Sistemas Lineares 2009 F. Pait

Lista de exercícios 5 e última

1. Mostre que o sistema n-dimensional

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t),$$

para o qual A_{11} é $q \times q$ e B_1 é $q \times m$ com posto q, é controlável se e somente se o sistema linear de dimensão $n - q$

$$\dot{z}(t) = A_{22} z(t) + A_{21} v(t)$$

for controlável.

2. Mostre que se o sistema linear

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

é controlável, então para K de dimensão apropriada o sistema

$$\dot{z}(t) = (A + BK)z(t) + Bv(t)$$

também é controlável.

3. Compute um observador de dimensão 2 tal que o erro decaia exponencialmente com constante de tempo $\lambda = 10$ para a equação de estados linear

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x(t). \end{aligned}$$

4. Construa as formas canônicas controlável e observável de uma função de transferência estritamente própria de dimensão 2 genérica.

5. Para um sistema linear invariante no tempo controlável e observável de dimensão 2, construa um observador assintótico e uma realimentação de estado de forma que os autovalores do sistema completo em malha fechada sejam as raízes do polinômio $(s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0)$.

6. Mostre que, para o sistema linear invariante no tempo de dimensão n

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned}$$

(Estabilizabilidade) Existe uma realimentação de estado K de dimensão apropriada tal que $A+B)$ é exponencialmente estável se e somente se o posto da matriz $\begin{bmatrix} \lambda I - A & B \end{bmatrix}$ for igual a n para cada λ que é um autovalor de A com parte real não negativa.

(Detectabilidade) Existe uma matriz H de dimensão apropriada tal que $A - HC$ é exponencialmente estável se e somente se o posto da matriz $\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix}$ for igual a n para cada λ que é um autovalor de A com parte real não negativa.