FEP2196 - Física para Engenharia II

Prova P1 - 24/09/2009

Nome: .... **Nº USP:** ....

Assinatura: .... **Turma/Professor:** ....

Observações:

- A prova tem duração de 2 horas.
- Não é permitido o uso de calculadora.
- Preencha todas as folhas, inclusive esta, com seu nome, número USP e turma, de forma legível.
- Resolva cada exercício começando na frente da folha com o mesmo número. Se necessário utilize o verso da folha.
- Justifique todas as suas respostas com comentários, fórmulas e cálculos intermediários. Não esqueça das unidades das grandezas físicas pedidas.
- Apresente sua identidade ao assinar a lista de presença.
- Quando nos resultados aparecerem $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ou qualquer outra raiz que não seja de um quadrado perfeito, deixe indicado, sem substituir por uma aproximação. O mesmo aplica-se para $\ln 2$, $\ln 3$, $\ln 5$ ou qualquer outro ln.

$$x = r\,cos(\theta) \qquad y = r\,sen(\theta) \qquad \vec{v} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\theta}{dt}\hat{\theta} \qquad \text{ou} \qquad \vec{v} = \dot{r}\,\hat{e}_r + r\dot{\theta}\,\hat{e}_\theta$$

$$\vec{a} = \left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\hat{r} + \left[2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right]\hat{\theta} \qquad \text{ou} \qquad \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\hat{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\,\hat{e}_\theta$$

$$m\vec{a'} = \vec{F} + \vec{F}_{in} \qquad \vec{F}_{cent} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r'}) \qquad \vec{F}_{Cor} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v'}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad x(t) = a\,cos(\omega t) + b\,sen(\omega t) \qquad x(t) = A\,cos(\omega t + \varphi)$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \arctan(\varphi) = \left(\frac{-b}{a}\right)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \gamma = \frac{\rho}{m} \qquad x(t) = A\,e^{-\frac{\gamma}{2}t}\,cos(\omega t + \varphi) \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$$

---

1. Um ponto move-se sobre a circunferência do raio R desacelerando, de modo que no cada instante os módulos das acelerações radial e transversal são iguais. Sabendo que no instante $t = 0$ a velocidade angular do ponto é igual ω_0 encontrar, usando sistema de coordenadas polares:

   (a) (1,0) A velocidade angular ω do ponto.

   (b) (0,5) A velocidade v do ponto.

   (c) (1,0) A aceleração a do ponto.

   Solução:

   (a) (1,0) Do formulário: $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \quad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$

   Dados: Quando t=0 $\Rightarrow \dot{\theta} = \omega_0$

   Da condição que o módulo da aceleração radial é igual o modulo da aceleração transversal, incontra-se que

   $$-R\dot{\theta}^2 = R\ddot{\theta},$$

   ou seja

   $$-\omega^2 = \dot{\omega}, \quad \omega = \dot{\theta}.$$

   Desta equação encontramos que

   $$\frac{1}{\omega} = t + C,$$

   onde C é a constante de integração, que pode ser encontrada da condeção inicial:

   $$\omega|_{t=0} = \frac{1}{0 + C} = \omega_0.$$

   Assim, temos para a velocidade angular

   $$\dot{\theta} = \omega = \frac{\omega_0}{\omega_0 t + 1}.$$

   (b) (0,5) Agora usando a definição da velocidade em coordenadas polares encontramos que

   $$v = \dot{r}e_r + r\dot{\theta}e_\theta = R\frac{\omega_0}{\omega_0 t + 1}e_\theta.$$

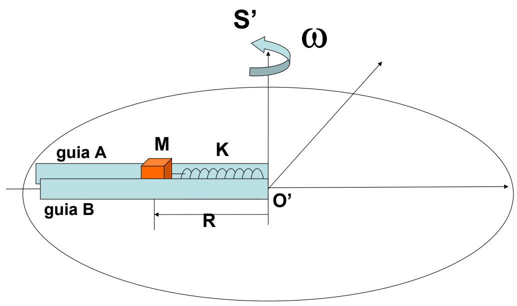
   (c) (1,0) A aceleração angular é igual

   $$\ddot{\theta} = \dot{\omega} = -\omega^2 = -\frac{\omega_0^2}{(\omega_0 t + 1)^2}.$$

   Usando isso obtemos para a aceleração total:

   $$a = -\frac{R\omega_0^2}{(\omega_0 t + 1)^2}(e_r + e_\theta).$$

2. Uma plataforma gira com velocidade constante ω em torno do eixo perpendicular ao seu centro. O referencial girante S' tem origem no centro da plataforma e gira com a mesma velocidade ω. Uma mola ideal de constante k está presa na origem do referencial S' com uma massa M presa à outra extremidade. A massa pode deslocar-se sem atrito apenas radialmente no interior de duas guias laterais. Inicialmente a massa está presa por um pino de segurança à uma distância R da origem e a mola encontra-se relaxada.



   (a) (1,0) Determine a posição de equilíbrio da massa a partir da posição inicial quando o pino de segurança for removido.

   (b) (1,0) Determine o vetor da força no referencial S' que a massa aplicará nas guias radiais quando passar pelo ponto de equilíbrio pela 1a vez.

   (c) (0,5) Qual será a força aplicada nas guias quando a massa atingir o seu deslocamento máximo?

   Solução:

   (a) (1,0) No equilíbrio, $\Sigma F_i = 0$:

   $F_{cfg} = F_{mola}$

   $M\omega^2(R + x) = Kx$

   Em relação à posição inicial:

   $x = \frac{M\omega^2 R}{K - \omega^2}$

   Em relação à origem do sistema O':

   $(x + R) = R\left[1 + \frac{M\omega^2}{K - \omega^2}\right]$

   (b) (1,0) Força sobre as guias com a massa em movimento:

$\vec{F}_{cor} = 2M\vec{v} \times \vec{\omega}$

No equilíbrio a velocidade será máxima:

$\frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}Mv^2$

$v^2 = \frac{K}{M}x^2$

$v = \left(\sqrt{\frac{K}{M}}\right) \frac{M\omega^2 R}{K-\omega^2}$

Na primeira vez que passar pelo ponto de equilíbrio a força será sobre a guia A, pois a velocidade v é para fora da plataforma, portanto sentido $-\hat{e}_\theta$:

$\vec{F}_{cor} = 2M \left(\sqrt{\frac{K}{M}}\right) \frac{M\omega^2 R}{(K-\omega^2)}\omega(-\hat{e}_\theta)$

(c) (0,5) Quando atingir o deslocamento máximo, momentaneamente $v = 0$. Assim, $\vec{F}_{cor} = 2M\vec{v} \times \vec{\omega} = 0$ N

3. Um oscilador harmônico possui frequência ω e amplitude A.

   (a) (1,0) Quais são os valores dos módulos da posição e da velocidade quando a energia potencial elástica for igual à energia cinética? (suponha que $U = 0$ no momoento do equilíbrio)

   (b) (1,0) Quantas vezes isso ocorre em cada ciclo? Qual é o intervalo de tempo entre duas ocorrências?

   (c) (0,5) No momento em que o deslocamento é igual a $\frac{A}{2}$ qual é a fração da energia total do sistema referente à energia cinética e a qual fração corresponde à energia potencial?

4. Um corpo é pendurado de uma mola, colocado em vibração vertical e imerso em um béquer de óleo. Seu movimento está apresentado na figura. Suponha que o corpo tenha massa $m = 375\ g$, que a mola tenha constante de força $k = 100\ N/m$ e $b = 0,100 N \cdot s/m$.

   (a) (1,0) Quanto tempo leva para a amplitude cair para a metade de seu valor inicial?

   (b) (0,5) Quanto tempo leva para a energia mecânica cair para a metade de seu valor inicial?

   (c) (1,0) Demostre que, de maneira geral, a taxa à qual a amplitude diminui em um oscilador harmônico amortecido é metade da taxa à qual a energia mecânica diminui.