Sub – FEP2196 – Física para Engenharia II

Observações:

- Note que apenas quem perdeu uma prova pode fazer esta substitutiva – ou seja, a Sub é fechada. Se o aluno fez as três provas (P1, P2 e P3), a nota da Sub será desconsiderada.

Formulário

Módulo 1 (referenciais girantes, forças de inércia, oscilações harmônicas)

$$x = r\cos\theta \qquad y = r sen\,\theta \qquad \vec{v} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\theta}{dt}\hat{\theta} = \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta \qquad \vec{a} = (\dot{r}^2 - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$$

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{in} \qquad \vec{F}_{Cent} = -m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}') \qquad \vec{F}_{Cor} = -2m\vec{\omega}\times\vec{v}'$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad , \quad x = Ae^{-\gamma t/2}\cos(\omega t + \varphi) \quad , \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \quad , \quad \text{ou}$$

$$x = Ae^{-\gamma t/2}\left(ae^{-\sigma t} + be^{-\sigma t}\right) \quad , \quad \sigma = \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2} \quad , \quad \text{ou ainda} \qquad x = Ae^{-\gamma t/2}(a + bt)$$

Módulo 2 (oscilações forçadas e ondas)

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = F_0\cos(\Omega t) \qquad \to \qquad x_{est} = A\cos(\Omega t + \phi)$$

$$A^2 = \frac{F_0^2/m^2}{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2\Omega^2} \quad , \quad \tan\phi = -\frac{\gamma\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

$$f(x,t) = A\cos(kx - \omega t) \quad , \quad \omega = kv$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad , \quad I = \frac{1}{2}\mu v\omega^2 A^2 \quad , \quad \omega_n = k_n v = n\pi v/L \quad , \quad \text{sen}\theta \simeq \tan\theta \simeq \theta \quad (\theta\ \text{pequeno})$$

Módulo 3 (relatividade especial)

$$x' = \gamma(v)(x - vt) \qquad t' = \gamma(v)(t - \frac{v}{c^2}x) \qquad \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x = \gamma(v)(x' + vt') \qquad t = \gamma(v)(t' + \frac{v}{c^2}x') \qquad y' = y \qquad z' = z$$

$$l = \frac{1}{\gamma(v)}l_0 \qquad \tau = \gamma(v)\tau_0$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v u_x}{c^2}} \qquad u'_y = \frac{1}{\gamma(v)} \frac{u_y}{1 - \frac{v u_x}{c^2}}$$

$$\vec{p} = \gamma(v) m_0 \vec{v} \qquad E = \gamma(v) m_0 c^2 \qquad E^2 = p^2 c^2 + {m_0}^2 c^4$$

$$\text{sen}30° = \cos 60° = \frac{1}{2} \qquad \text{sen}60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{sen}45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Questão 1 ($\approx$ Ex. 17 da Lista 1)

Um ratinho de massa $m = 0.2$ kg caminha sobre uma plataforma girante de raio $R = 40$ cm, que gira com velocidade angular $\vec{\omega} = 6,0\hat{z}$ rad/s. Utilizando um sistema de coordenadas cilíndrico, determine a força de inércia $\vec{F}_{in}$, medida em Newtons, que atua nesse ratinho, quando ele:

(a) [0,5] Está parado a uma distância $R/2$ do centro do disco.

R: $\vec{F}_{Cen} = m\omega^2 r\hat{r} = 1,44\hat{r}$ N

(b) [1,0] Está a uma distância $R/2$ do centro do disco, mas se move com velocidade $10\hat{\theta}$ cm/s com relação ao disco.

R: $\vec{F}_{Cor} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}' = 0,24\hat{r}$ N. Portanto, $\vec{F}_{in} = \vec{F}_{Cen} + \vec{F}_{Cor} = (1,44 + 0,24)\hat{r}\,\text{N} = 1,64\hat{r}\,\text{N}$.

(c) [1,0] Está a uma distância $R/2$ do centro do disco, mas se move com velocidade $-10\hat{r}$ cm/s com relação ao disco.

R: $\vec{F}_{Cor} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v} = +0,24\hat{\theta}\,\text{N}$, portanto a força de inércia nesse caso será $\vec{F}_{in} = \vec{F}_{Cen} + \vec{F}_{Cor} = (1,44\hat{r} + 0,24\hat{\theta})$ N.

Questão 2 (Ex. 8 da Lista 3)

Um corpo de massa 50 g está preso a uma mola de constante k=20 N/m e oscila, inicialmente, livremente. Posteriormente esse oscilador é colocado num meio cujo coeficiente de atrito viscoso é $\rho = 0,9$ kg/s. Por fim, o oscilador (ainda no meio viscoso) é excitado por uma força externa $F = F_0 \cos \Omega t$, onde $F_0 = 9,0$ N e $\Omega = 20,0$ rad/s.

(a) [0,5] Determine a frequência natural do sistema.

R: $\omega_0 = \sqrt{k/m} = 20\,\text{s}^{-1}$, ou 20 rad/s.

(b) [0,5] Qual o regime de oscilação do sistema quando imerso no meio viscoso, mas antes de ser excitado pela força externa?

R: Como $\gamma = \rho/m = 18\text{s}^{-1}$, temos que $\omega_0 > \gamma/2$, portanto o regime de oscilação é o *sub-crítico.*

(c) [1,0] Depois que a força externa é aplicada e que o sistema entrou no regime estacionário, qual o valor da amplitude do movimento?

R: Utilizando o formulário, obtemos diretamente que $A = 0,5m$.

(d) [0,5] Qual deveria ser o valor exato da frequência da força externa para que a amplitude do movimento (no estado estacionário) fosse máxima?

R: O máximo de $A(\Omega)$ corresponde ao mínimo da função $f(\Omega) = (\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2\Omega^2$. O ponto Ω_R para o qual $f'(\Omega_R) = 0$ é: $\Omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}\gamma^2} = \sqrt{400 - 162}\text{s}^{-1} = \sqrt{238}\text{s}^{-1}$.

Questão 3 (Ex. 15 da Lista 3)

Um fio longo, de massa 5,0 kg e comprimento 100 m é sujeito a uma tensão de 5,0 N. A ponta esquerda da corda é movida para cima e para baixo num movimento harmônico simples, tendo um período de 0,5 s e amplitude de 0,5 m.

(a) [0,5] Encontre a velocidade da onda gerada no fio pelo movimento na ponta esquerda.

R: $v = \sqrt{T/\mu} = \sqrt{T/(m/L)} = 10$ m/s .

(b) [1,0] Qual o comprimento da onda gerada?

R: $\lambda = vT = 2\pi/k = 5$ m.

(c) [1,0] Escreva a expressão para o deslocamento vertical da corda em todos os seus pontos e para qualquer instante, $y(x,t)$, sabendo-se que em $y(5/8,0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ e que $\frac{dy}{dt}(5/8,0) > 0$.

R: Utilizando as condições estabelecidas e fazendo $y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \phi)$, encontramos $y(x,t) = 0,5\cos(\frac{2\pi}{5}x - 4\pi t)$ (todas as quantidades em metros ou segundos).

Questão 4

Uma luz vermelha lampeja na posição $X_V = 3{,}00$ m e no instante $t_V = 1,00 \times 10^{-8}$ s, e uma outra luz azul lampeja em $X_A = 12{,}00$ m e em $t_A = 6,00 \times 10^{-8}$ s (todos esses valores medidos no sistema de referência S). O sistema de referência S' tem sua origem no mesmo ponto que S em $t = t' = 0$, mas movimenta-se uniformemente para a direita com relação ao sistema de referência S. Sabendo que os dois lampejos são observados como ocorrendo no mesmo lugar neste sistema S', responda:

(a) [1,0] Qual a velocidade relativa entre S e S'?

R: Utilizando o fato de que $\Delta x = x_A - x_V = 9$ m e que, pelas transformações de Lorentz, $\Delta t = t_A - t_V = 5 \times 10^{-8}$ s, temos que $\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) = 0$, portanto, $v = \Delta x/\Delta t = 1,8 \times 10^7$ m/s $= \frac{3}{5}c$.

(b) [0,5] Em que local ocorrem os dois lampejos no referencial S'?

R: Como sabemos que $\Delta x' = 0$, os dois ocorrem no mesmo lugar. É mais fácil encontrar esse lugar com a luz vermelha: $x'_V = \gamma(x_V - vt_V)$, onde $\gamma(v = \frac{3}{5}c) = \frac{5}{4}$. Portanto, $x'_V = x'_A = 1,5$ m.

(c) [1,0] Em que instante lampeja a luz vermelha no referencial S'?

R: Pelas transformações de Lorentz temos que $t'_V = \gamma(t_V - \frac{v}{c^2}x_V) = 0,5 \times 10^{-8}$ s.