1(k) \right)$$

$$B_r = \frac{\mu_0 z I}{2\pi r \sqrt{z^2 + (a+r)^2}} \left(\frac{z^2 + r^2 + a^2}{z^2 + (r-a)^2} E_2(k) - E_1(k) \right)$$

$$k^2 = \frac{4ra}{z^2 + (a+r)^2}$$

Onde B_z e B_r são a intensidade do campo na direção z e r respectivamente.

Sabendo que o campo teórico deve ter essa forma, vamos tentar relacionar esse modelo aos valores encontrados experimentalmente!

Utilizaremos um modelo simplificado tal que:

$$V(t) = -k_1 \frac{dI_1}{dt} - k_2 \frac{dI_2}{dt}$$

Onde V é a tensão induzida, k_1 e k_2 são constantes a serem determinadas, e I_1 e I_2 são as correntes que atravessam o conjunto 1 e 2 de bobinas externas, respectivamente.

Porém, como visto anteriormente, temos dados de tensão e corrente, então, como ao integrar um sinal diminuimos os ruídos presentes, integramos a equação acima obtendo:

$$\int_0^t V(t') dt' = -k_1 I_1(t) - k_2 I_2(t)$$

Finalizando, assim, nosso modelo experimental.

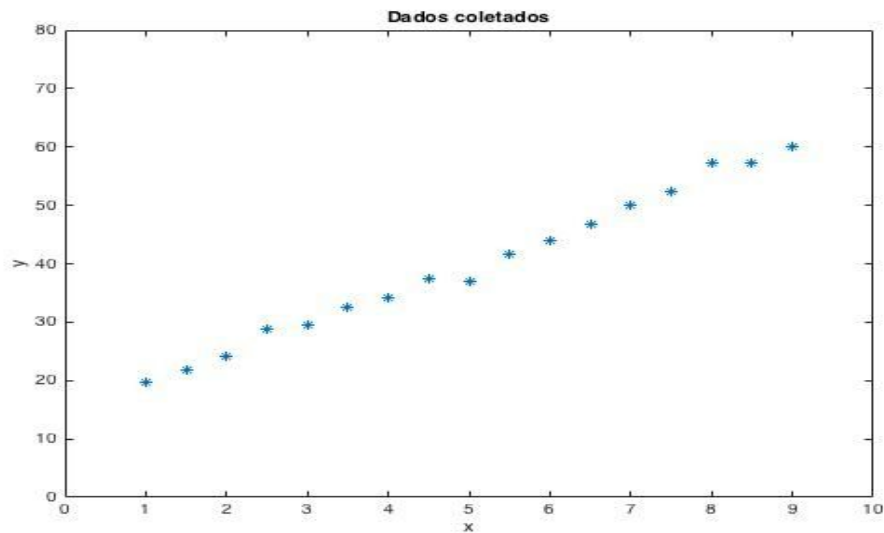
● Método dos Mínimos Quadrados

Podemos estudar a equação acima pelo método dos mínimos quadrados, o qual consiste em, através dos dados coletados, obter uma função que, ao ser calculada para os mesmos valores de 'x' dos dados coletados, minimiza a soma dos quadrados da diferença entre o 'y' coletado correspondente e o valor da função calculado. Eis um simples exemplo:

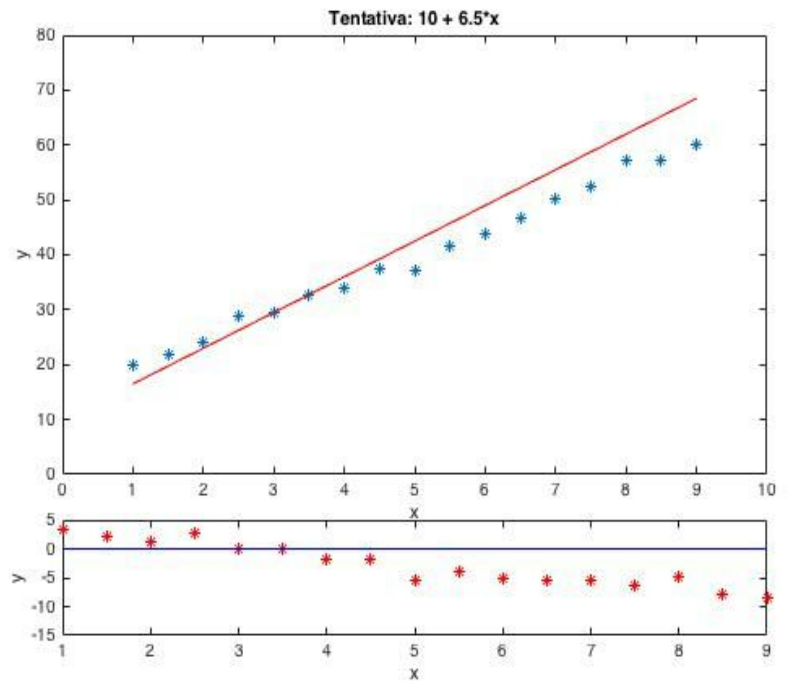
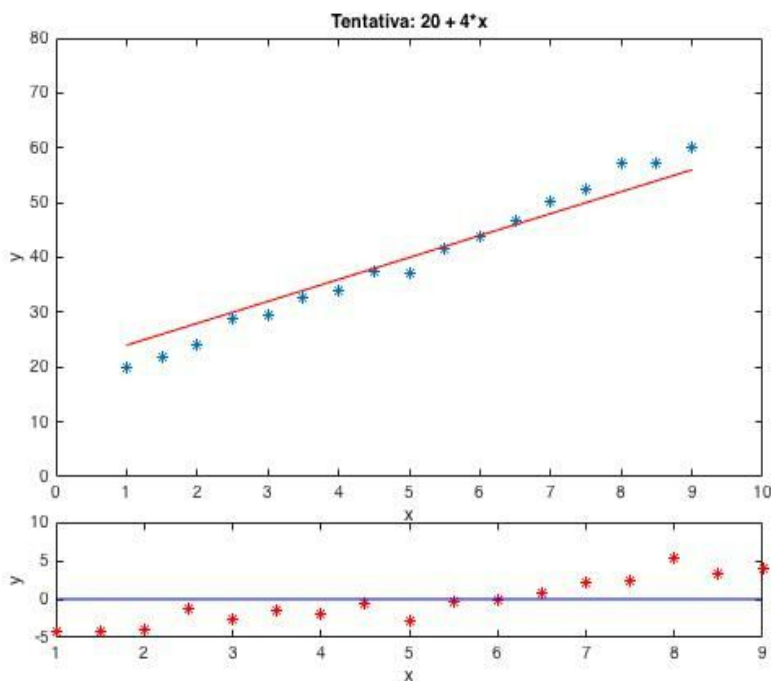
Geramos dados seguindo a seguinte função:

$$y = 5 \cdot x + 15.3 + \text{randn}$$

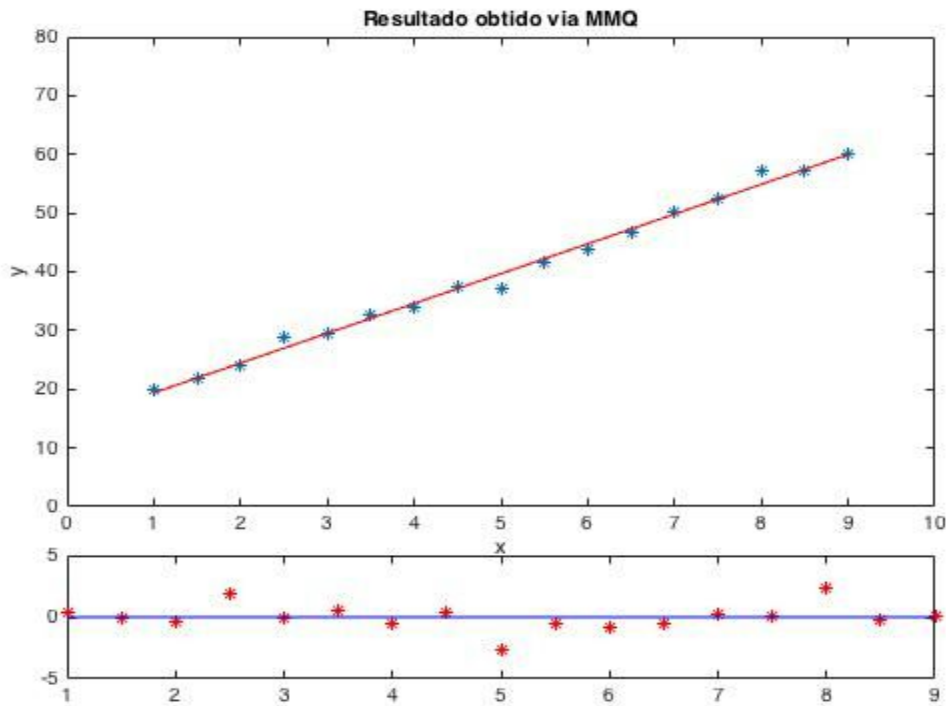
onde 'randn' faz o papel da incerteza do y medido, que segue uma distribuição gaussiana. Fazendo o gráfico com os dados simulados, encontramos:



Queremos encontrar a reta que rege o comportamento desses pontos. Será que é $y = 20 + 4 \cdot x$? ou será $y = 10 + 6.5 \cdot x$?



Ao utilizar o método dos mínimos quadrados, obtemos:



E a função encontrada é $y = 14.32(55) + 5.07(10)*x$, cujos valores de coeficiente angular e linear estão compatíveis, via teste-Z, com os valores utilizados, que foram $y = 15.3 + 5*x$. Podemos observar que, para as tentativas, os resíduos se distanciam muito da reta 0 em azul, ao passo que, ao utilizar o método dos mínimos quadrados, os resíduos ficam próximos da reta 0.

Podemos aplicar o método dos mínimos quadrados através de matrizes, onde X será a chamada matriz de planejamento, Y será a matriz com os dados obtidos, e V será a matriz das incertezas de Y.

Análise dos dados coletados (Ou aplicação do método dos mínimos quadrados)

Para utilizar nosso modelo necessitamos integrar o sinal de tensão das Mirnovs tal que iremos, primeiramente, tratar dos ruídos de fundo. Para tal, iremos tomar os valores da tensão para instantes de tempo anteriores ao começo da corrente, os quais supostamente deveriam ser iguais a zero, iremos encontrar o valor médio da tensão no intervalo de tempo considerado, e subtrairemos tal média de todos os pontos da tensão, de modo que ao fazermos a soma acumulada, o ruído não crie uma "área" extra significativa.

Iremos utilizar o método dos mínimos quadrados com as seguintes matrizes:

$$X = \begin{bmatrix} I1 & I2 & \end{bmatrix}$$

que é uma matriz de duas colunas e linhas tanto quanto instantes de tempo foram utilizados.

Y = tensão integrada.

$A = [k_1 \quad k_2]$

$V = 1$.

Fazemos $V=1$ pois não sabemos a incerteza dos nossos valores de tensão, e supõe-se que as incertezas são independentes, então, fazendo $V = 1$, após obter o χ^2 , calculamos qual seria a incerteza para que o χ^2 seja igual ao NGL (como temos da ordem de 50 mil pontos, se as incertezas para Y estiverem adequadas, o valor do χ^2 deve ser da ordem do NGL, dentro de um intervalo de confiança).

O ajuste no modo matricial resulta em:

$$Y = X * A$$

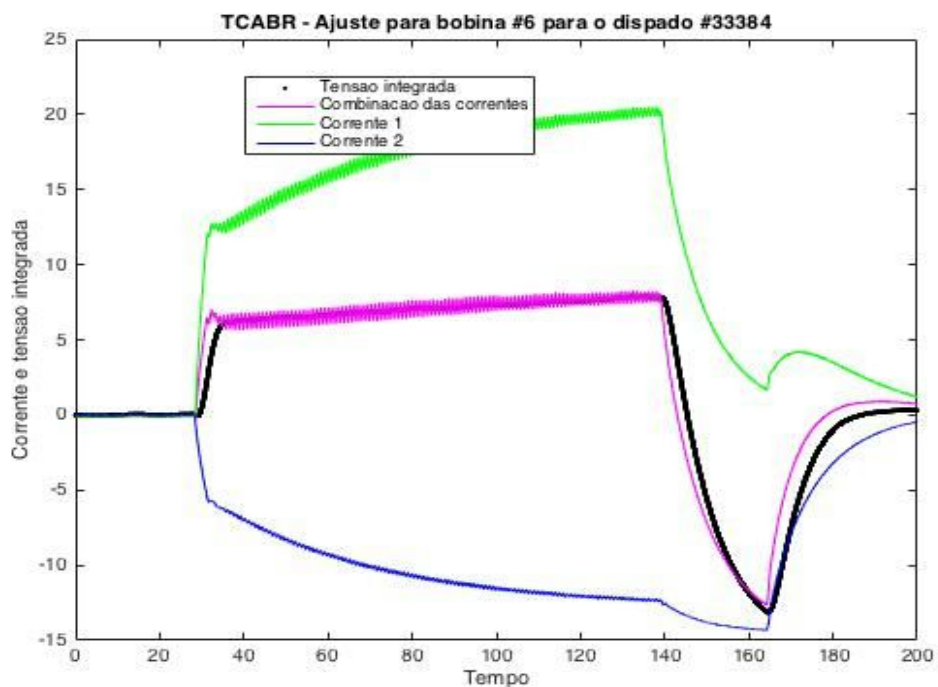
sendo A obtido por

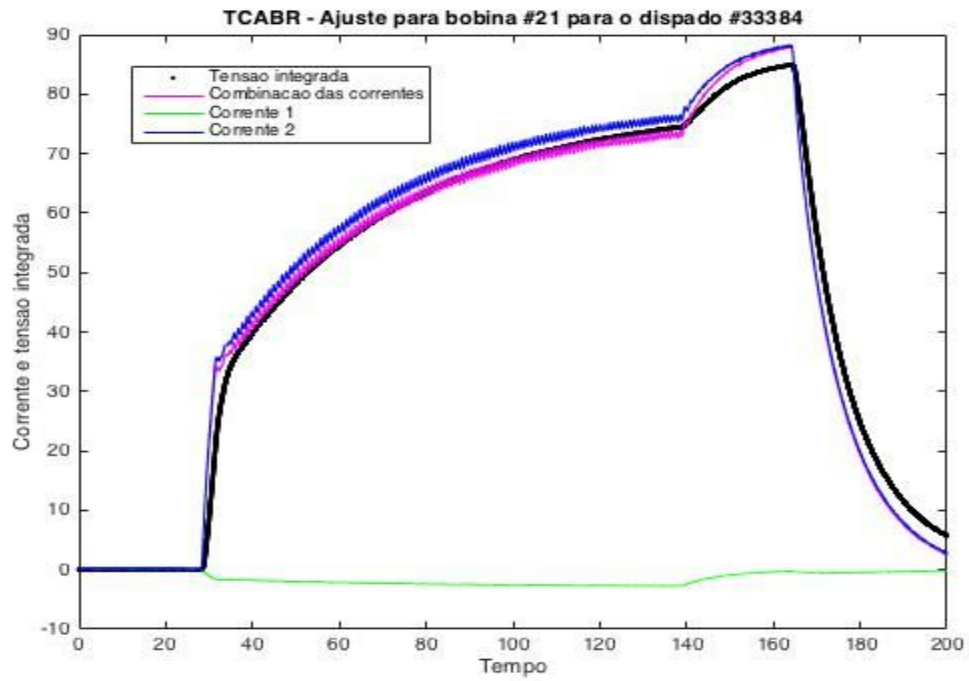
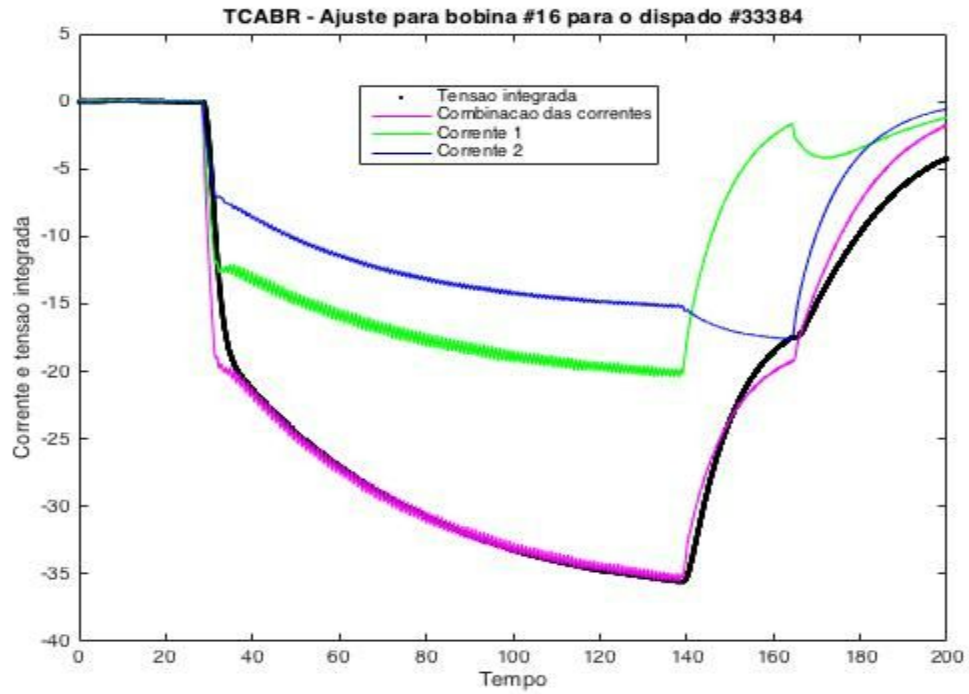
$$A = V a * (X' * V^{-1}) * Y$$

$$V a = [(X' * V^{-1}) * X]^{-1}$$

com $V a$ sendo a matriz de covariância.

E então aplicando esse ajuste a cada bobina obtemos os seguintes gráficos, como exemplo:





Gráficos de uma bobina mostrando as correntes I_1 e I_2 ponderadas pelos K_s obtidos, a tensão integrada e o ajuste MMQ

Os Ks como podemos ver nos gráficos ponderam o quanto de cada corrente está presente em nossa tensão. Devido à geometria circular esperamos que as bobinas apresentem essa simetria e de fato apresentam!

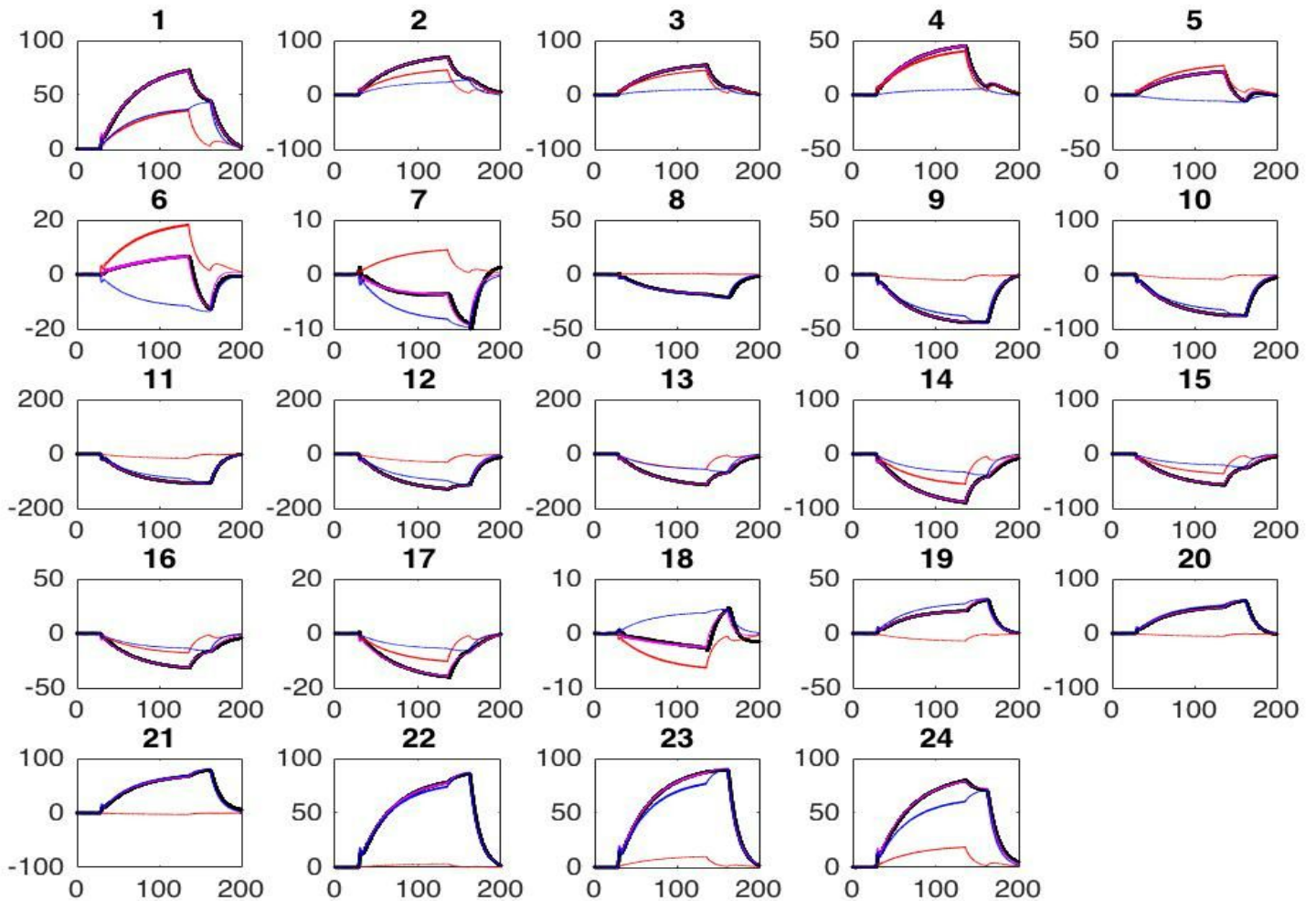
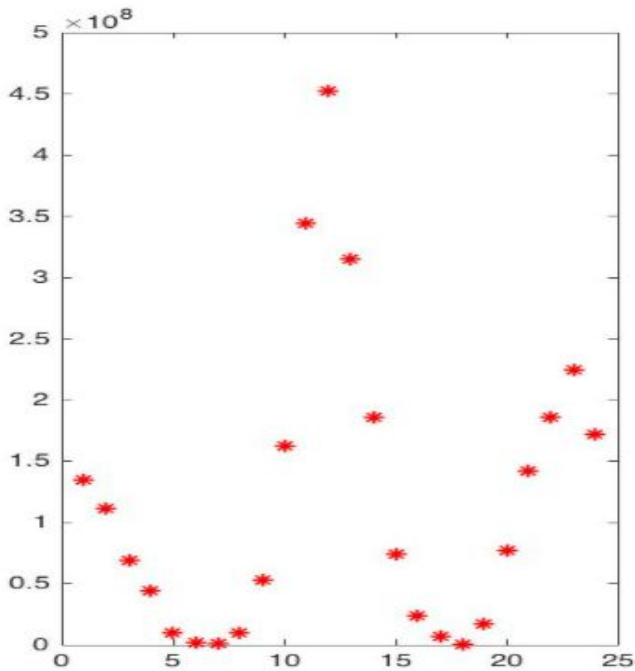


Gráfico contendo o ajuste para cada bobina referente ao disparo 33433.

É possível ver indícios da simetria nos gráficos acima, ao observar que a bobina três tem características (relação entre as correntes) similares a bobina 20. Podemos ainda notar que o modelo não se adequa no início e fim de cada sinal, ou seja quando a tensão tem uma mudança considerável. Além disso o χ^2 absoluto (numero de graus de liberdade igual para todos os Ks) possui um comportamento anormal.



Daremos atenção a esse problema mais adiante. Agora voltemos ao modelo teórico, vamos calcular os K_s teóricos de forma que a área das bobinas não estejam incluídas. Assim obteremos a relação:

$$K_{exp} = A \cdot K_{teor}$$

Calculando o K_{teor} de cada bobina e graficando com os K_{exp} temos o gráfico a seguir, onde esperamos ajustar uma reta que passe pelo zero e de coeficiente angular de valor numérico correspondente a área média das bobinas. Logo temos:

Gráfico de χ^2 para cada bobina, sendo que devido a geometria circular a bobina 1 se encontra ao lado da 24.

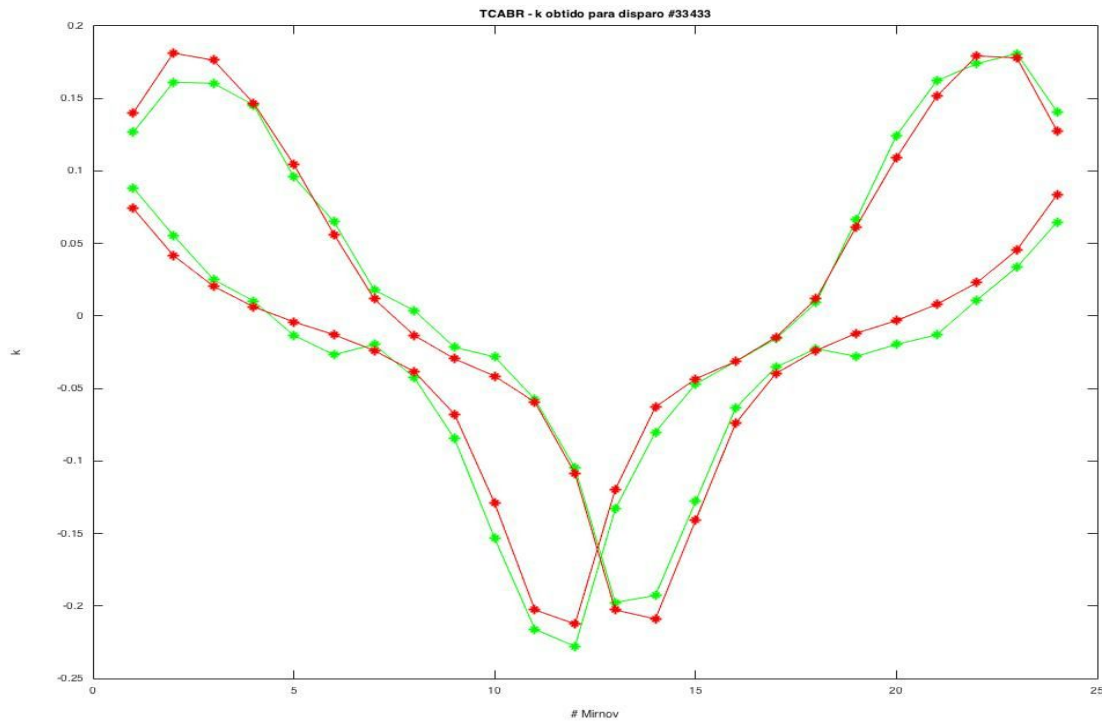
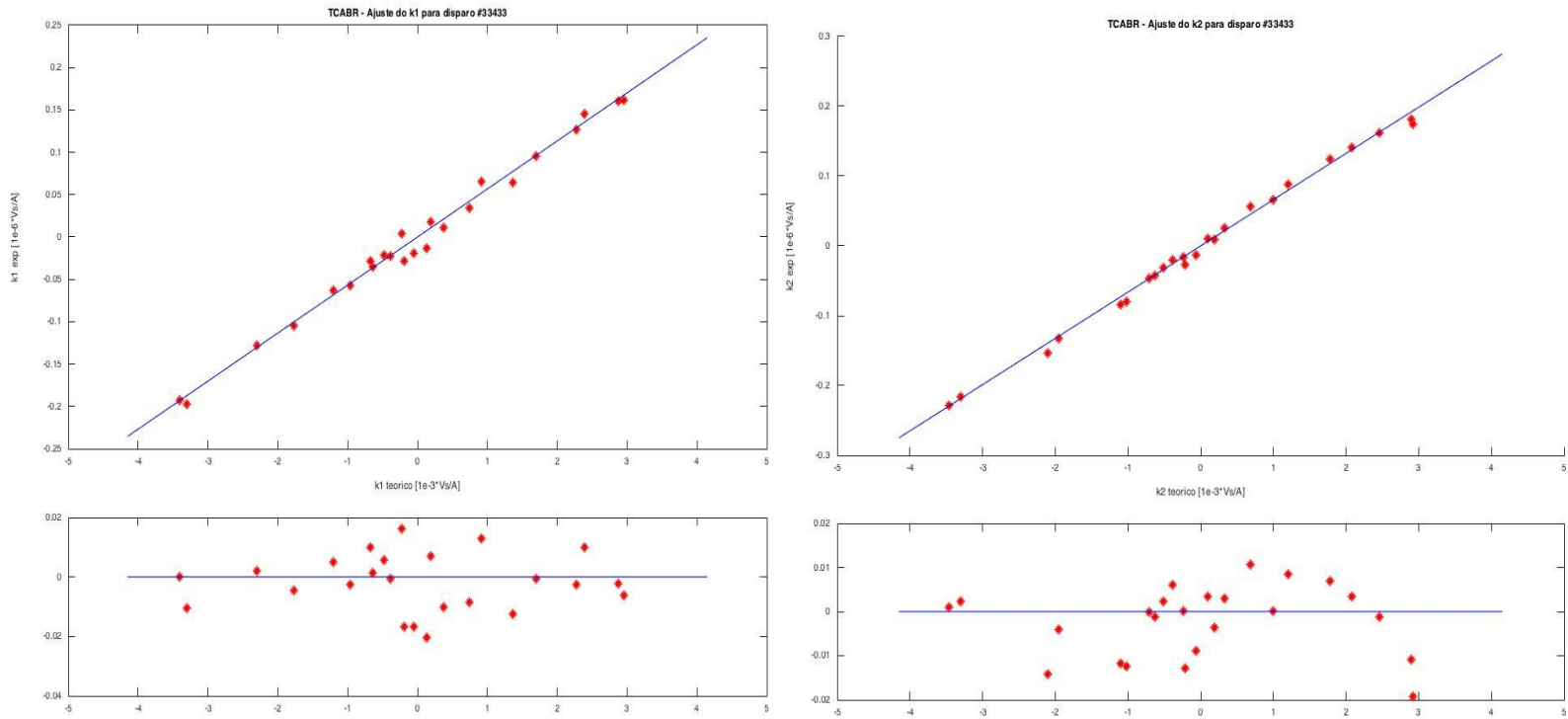


Gráfico com os valores obtidos por bobina, para o K_{exp} (verde) e K_{teor} (vermelho), no disparo 33433



Gráficos de K_{teor} por K_{exp} , para K_1 (esquerda) e K_2 (direita), para o disparo 33433

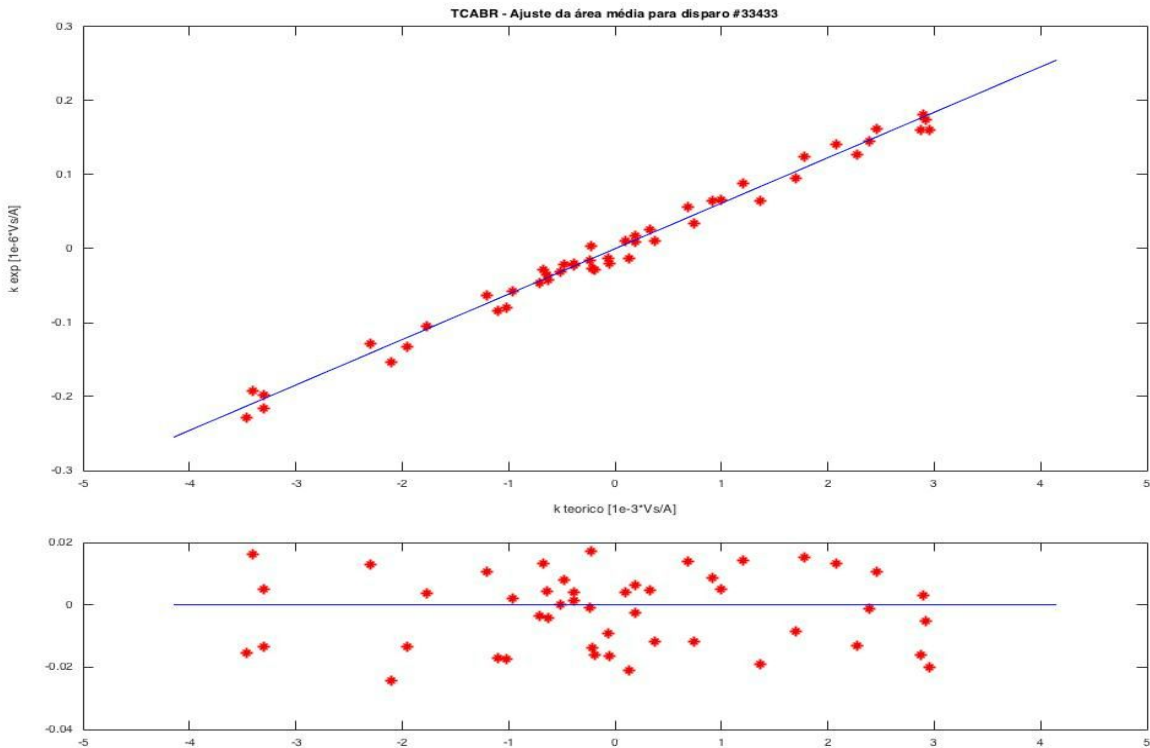


Gráfico apresentando k_{teor} por k_{exp} com ambos os K_s (K_1 e K_2)

Assim os valores obtidos foram:

Para o ajuste utilizando apenas os valores teóricos e experimentais de k_1 , obtemos, para o valor da área: 56.7 (12) mm^2

Já para o ajuste utilizando apenas os valores teóricos e experimentais de k_2 , obtemos, para o valor da área: 66.2 (10) mm^2

Por fim, utilizando ambos os K_s , obtemos, para o valor da área: 61.4 (10) mm^2

É necessário lembrar que a incerteza que estamos considerando é resultado da normalização com o NGL e não provém diretamente de medidas. Ao realizar todas as contas, calculamos qual deveria ser a incerteza dos parâmetros para que o χ^2 seja igual ao NGL.

É importante notar que, dado que o diâmetro interno das bobinas de Mirnov é da ordem de 8.9 mm, calculamos que a área da bobina deve ser compatível com 63 mm^2

O valor da área obtido utilizando apenas k_1 está bem abaixo do esperado, e o valor obtido utilizando apenas k_2 está um pouco acima do esperado, e ambos os valores não são compatíveis com o esperado. Já o valor obtido considerando ambos os k_s está compatível com o esperado dentro de 3 incertezas.

● Conclusão

Primeiramente, é notável que tenhamos obtido tais valores para a área da bobina de Mirnov, uma vez que utilizamos um modelo simples, e não fizemos nada além de aplicar o método dos mínimos quadrados aos nossos dados. No entanto, como já foi apontado na seção anterior, há, claramente, um problema sistemático com o χ^2 , o qual tentaremos tratar futuramente com um novo projeto. Nossos resultados foram bons em todos os aspectos, pois além de mostrar e demonstrar o conhecimento e entendimento que temos sobre o Tokamak (já que obtemos bons valores para a área da bobina de Mirnov, embora incompatíveis com o esperado), nos foi apontado um problema cujas consequências são sutis, mas ainda são existentes e devem ser eliminadas, e acreditamos que tais problemas tenham sido a razão pela qual os valores obtidos apenas por k_1 e apenas por k_2 não serem compatíveis com o esperado. Assim, embora já tenhamos um bom entendimento sobre o Tokamak, é evidente que ainda temos muito a aprender sobre ele, fato que remete a algo dito na introdução: não subestime os pequenos Tokamaks, pois ele ainda podem nos ajudar, e muito.

● Projetos futuros

Em uma busca ao entendimento dos fenômenos que estão ocorrendo, futuramente serão feitos disparos onde um sinal de tensão conhecido gerará as correntes I_1 e I_2 , assim como serão empregados outros métodos estatísticos, que serão empregados para isolar as causas do problema.