4320196 – Física para Engenharia II - Prova P3 - 2011

Observações:

• Preencha todas as folhas com o seu nome, número USP, número da turma e nome do professor.
• A prova tem duração de 2 horas.
• Não somos responsáveis por provas com identificação insuficiente.
• Não é permitido o uso de calculadora e celular (manter desligado).
• Apresente sua identidade ou cartão USP ao assinar a lista de presença.
• Resolva cada exercício a partir da frente da folha de resposta com o mesmo número.
• **Justifique** todas as respostas com fórmulas, comentários (sucintos) e cálculos intermediários, não esquecendo das unidades das grandezas físicas.
• Caso apareça alguma raiz que não seja um quadrado perfeito, deixe indicado (não é necessário calcular o valor decimal).
• Resultados serão anunciados no site da disciplina.

Formulário:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

$$y(x,t) = f(x - vt) + g(x + vt)$$

$$y(x,t) = A\,\cos(kx \mp \omega t + \varphi)$$

$$v = \frac{\omega}{k};\ \tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f};\ k = \frac{2\pi}{\lambda}; v = \lambda . f$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}; I = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2; k_n = n\frac{\pi}{L}$$

$$\cos(a \pm b) = \cos(a) cos(b) \mp \mathrm{sen}(a)\mathrm{sen}(b)$$

$$\mathrm{sen}(a \pm b) = \mathrm{sen}(a)\cos(b) \pm \mathrm{sen}(b)\cos(a)$$

$$f = f_0 \frac{\left(1 \pm \frac{u}{v_s}\right)}{\left(1 \mp \frac{V}{v_s}\right)} \quad \begin{cases} u \rightarrow \text{observador} \\ V \rightarrow \text{fonte} \end{cases}$$

$$f = f_0 \frac{\sqrt{1 \mp \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 \pm \frac{v}{c}}}\ ;\ \mathrm{sen}\ \alpha = \frac{v_s}{V}$$

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{A} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{in}}$$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\hat{\theta}$$

$$\vec{F}_c + \vec{F}_{Cor} = \left(m\omega^2 r + 2m\omega u'_\theta\right)\hat{r} - 2m\omega u'_r\,\hat{\theta}$$
$$= -m\vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r'}\right) - 2m\vec{\omega} \times \vec{u'}$$

Q1 - Uma fonte de vibração é colocada na extremidade de uma corda esticada fazendo com que o deslocamento vertical y na extremidade ($x = 0$) seja dado pela equação $y(0,t) = 0,1\ \mathrm{sen}(2\pi t)$, onde y é dado em metros e t em segundos. A tensão na corda é de 4N e a massa por unidade de comprimento é de $0,01\mathrm{kg.m}^{-1}$. Considere que a corda seja longa o suficiente de modo que efeitos de interferência e reflexão de ondas na corda possam ser desprezados.

(a) [0,5] Qual é a velocidade da onda gerada na corda?

(b) [0,5] Qual é a frequência da onda?

(c) [0,5] Qual é o comprimento de onda?

(d) [0,5] Escreva, como função do tempo, o deslocamento transversal $y(x,t)$ de um ponto da corda situado a uma distância x à direita da extremidade ($x > 0$).

(e) [0,5] Calcule a intensidade da onda progressiva gerada.

Solução Q1:

a) $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{4}{1\times10^{-2}}} = 20$ m/s.

b) Onda progressiva: $y(x,t) = A\cos(kx \mp \omega t + \phi)$

para $x = 0$, $y(0,t) = A\cos(\mp\omega t + \phi)$

Como $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \text{sen}(a)\text{sen}(b)$, observe que:

$A\cos(\mp\omega t + \phi) = A\cos(\mp\omega t)\cos(\phi) - A\,\text{sen}(\mp\omega t)\text{sen}(\phi) = A\cos(\omega t)\cos(\phi) \pm A\,\text{sen}(\omega t)\text{sen}(\phi)$

Logo $y(0,t) = A\cos(\mp\omega t \pm \pi/2) = A\,\text{sen}(\omega t)$

(a fase será $\pm\pi/2$ dependendo se a onda se propaga para direita ou esquerda).

Comparando com $y(0,t) = 0,1\,\text{sen}(2\pi t)$, temos $\omega = 2\pi$.

$\omega = 2\pi f \rightarrow 2\pi = 2\pi f \rightarrow f = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$ Hz

c) $v = \lambda.f \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{1} = 20$m.

d) O ponto está à direita da fonte logo a onda se propaga para a *direita*. Assim, temos

$y(0,t) = 0,1\,\text{sen}(2\pi t) = 0,1\cos\left(-2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

em um ponto $x > 0$:

$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \phi) = 0,1\cos(kx - 2\pi t + \frac{\pi}{2})$

E k?

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{20} = 0,1\pi$

Logo: $y(x,t) = 0,1\cos(0,1\pi x - 2\pi t + \frac{\pi}{2})$

e) Intensidade: $I = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2 = \frac{1}{2}(0,01).(20).(2\pi)^2.(0,1)^2 = (2\pi)^2 \times 10^{-3}$ W

ou seja $I = 0,004\pi^2 = 0,039$ W

Q2 - Uma corda com as duas extremidades fixas vibra no modo vibracional do primeiro harmônico de acordo com a seguinte equação: $y(x,t) = 0,3.\text{sen}[4\pi x].\cos[8\pi t]$ onde o valor de y é dado em metros.

(a) [0,5] Escreva expressões para as funções $y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$ das ondas que viajam simultaneamente na corda (para a direita e para a esquerda, respectivamente), ambas com a mesma amplitude A e que fornecem o resultado da onda estacionária $y(x,t)$ acima. Calcule o valor de A.

(b) [0,5] Qual a velocidade v das ondas componentes y_1 e y_2?

(c) [0,5] Qual é o comprimento L da corda e qual é a distância entre dois nós na onda dada por $y(x,t)$ acima?

(d) [0,5] Qual é a maior velocidade transversal de uma partícula na corda e qual é a posição mais próxima da extremidade esquerda fixa, considerada $x = 0$, onde esta velocidade máxima ocorre?

(e) [0,5] Se a corda passar a vibrar no segundo harmônico, qual será o novo comprimento de onda e a nova freqüência de vibração?

Solução Q2:

a.) $y_1 = 0,15\text{sen}(4\pi x - 8\pi t)$ e $y_2 = 0,15\text{sen}(4\pi x + 8\pi t)$; $A = 0,15$ m

b) $v = \omega/k = (8\pi/4\pi) = 2\text{m/s}$

c.) $k_1 = 4\pi$ e $k_1 = 2\pi/\lambda_1 \rightarrow \lambda_1 = 0,5\text{m}$; Como é o 1^o Harmônico: $L = \lambda_1/2 \rightarrow L = 0,25\text{m}$. Distância entre dois nós no 1^o Harmônico: $D = \lambda_1/2 = 0,25$ m

d.) $V_{\text{Max}} = 2,4\pi$ m/s e ocorre no 1^o ventre: $x = 1/8 = 0,125$ m

e.) 2^o Harm.: $L = 2\lambda_2/2$ Como $L = 0,25\text{m} \rightarrow \lambda_2 = 1/4 = 0,25\text{m}$; $f_2 = v/\lambda_2 = 2/(1/4) =$ 8Hz

Q3.1 - Uma fonte de som emite na frequência de 210 Hz. A fonte de som se move com velocidade de 85 m/s em direção a um anteparo estacionário. (velocidade do som no ar em repouso: 340 m/s)

(a) [0,5] Encontre a frequência do som que chega ao anteparo.

(b) [0,5] Encontre o comprimento de onda do som no ar.

(c) [0,7] Se a fonte estivesse em repouso e o anteparo se movesse em direção à fonte com velocidade de 85 m/s, qual seria a frequência do som captado pela fonte após a reflexão no anteparo? Justifique.

Q3.2 - [0,8] Um avião a jato, voa horizontalmente, em Mach 2 (2x a velocidade do som), a uma altitude de 5000 m. A que distância de um observador em terra, o avião estará, quando a onda de choque atingir este observador?

Solução Q3 (próxima página)

Solução Q3:

1.a. Como a fonte de som se move com velocidade V=85 m/s, podemos calcular a frequência do som que se propaga pelo ar e chega ao anteparo, como

$$f_{ant} = f_0 \left(\frac{1}{1 - \frac{V}{v_s}} \right) = 210 \left(\frac{1}{1 - \frac{85}{340}} \right) = 280 Hz$$

Onde o sinal negativo corresponde à aproximação da fonte ao anteparo.

1.b. O comprimento de onda para o som se propagando no ar pode ser calculado a partir da frequência acima.

$$\lambda_{ar} = \frac{v_s}{f_{ar}} = \frac{340}{280} = 1{,}21 m$$

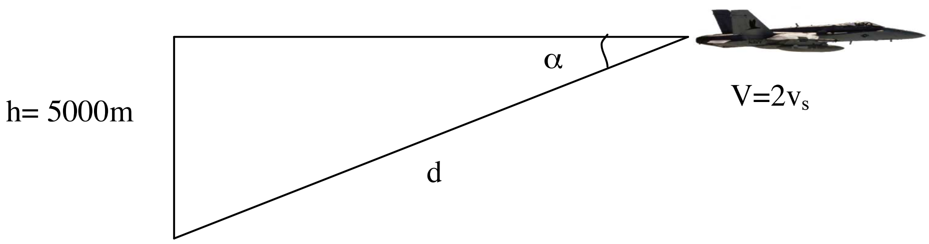
1.c. Inicialmente temos a fonte em repouso e o anteparo se aproximando com velocidade u=85 m/s. Assim, a frequência do som que incide no anteparo é dado por

$$f_{ant} = f_0 \left(\frac{1 + \frac{u}{v_s}}{1} \right) = 210 \left(\frac{1 + \frac{85}{340}}{1} \right) = 262{,}5 Hz$$

O som é refletido no anteparo com a mesma frequência, e este se torna a nova fonte emissora em movimento com velocidade V=85m/s. O som chegará novamente à fonte, que agora se comporta como um observador em repouso. Assim, o som captado pela fonte tem frequência

$$f'_f = f_{ant} \left(\frac{1}{1 - \frac{V}{v_s}} \right) = 262{,}5 \left(\frac{1}{1 - \frac{85}{340}} \right) = 350 Hz$$

3.2.



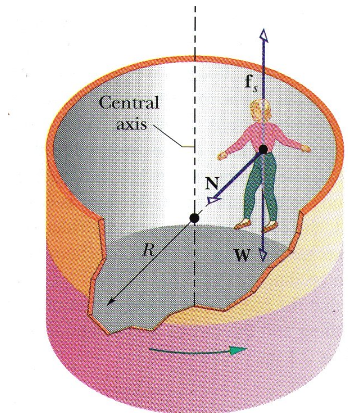
Como o avião voa a uma velocidade supersônica ($V=2v_s$), a onda de choque atingirá o observador em terra, quando o ângulo formado pela trajetória do avião e a linha que liga o avião ao observador coincidir com o ângulo do cone de Mach.

O ângulo do cone de Mach é dado por
$$\sin\alpha = \frac{v_s}{V} = \frac{1}{2}$$

Portanto, conhecendo-se este ângulo podemos calcular a distância (d) do observador ao avião, a partir do triângulo acima

$$\sin\alpha = \frac{1}{2} = \frac{h}{d} \longrightarrow d = 2h = 10000m$$

Q4 - Uma das atrações mais radicais de um parque de diversões é o rotor. Esse brinquedo consiste essencialmente em um grande cilindro vazado que realiza um movimento de rotação muito rápido ao redor do seu eixo central. As pessoas primeiramente entram no cilindro por uma porta lateral e ficam em pé encostadas na parede que é forrada por uma lona. A porta é fechada e o cilindro começa a rodar. As pessoas, a parede e o chão movem-se em conjunto. Quando a velocidade das pessoas atinge um determinado valor, o chão de repente desce. Impressionantemente as pessoas não caem e permanecem em rotação em conjunto com o cilindro como se uma força invisível pressionasse seus corpos contra a parede. Mais tarde o chão retorna a posição inicial, a rotação do cilindro começa a diminuir e as pessoas colocam os seus pés no chão novamente.
Suponha que o coeficiente de atrito estático μ_s entre a roupa das pessoas e a lona seja 0,40 e que o raio R do cilindro seja 2,0 m (use $g = 10$ m/s^2).



(a) [1,0] Qual a velocidade angular mínima $\omega_{\min}$ que o cilindro e uma pessoa devem ter para que ela não caia no momento em que o chão desce?

(b) [0,5] Considerando um referencial que gira junto com o cilíndro com velocidade angular $\omega = \omega_{\min}$, qual é a magnitude, direção e sentido da força centrífuga agindo sobre uma pessoa de massa igual a 50 kg "presa"à parede do cilindro?

(c) [0,5] Depois que o chão sobe, a pessoa faz um esforço e começa a caminhar em direção ao centro do brinquedo. No referencial que gira com o cilíndro, a pessoa caminha em linha reta em direção ao centro do cilindro com velocidade constante de magnitude $v' = 1$ m/s. Se a velocidade angular do cilíndro for $\omega = 4$ rad/s, calcule a força de Coriolis (magnitude, direção e sentido) agindo sobre a pessoa.

(d) [0,5] Ainda no referencial que gira com o cilindro ($\omega = 4$ rad/s), calcule a força de Coriolis (magnitude, direção e sentido) agindo sobre a pessoa, se esta começa a caminhar na direção tangencial no sentido *anti-horário* com velocidade constante de magnitude $v'' = 0,5$ m/s.

Solução Q4:

a) A pessoa não cai no momento em que o chão desce se a força peso W for igual a força de atrito f_S. Considerando a velocidade angular mínima, a pessoa está no limiar de deslizamento, o que significa que a força de atrito é máxima e vale $f_S = \mu_s N$ $\mu_s N = mg$ A força normal é perpendicular à superfície com a qual o corpo é pressionado. Neste caso N está na direção horizontal e apontando para o eixo central, sendo assim reponsável pelo movimento circular da pessoa. Deste modo a força normal está associada à força centrípeta. $F_{cp} = N = m\omega^2 r$ $\mu_s m\omega^2 r = mg$ $\omega = \sqrt{\frac{g}{mu_s R}}$ $\omega_{\min} = \sqrt{\frac{10m/s^2}{0{,}42m}}$ $\omega_{\min} = \frac{5}{\sqrt{2}} rad/s$

b) A força centrífuga é dada por: $\vec{F_c} = m\omega^2 r\hat{r}$ $\vec{F_c} = 50kg\frac{25}{2}(rad/s)^2 2m\hat{r}$ $\vec{F_c} = 1250N\hat{r}$

c) Como a pessoa caminha na direção radial, a Força de Coriolis correspondente é: $\vec{F}_{Cor} = -2m\omega u'_r\hat{\theta}$ e o sentido é para o centro, assim $\vec{u'_r} = -1m/s\hat{r}$ $\vec{F}_{Cor} = -250kg4rad/s(-1m/s)\hat{\theta}$ $\vec{F}_{Cor} = +400N\hat{\theta}$

d) Agora a pessoa caminha na direção tangencial, assim a Força de Coriolis será: $\vec{F}_{Cor} = +2m\omega u'_\theta\hat{r}$ No sentido anti-horário $\vec{u'_\theta} = +0,5m/s\hat{\theta}$ $\vec{F}_{Cor} = +250kg4rad/s0,5m/s\hat{r}$ $\vec{F}_{Cor} = +200N\hat{r}$