Gabarito da P3 de 2008 – FEP2196 – Física para Engenharia II

Q1) $v = 0.8\,c = \frac{4}{5}\,c \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = \frac{5}{3}$

(a) Em S', as coordenadas dos eventos são:

$$t'_A = 0 \quad , \quad x'_A = 0$$

$$t'_B = \frac{L_0}{c} = 3\,\mu s = 3. \times 10^{-6}\,s \quad , \quad x'_B = 900\,m$$

$$t'_C = \frac{2L_0}{c} = 6\,\mu s \quad , \quad x'_C = 0$$

Em S, as coordenadas são obtidas pelas transformações de Lorentz inversas:

$$t_A = 0 \quad , \quad x_A = 0$$

$$t_B = \gamma(t'_B + \frac{v}{c^2}x'_B) = 9\,\mu s \quad , \quad x_B = \gamma(x'_B + vt'_B) = 2700\,m$$

$$t_C = 10\,\mu s \quad , \quad x_C = 2400\,m$$

(b) $\Delta t' = t'_C - t'_A = 6\,\mu s$

(c) $\Delta t = t_C - t_A = 10\,\mu s = \frac{5}{3}\Delta t'$

(d) O sinal de luz é emitido no evento A, e chega na extremidade direita no evento B. Como:

$$x_B = vt_B + L$$

$$\Rightarrow 2700\,m = \frac{4}{5}\,c * 9\,\mu s + L$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{5}2700\,m = 540\,m$$

Q2) $v = 0.6c = \frac{3}{5}c \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = \frac{5}{4}$

(a)

$$D' = \frac{D}{\gamma} = \frac{4}{5}D$$

(b)

$$\Delta t' = \frac{D'}{v} = \frac{\frac{4}{5}D}{\frac{3}{5}c} = \frac{4}{3}\frac{D}{c}$$

(c)

$$\Delta t = \frac{D}{v} = \frac{5}{3}\frac{D}{c} \quad (= \frac{5}{4}\Delta t')$$

(d)

$$t_{1/2} = \frac{1}{2} * \frac{5}{3}\frac{D}{c} \qquad , \qquad x_{1/2} = \frac{1}{2}D$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{5}{6}\frac{D}{c} + \frac{1}{2}\frac{D}{c} = \frac{4}{3}\frac{D}{c}$$

(e) Nesse referencial hipotético (S''):

$$\begin{aligned}
\Delta t'' &= \gamma(v'')(\Delta t - \frac{v''}{c^2}\Delta x) \\
&= \gamma(v'')(\frac{5}{3}\frac{D}{c} - \frac{v''}{c}\frac{D}{c}) \\
&= \gamma(v'')(\frac{5}{3} - \frac{v''}{c})\frac{D}{c}
\end{aligned}$$

Como $v''/c < 1$, o termo entre parênteses é sempre positivo, e portanto $\Delta t'' > 0$. Portanto, a resposta é NÃO: não existe nenhum referencial no qual os dois eventos são simultâneos.

Um outro modo de resolver esse último item seria utilizando o intervalo invariante: $\Delta s^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2$, cujo valor é o mesmo em qualquer referencial. Podemos calcular esse intervalo tanto no referencial S quanto no referencial S', e seu valor é:

$$\Delta s^2 = \Delta s'^2 = +\left(\frac{16}{15}D\right)^2 > 0.$$

Se existisse um referencial S'' no qual o intervalo de tempo $\Delta t'' = 0$, então:

$$\Delta s^2 = \Delta s'^2 = \Delta s''^2 = c^2\Delta t''^2 - \Delta x''^2 = -\Delta x''^2 < 0 \text{ ?! } \Rightarrow \text{ absurdo!}$$

③ (a) $\gamma = \frac{5}{3} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{16}{25} \Rightarrow \underline{v = 0{,}8c}$

(b) Não, pois $\vec{P}_{ANTES} = 0$. Um fóton não pode ter $\vec{p} = 0$

(c) Sim, basta $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$

(d) $E = 2\gamma m_0 c^2 = 2pc$

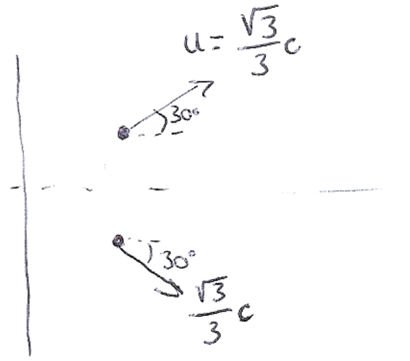
$$p = \gamma m_0 c = \frac{5}{3} \times 0{,}51 \text{ MeV}/c = 0{,}85 \text{ MeV}/c, \quad E = 0{,}85 \text{ MeV}$$

(cada fóton)

(e) $K = 2(\gamma - 1) m_0 c^2 = \frac{4}{3} \times 0{,}51 \text{ MeV} = 0{,}68 \text{ MeV}$.

Não: energia final é pura/ cinética.

④



$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \gamma\, 2 m_0 u \cos 30° \,\hat{x}$$
$$= 2\gamma m_0 \frac{\sqrt{3}}{2} u = \sqrt{3}\gamma m_0 u \hat{x}$$

$$M = 2\gamma m_0$$

(a) $\vec{V}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{M} = \frac{\sqrt{3}}{2} u \,\hat{e}_x = \frac{1}{2} c \,\hat{e}_x$

(b) $v'_x = 0 \qquad v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - \frac{V_{CM}^2}{c^2}}}{1 - \frac{V_{CM} v_x}{c^2}} = \frac{v_y \sqrt{1 - \frac{1}{4}}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{v_y \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{3}{4}} = 2 v_y \frac{\sqrt{3}}{3} = \cancel{2} \times \frac{1}{\cancel{2}} \frac{\sqrt{3}}{3} c \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{c}{3}$

$\vec{v}_A{}' = \frac{c}{3} \hat{e}_y \quad ; \quad \vec{v}_B{}' = -\frac{c}{3} \hat{e}_y$

(c) A se afasta do CM $\Rightarrow \nu' = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\, \nu_0$

$\beta = \frac{1}{3} \Rightarrow \nu = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}}\, \nu_0 = \sqrt{\frac{2/3}{4/3}}\, \nu_0 \Rightarrow \nu = \frac{\sqrt{2}}{2} \nu_0$