Gabarito – Exercício 4

1) Temos do enunciado que uma força age sobre uma roda por 6 segundos na presença de atrito. O torque resultante é constante e vale 36 N m. Nesse intervalo a velocidade da roda aumenta de 0 a 10 rad/s. Com isso podemos calcular a aceleração (α) da roda.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{10}{6} \cong 1{,}67\, rad/s^2$$

   a) Sabemos que o torque resultante se relaciona com o momento de inércia e a aceleração da roda por:

$$\tau_{RESULTANTE} = I\,\alpha$$

$$36 = I\,\frac{10}{6} \rightarrow I = \frac{36.6}{10} = 21{,}6\, kg\, m^2$$

   b) Quando a força é removida, a força de atrito cessa o movimento em 60 segundos. Temos que a desaceleração α' vale:

$$\omega = \omega_0 + \alpha' t$$

$$0 = 10 + \alpha'.60 \rightarrow \alpha' = -\frac{1}{6} \cong -0{,}17\, rad/s^2$$

Novamente usando a relação de torque, momento de inércia e aceleração teremos que:

$$\tau_{Fat} = I\,\alpha'$$

$$\tau_{Fat} = -\frac{1}{6}\frac{36.6}{10} = -\,3{,}6\, N\, m$$

Logo o módulo do torque da força de atrito vale 3,6 N m.

   c) Vamos usar a equação de posição angular θ de um movimento acelerado, dada por:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

Inicialmente a força externa está presente por 6 segundos. Adotando $\theta_0 = 0$, e como a roda partiu do repouso ($\omega_0 = 0$), temos que no final dos 6 segundos um ponto qualquer da roda estará na posição

$$\theta = \frac{\alpha t^2}{2} = \frac{10}{6}\frac{(6)^2}{2} = 30\, rad$$

pois inicialmente $\alpha = \frac{10}{6} rad/s^2$.

Depois que a força é removida, podemos usar a mesma equação, mas agora teremos que: $\theta_0 = 30\, rad, \omega_0 = 10\, rad/s\ e\ \alpha = \alpha' = -\frac{1}{6}\ rad/s^2$. Logo teremos que ao final de 60 segundos, a posição do ponto será:

$$\theta = 30 + 10.60 - \frac{1}{6}\frac{(60)^2}{2} = 30 + 600 - 300 = 330\,rad$$

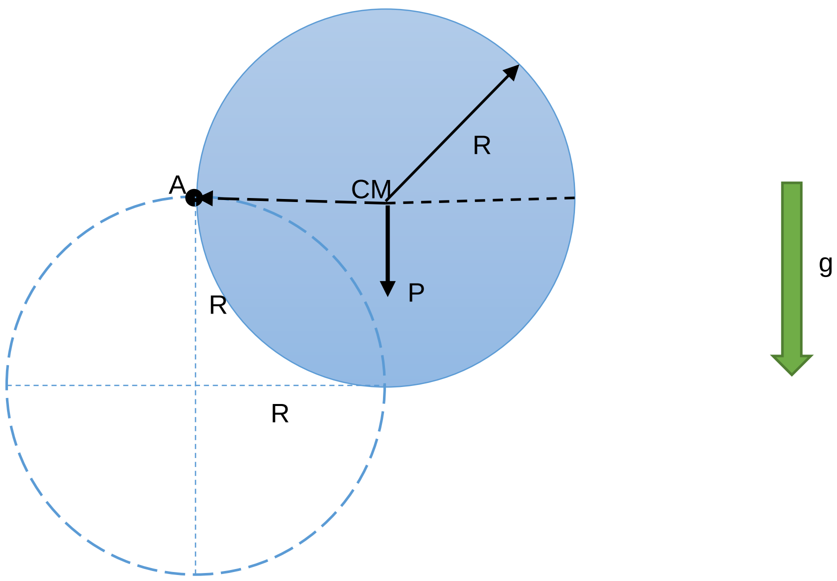
Com isso sabemos que quando a roda parar o movimento, um determinado ponto que inicialmente estava em $\theta = 0$ agora se encontra em $\theta = 330\,rad$. Convertendo radianos em números de voltas teremos que:

$$1\,volta \rightarrow 2\pi\,radianos$$

Temos então que a roda realizou:

$$\frac{330}{2\pi}\,voltas \cong 52{,}52\,voltas$$

2) Temos a seguinte situação:



a)

Se o disco é solto do repouso, então podemos igualar a energia potencial do centro de massa (CM) com a energia cinética rotacional.

Como a energia cinética rotacional está relacionada com o momento de inércia do eixo de rotação, primeiro vamos calcular o momento de inércia em torno do ponto A usando o teorema dos eixos paralelos.

Temos que I_{CM}:

$$I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$$

Pelo teorema dos eixos paralelos temos que:

$$I_A = I_{CM} + MR^2 = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$$

A energia potencial do CM vale:

$$U = MgR$$

A energia cinética rotacional do CM é dada por:

$$K = \frac{1}{2}I_A\omega^2$$

$$MgR = \frac{1}{2}I_A\omega^2$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}MR^2\omega^2 = MgR$$

$$\frac{3}{4}R\omega^2 = g$$

$$\omega^2 = \frac{4g}{3R} \rightarrow \omega = 2\sqrt{\frac{g}{3R}}$$

Temos que

$$v_{CM} = \omega\, d = \omega\, R$$

pois d =R no CM. Então

$$v_{CM} = \omega\, R = 2R\sqrt{\frac{g}{3R}}$$

$$v_{CM} = 2\sqrt{\frac{gR}{3}}$$

Notemos 2 coisas:

1º

Esse item poderia ser resolvido analogamente por conservação de energia usando:

$$U = MgR$$

e igualar com

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2}mv_{CM}^2$$

com $v_{CM} = \omega\, R$ e $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$.

2º

Esse item só pode ser resolvido por conservação de energia, já que o torque da força peso no CM não é constante, pois conforme o disco se desloca, o ângulo formado entre o braço da força e a força mudam.

b) A velocidade linear se relaciona com a velocidade angular através de:

$$v = \omega\, d$$

onde d é a distância do ponto ao eixo de rotação. Nesse caso d = 2R no ponto mais baixo e w é o valor encontrado no item anterior, então:

$$v = 2\sqrt{\frac{g}{3R}}\, 2R$$

$$v = 4R\sqrt{\frac{g}{3R}} = 4\sqrt{\frac{gR}{3}}$$