Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Trabalho Escrito de
Prática de Tratamento de Dados em Física Experimental

Medindo Objetos utilizando uma Câmera Digital.

Carlos de Oliveira Sousa NUSP 6514672

Prof. Dr. Zwinglio de Oliveira Guimarães Filho.

Dezembro de 2015

Resumo:

O principal objetivo deste trabalho foi estudar o comportamento das medições de objetos através de imagens geradas por uma câmera digital modelo SONY 12 Mega Pixels. Para isso, foram tomadas fotos de objetos com medidas conhecidas, e essas foram comparadas com as medidas obtidas através da análise das fotos realizadas com o programa TRACKER. Os objetos medidos foram: a distância entre os blocos B e C do CRUSP (Conjunto Residencial da USP), a altura da Torre do Relógio (Praça do Relógio) e a altura da parte mais alta da arquibancada do Estádio do CEPE-USP. Sendo que este último, a medida real não era conhecida até então, mas através da comprovação da qualidade do método desenvolvido, pode-se dizer que a medida encontrada é de fato sua medida real, pois os resultados obtidos para os outros dois objetos de medidas conhecidas se mostraram muito satisfatórios quando comparados com suas medidas reais.

Através do método desenvolvido neste trabalho, foi possível obter:

-Distância entre os blocos B e C: 30,95 (30) m. Medida real: 30,62 (10) m;

-Altura da Torre do Relógio: 49,09 (20). Medida real: 50 m;

-Altura da Arquibancada do Estádio do CEPEUSP: 16,25 (28) m.

Introdução:

Existem objetos que são muito difíceis de medir usando uma trena comum, ou até mesmo uma trena a laser, como por exemplo, a altura de prédios, a distância entre dois prédios, etc.

Então medi-los utilizando uma foto, simplificaria bastante o problema. Mas isso é possível? Com qual precisão conseguiríamos determinar a medida de um objeto assim?

Para testar isso, foi realizado o seguinte experimento:

Posicionou-se uma escala de aço (com medidas conhecidas) a 1 m de distância da câmera, e então foram tiradas várias fotos fazendo-se variar a distância entre a câmera e a escala de 1 em um metro até a distância de 7 metros. Isso foi realizado para as posições horizontais e verticais da escala. Então, através do programa Tracker, foi possível obter a medida da escala de aço (em pixels) em função da distância (em metros).

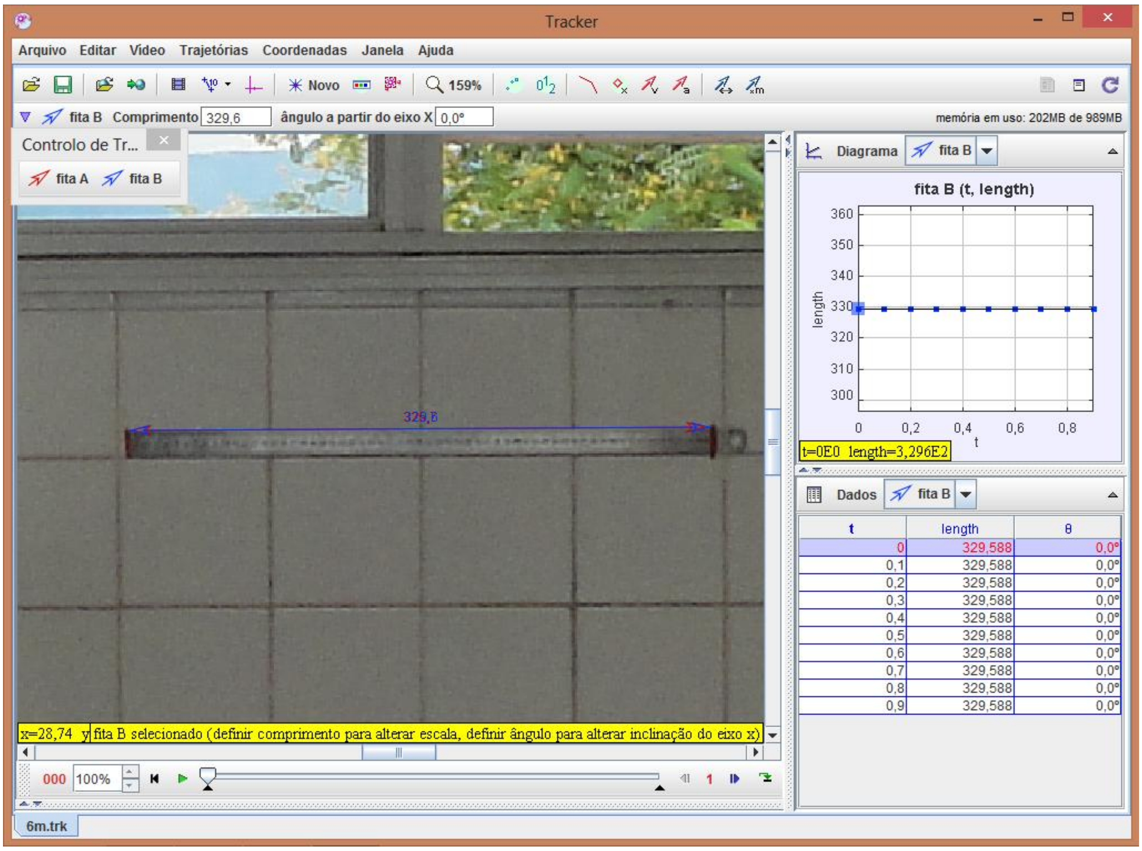

Figura 1-Medida da escala em pixels obtida pelo programa Tracker na posição horizontal a 6m de distância

Com esses dados, foi possível montar então a seguinte tabela:

Tabela 1 - Medida da Escala em Pixels em função da distância da Câmera em metros

Posição Horizontal (pixels)				Posição Vertical (Pixels)				metros	
LA	**LB**	**LM**	**sL**	**LA**	**LB**	**LM**	**sL**	**D**	**sD**
1916	1918	1917	1	1949	1952	1950,5	1,5	1,00	0,01
975	978	976,5	1,5	981	986	983,5	2,5	2,00	0,01
653	656	654,5	1,5	657	661	659	2	3,00	0,01
489	493	491	2	489	494	491,5	2,5	4,00	0,01
390	395	392,5	2,5	393	396	394,5	1,5	5,00	0,01
326	330	328	2	328	331	329,5	1,5	6,00	0,01
277	281	279	2	280	283	281,5	1,5	7,00	0,01

LA: Medida máxima obtida para a escala em Pixels;
LB: Medida mínima obtida para a escala em Pixels;
LM: Medida Média obtida para a escala em Pixels;
sL: Incerteza obtida para LM;
D: Medida da distância entre a Lente da câmera e a escala;
sD: Incerteza na medida de D.

Plotando-se os gráficos dos dados para as posições horizontal e vertical da escala medida (figuras 2 e 3), é possível perceber que os dois gráficos são muito parecidos, e assemelham obedecer a uma função do tipo

$$y(x) = \frac{A}{x} \tag{1}$$

em que A seria uma constante.

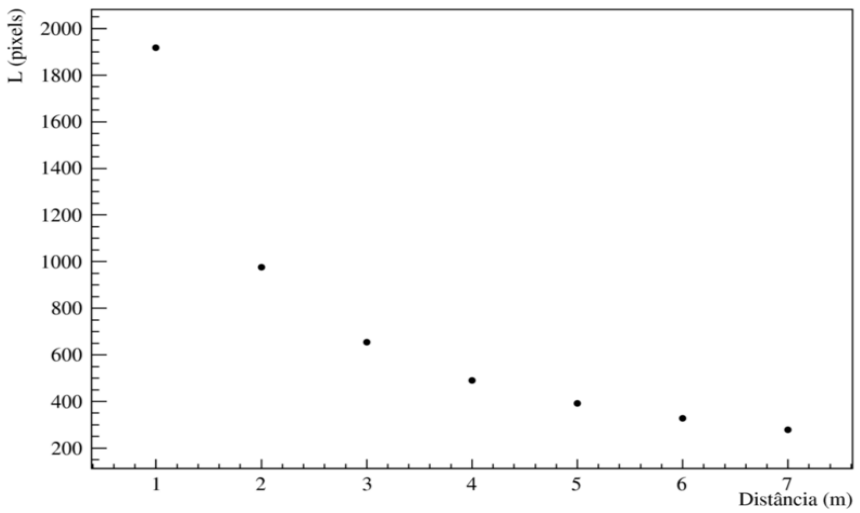

Figura 2 - Gráfico da Distância da câmera até a escala Versus a medida da Escala em Pixels (POSIÇÃO HORIZONTAL)

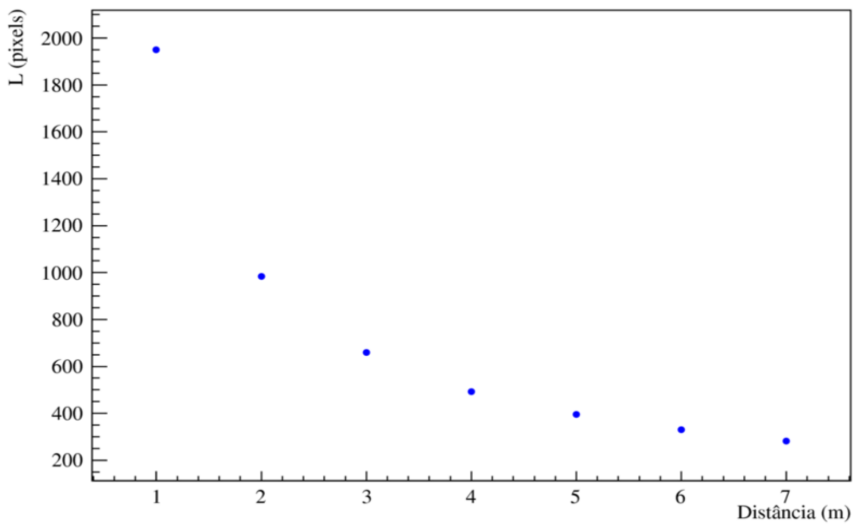

Figura 3 - Gráfico da Distância da câmera até a escala Versus a medida da Escala em Pixels (POSIÇÃO VERTICAL)

Fundamentos Teóricos:

No intuito de se determinar a constante A da equação (1), foi calculado o produto entre $y(x)$ e x, como mostrado na equação (2):

$$A = y(x) * x \tag{2}$$

De fato, fazendo-se o produto L(pixels)*D(m), é possível perceber valores próximos, (mas não completamente constantes), como mostra a tabela (2):

Tabela 2 - Produto L(pixels) X D (m) para as posições Horizontal e Vertical da escala

D	A_Horizontal	sA_Horizontal	A_Vertical	sA_Vertical
1	1917	19	1951	20
2	1953	10	1967	11
3	1964	08	1977	09
4	1964	09	1966	11
5	1963	13	1973	08
6	1968	12	1977	10
7	1953	14	1971	11

As incertezas foram propagadas pela equação (3):

$$\delta_A{}^2 = (L_p * \delta_D)^2 + (D * \delta_{L_p})^2 \tag{3}$$

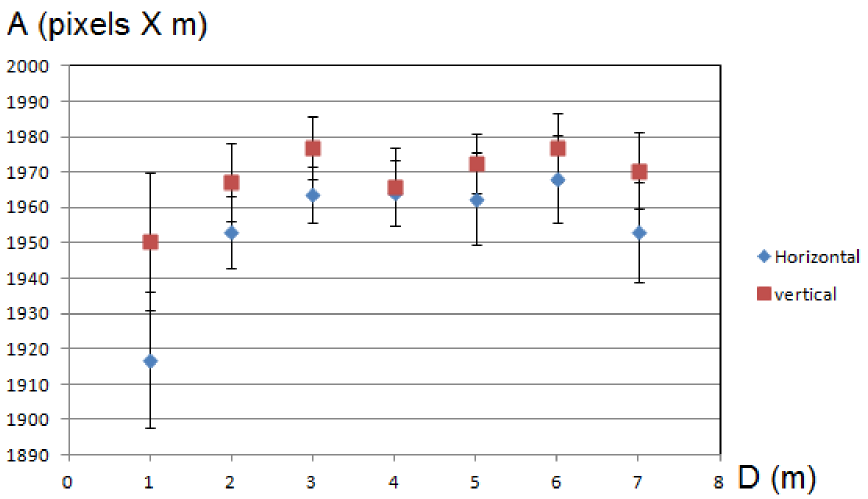

Figura 4 - Gráfico de A (pixels x m) Versus Distância (m)

Em uma breve analise da Tabela 2, é possível perceber que para distâncias menores, a parte esquerda da equação (3) é a "mandante" na composição da incerteza, porém para distâncias maiores, a parte direita é a "mandante". O gráfico da figura 4 mostra que os dados referentes às posições horizontais e verticais são compatíveis dentro de uma margem de erro aceitável.

Porém, "A" fica dependente de um único L_r específico (tamanho real da escala utilizada). Para este trabalho, é interessante achar um fator α que sirva para qualquer escala que for utilizada, lembrando também que a câmera tem uma medida interna chamada de d_c neste trabalho.

Assim, D é composto pela distancia entre a escala utilizada e a câmera (d_o) somada à medida interna da câmera (d_c). Assim:

$$D = d_o + d_c \tag{4}$$

e

$$A = L_p * D = L_p * (d_o + d_c) \tag{5}$$

em que L_p é o tamanho da escala em pixels. Fazendo:

$$A = \alpha * L_r \tag{6}$$

em que L_r é a medida real (em metros) da escala, temos:

$$\alpha = \frac{L_p*(d_o+d_c)}{L_r} \tag{7}$$

e a equação (1) se transforma em:

$$L_p = \frac{\alpha*L_r}{(d_o+d_c)} \tag{8}$$

Para termos de análise de dados, utilizaremos a equação (8) na seguinte forma:

$$y(x) = \frac{[0]*0,6}{(x+[1])} \tag{9}$$

Análise dos dados:

Utilizando o WEBROOT, em www.webroot.if.usp.br, foi possível obter os seguintes resultados:

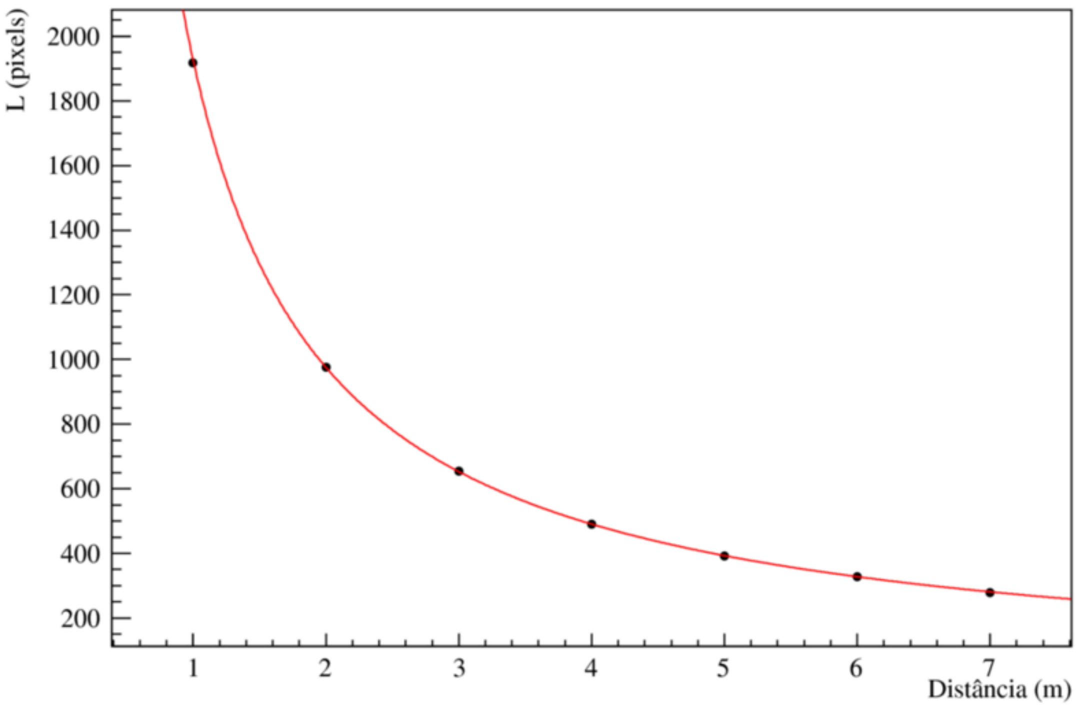

Figura 5 - Gráfico L(pixels) Versus Distância D (m) para a posição Horizontal da escala

Resultados do Ajuste:

Número de Parâmetros: 2

Chi² : 1,87

Número de graus de liberdade: 5

Parâmetros	**Valor**	**Incerteza**
[0]	3291	14
[1]	0,025	0,012

Matriz de Covariância

$$\begin{bmatrix} 206,332 & 0,147464 \\ 0,147464 & 0,000138377 \end{bmatrix}$$

Matriz de Correlação

$$\begin{bmatrix} 1,00 & 0,87 \\ 0,87 & 1,00 \end{bmatrix}$$

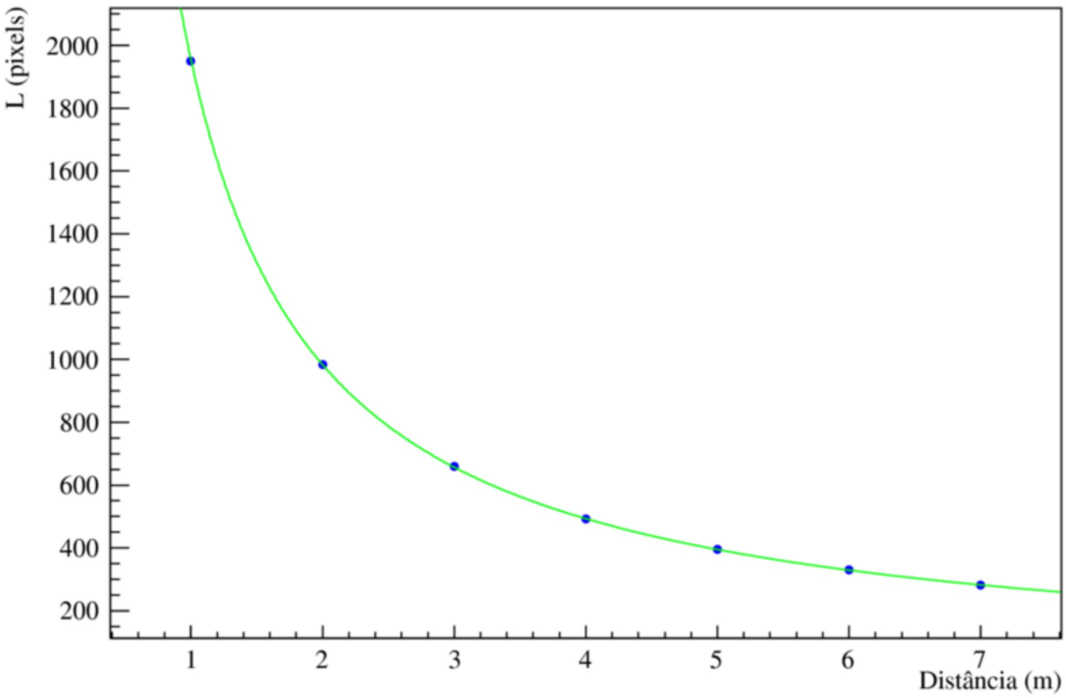

Figura 6 - Gráfico L(pixels) Versus Distância D (m) para a posição Vertical da escala

Resultados do Ajuste:

Número de Parâmetros: 2

Chi² : 1,19

Número de graus de liberdade: 5

Parâmetros	Valor	Incerteza
[0]	3297	12
[1]	0,012	0,011

Matriz de Covariância

$$\begin{bmatrix} 152,854 & 0,115732 \\ 0,115732 & 0,000121927 \end{bmatrix}$$

Matriz de Correlação

$$\begin{bmatrix} 1,00 & 0,85 \\ 0,85 & 1,00 \end{bmatrix}$$

Comparando os valores dos dados Horizontais com os dados verticais, é possível concluir que são compatíveis e assim, é possível achar valores comuns para α e para d_c:

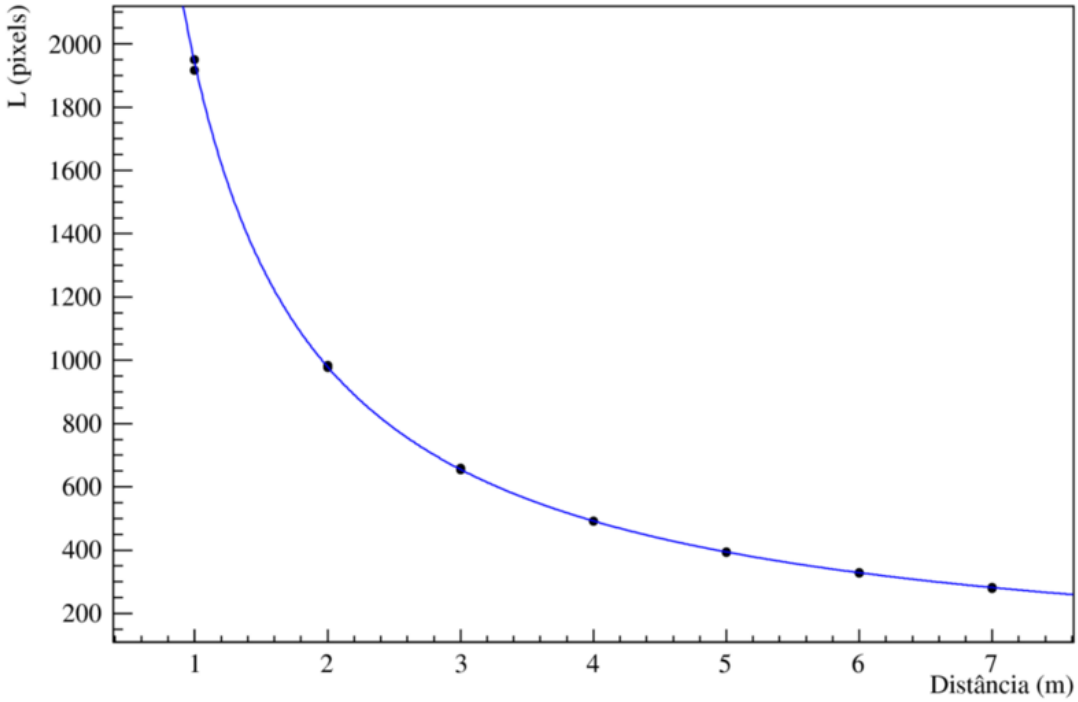

Figura 7 - Gráfico L(pixels) Versus Distância D (m) para as posições Vertical e Horizontal da escala

Resultados do Ajuste:

Número de Parâmetros: 2

Chi² : 7,43

Número de graus de liberdade: 12

Parâmetros	Valor	Incerteza
[0]	3295	09
[1]	0,019	0,008

Matriz de Covariância

$$\begin{bmatrix} 87{,}5088 & 0{,}0643167 \\ 0{,}0643167 & 6{,}40964 \, x \, 10^{-5} \end{bmatrix}$$

Matriz de Correlação

$$\begin{bmatrix} 1{,}00 & 0{,}86 \\ 0{,}86 & 1{,}00 \end{bmatrix}$$

Teste Prático do Método:

A equação (10) foi obtida Isolando-se d_o da equação (8):

$$d_o = \frac{\alpha * L_r}{L_p} - d_c \qquad (10)$$

A aplicação do método desenvolvido neste trabalho consiste na determinação da medida d_o da equação (10), tendo conhecidos os parâmetros L_p, α, L_r e d_c. Assim, $d_o$representa o valor da medida do objeto.

Como exemplo, Imagine que se deseja medir o comprimento $\overline{AB}$ de um objeto qualquer. Então a câmera deve ser posicionada com sua lente na extremidade A, e a escala (de tamanho L_r conhecido) deve ser fixada na extremidade B do objeto. Assim, através da análise da foto, é possível obter L_p. Os valores de α e d_c são propriedades da câmera, e foram obtidas neste trabalho através dos ajustes realizados para este modelo específico (Câmera Digital Sony Ciber Shot de 12 Mega Pixels).

Os cuidados necessários que devem ser tomados na aplicação do método, consistem em assegurar que a distância entre a câmera e a escala seja paralela ao comprimento $\overline{AB}$ que se deseja determinar, e que as configurações da câmera, sejam as mesmas utilizadas para se determinar os valores de α e d_c. Neste caso, a configuração utilizada foi o modo foto inteligente sem a aplicação de zoom.

Propagação de incertezas para a equação (10):

Colocando a equação (10) na forma:

$$d_o + d_c = \frac{\alpha * L_r}{L_p} \qquad (11)$$

e substituindo as equações (4) e (6) na equação (11), obtém-se:

$$D = \frac{A}{L_p} \qquad (12)$$

A incerteza para a equação (12) é dada na equação (13):

$$\delta_D{}^2 = (\frac{1}{L_p})^2 * \delta_A{}^2 + (\frac{A}{L_p{}^2})^2 * \delta_{L_p}{}^2 \tag{13}$$

E para a equação (6), δ_A é igual a:

$$\delta_A{}^2 = (L_r * \delta_\alpha)^2 + (\alpha * \delta_{L_r})^2 \tag{14}$$

Já para a equação (4), δ_D é igual a:

$$\delta_D{}^2 = (\delta_{d_o})^2 + (\delta_{d_c})^2 \tag{15}$$

Agora, substituindo as equações (6), (14) e (15) na equação (13), e isolando-se δ_{d_o}, obtem-se:

$$\delta_{d_o} = \sqrt{\left(\frac{1}{L_p}\right)^2 * [(L_r * \delta_\alpha)^2 + (\alpha * \delta_{L_r})^2] + \left(\frac{\alpha * L_r}{L_p{}^2}\right)^2 * \delta_{L_p}{}^2 - (\delta_{d_c})^2} \tag{16}$$

Distância entre dois prédios:

A distância entre os blocos B e C do CRUSP (Conjunto Residencial da USP) medida com uma Trena é:

$$D = 30{,}62\ (10)\ m$$

Pela análise das fotos através do programa Tracker e com o auxílio das equações (10) e (16), a distância encontrada foi:

$$D = 30{,}95\ (30)\ m$$

Figura 8 - Foto tirada para medir a distância entre os Blocos B e C do Crusp

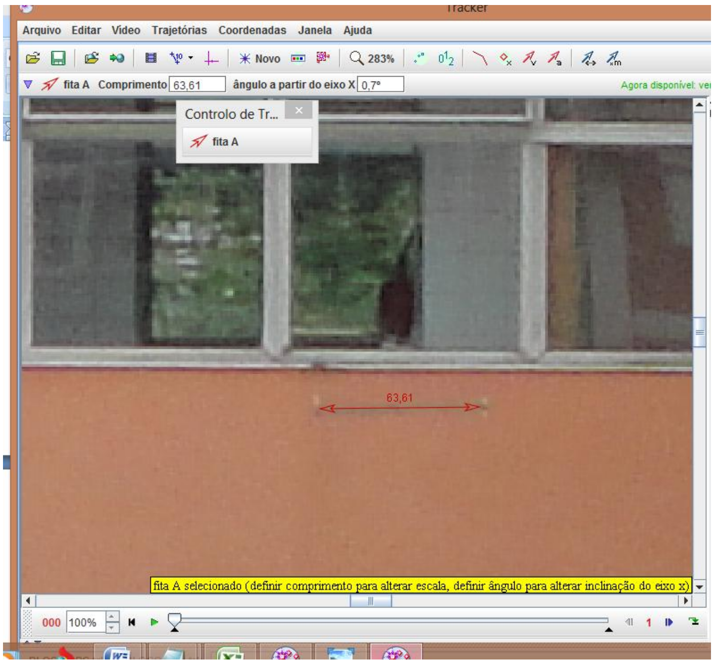

Figura 9 - Detalhes da Figura 8 em análise no Programa Tracker

Altura da Torre do Relógio:

Segundo a Página web da Reitoria da USP, a Torre do Relógio é formada por duas placas paralelas que medem 50 m de altura por 10m de largura. Com o auxílio de uma trena, foi possível comprovar que sua largura é de fato 10m.

Assim, utilizando-se dessa medida como escala, e tirando-se uma foto de um ponto bem rente à sua base com a lente da câmera direcionada para o alto, foi possível obter as seguintes medidas:

$$D = 49{,}09\ (20)\ m$$

É importante ressaltar que abaixo do ponto de onde foi retirada a foto, existe um espelho d'água com profundidade aproximada de 0,4m. Não se sabe se os 50m da torre são medidos do fundo do espelho d'água ou de sua superfície.

Figura 10 - Local da retidada da Foto da Torre do Relógio

Figura 11 - Foto para Determinação da altura da Torre

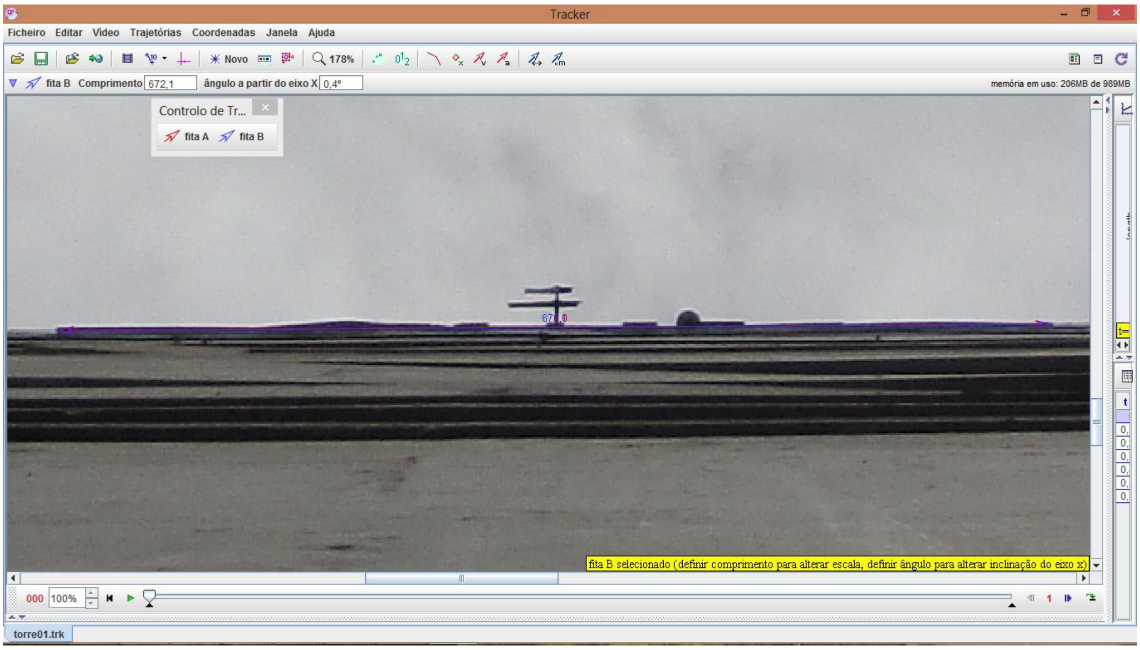

Figura 12 - Detalhes da Foto da Torre em Analise no programa Tracker

Altura da Arquibancada do Estádio do CEPE – USP:

Não foi possível comparar os dados obtidos com os dados reais devido ao fato de não haver fontes que informem a altura da arquibancada em questão.

Os resultados obtidos foram:

$$D = 16{,}25\ (28)\ m$$

Figura 13 - Local de Retirada da Foto da Arquibancada

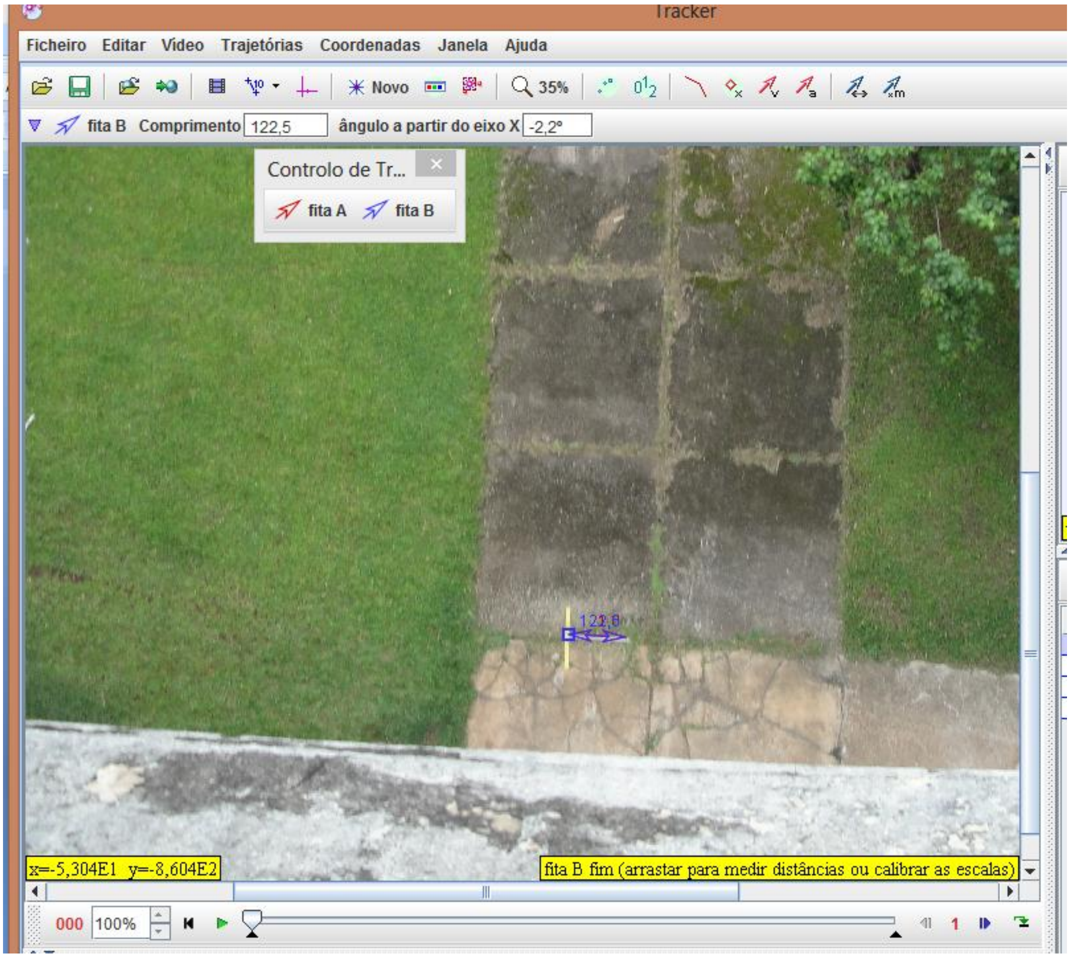

Figura 14 - Foto para determinação da altura da arquibancada, com detalhes do ajuste no Tracker

Conclusão:

O método apresentado se mostrou mais eficaz na determinação de medições maiores do que menores. Também se mostrou prático, uma vez que se tenha definido exatamente o melhor local para tirar as fotos e posicionar a escala.

Os resultados quando comparados aos valores verdadeiros são bastante satisfatórios, fato que valida o método como aplicação funcional para determinação de medições de objetos extremamente grandes.